

大规模 MIMO 时分双工系统的鲁棒预编码设计

顾浙骐* 魏宁 张忠培

(电子科技大学通信抗干扰技术国家级重点实验室 成都 611731)

摘要: 对于采用大规模 MIMO 技术的时分双工系统, 天线互易误差会破坏上下行信道互易特性, 大幅降低预编码算法下行传输性能。由于实际系统难以完全消除天线互易误差, 该文以最大化各用户平均信泄噪比为目标, 根据天线互易误差的统计特性, 设计了对该误差具有鲁棒性的线性预编码算法。同时为了进一步降低用户接收端的等效噪声功率, 该文还将该线性鲁棒预编码算法扩展为基于矢量扰动的非线性鲁棒预编码算法, 并通过减格辅助技术降低其扰动向量求解复杂度, 使其更适用于大规模 MIMO 系统应用。计算机仿真结果表明在存在基站天线互易误差条件下, 该文所提出的线性与非线性鲁棒性预编码算法的性能均优于传统预编码算法的性能。

关键词: 无线通信; 大规模 MIMO; 信道互易误差; 鲁棒预编码

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2015)05-1180-07

DOI: 10.11999/JEIT141073

Robust Precoding in Massive MIMO Time Division Duplex Systems

Gu Zhe-qi Wei Ning Zhang Zhong-pei

(National Key Laboratory of Science and Technology on Communication, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: The downlink transmission performance of the massive MIMO Time Division Duplex (TDD) system is bottlenecked by the channel reciprocity errors called antenna reciprocity errors. Antenna reciprocity errors are hard to be calibrated completely in practical systems. In order to avoid the performance degradation of the downlink transmission, a linear robust precoding algorithm is proposed, which can maximize each user's average Signal to Leakage and Noise Ratio (SLNR) by using the statistical characteristics of the antenna reciprocity errors. To further reduce the equivalent noise power of users, the linear robust precoding algorithm is improved into nonlinear robust precoding algorithm by vector perturbation. Lattice reduction aid is also used to reduce the complexity of the perturbation vector search, and make the nonlinear robust precoding algorithm be available for the massive MIMO. Simulation results show that the proposed linear and nonlinear robust precoding algorithms can achieve better performance than the traditional Zero Forcing (ZF) and SLNR precoding algorithms when antenna reciprocity errors exist.

Key words: Wireless communication; Massive MIMO; Channel reciprocity errors; Robust precoding

1 引言

大规模 MIMO (very large MIMO 或 massive MIMO) 技术具有系统容量大、基站发射功率低、射频模块可移植性强、射频器件成本低等特点^[1,2]。大规模 MIMO 系统的下行传输通常通过迫零 (Zero Forcing, ZF) 预编码、信泄噪比 (Signal to Leakage and Noise Ratio, SLNR) 预编码等线性预编码算法获得空间的复用增益^[3]。而在实际大规模 MIMO 系统中, 预编码算法性能严重依赖于下行信道状态信

息 (Channel State Information, CSI) 的准确性。由于大规模 MIMO 技术的天线数远远超过传统 MIMO 技术, 以至于频分双工 (Frequency Division Duplex, FDD) 系统的下行导频开销和量化反馈开销大幅增加。因此传统的 FDD 系统无法为大规模 MIMO 技术的下行 CSI 获取提供足够的时频资源。与之相比, 时分双工 (Time Division Duplex, TDD) 系统利用信道互易特性, 使基站能通过上行导频估计获得下行信道 CSI。其中上行导频开销正比于用户数而与基站天线数无关。因此 TDD 系统被认为更易于大规模 MIMO 技术的实现和应用^[4]。为了表述方便, 若非特殊说明, 后文中的系统均表示 TDD 系统。

2014-08-11 收到, 2014-12-26 改回

国家自然科学基金(61101092)和国家 863 计划项目(2014AA01A704)资助课题

*通信作者: 顾浙骐 guzheqi@163.com

在实际系统中，上下行基带信道除了理想互易的空中传播信道外，还包括用户天线与基站天线的收发射频模块。由于收发射频模块包含的内部时钟、功放、锁相环等器件存在结构上和制造工艺上的差异，导致各射频模块具有不同的射频增益，即各天线具有随机的相位与幅度。特别对于采用低成本射频单元的大规模 MIMO 系统，射频模块的相位噪声、天线耦合等因素使上述现象变得尤为严重。因此，用户天线与基站天线的射频随机增益会造成大规模 MIMO 系统上下行基带信道的互易误差，通常被称为天线互易误差。文献[5]将天线互易误差建模为对角矩阵，其对角元素为时间，功率，温度的慢变函数。文献[6]分析了此类天线互易误差对常用预编码算法性能的影响。文献[7]指出天线互易误差会降低下行 CSI 估计的精度，同时通过推导大规模 MIMO 系统下行传输可达速率证明了其系统容量受限于天线互易误差的大小。文献[8]提出了基于数字信号处理的校准算法对天线互易误差进行补偿。然而，该算法受限于信道估计误差和量化反馈精度。在实际的大规模 MIMO 系统中，校准算法会消耗大量时频资源，同时也难以保证天线互易误差被完全消除^[9]。

本文从预编码算法设计的角度去考虑如何降低天线互易误差对下行传输性能的影响。首先本文推导了大规模 MIMO 系统存在天线互易误差条件下，各用户的信泄噪比。然后以最大化各用户平均信泄噪比为目标，利用天线互易误差的统计特征，设计了对该误差具有鲁棒性的线性预编码算法。为了更好地降低用户接收端的等效噪声功率，本文还将该线性鲁棒预编码算法扩展为非线性鲁棒预编码算法，并通过减格辅助技术降低其复杂度，使其更适用于大规模 MIMO 系统。最后，通过计算机仿真验证了本文算法的性能。

文中斜黑体表示向量或矩阵， $(\cdot)^T$ 、 $(\cdot)^H$ 及 $(\cdot)^{-1}$ 分别表示转置，共轭转置及矩阵逆， $\| \cdot \|$ 与 $\| \cdot \|_2$ 分别表示取复数模和取向量的 2-范数， \otimes 为克罗内克积 (Kronecker product)， $\text{vec}\{\cdot\}$ 表示矢量化算子， $E\{\cdot\}$ 表示取期望值， $\text{diag}\{\cdot\}$ 为对角矩阵， \mathbf{I}_x 表示秩为 x 的单位矩阵。

2 天线互易误差模型

假设系统由一个配置 N_B 根天线的基站和 N_M 个配置单天线的用户组成。如图 1 所示，基站和用户间的上下行基带信道可表示为

$$\mathbf{H}_{UL} = \mathbf{T}_{UE} \mathbf{H} \mathbf{R}_{BS} \in \mathbb{C}^{N_M \times N_B} \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_{DL} = \mathbf{R}_{UE} \mathbf{H} \mathbf{T}_{BS} \in \mathbb{C}^{N_M \times N_B} \quad (2)$$

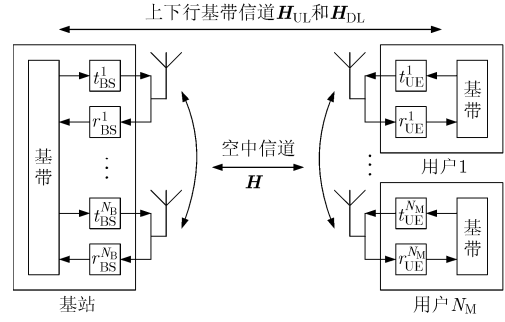


图 1 上下行等效基带信道模型

其中矩阵 $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_M \times N_B}$ 表示基站与用户间的空中信道，在相干时间内上下行的空中信道保持理想互易。矩阵 $\mathbf{R}_{BS}, \mathbf{T}_{BS} \in \mathbb{C}^{N_B \times N_B}$ 表示基站天线收发射频模块增益。同理，矩阵 $\mathbf{R}_{UE}, \mathbf{T}_{UE} \in \mathbb{C}^{N_M \times N_M}$ 表示用户天线收发射频模块增益。根据文献[5]中对天线收发射频模块增益的建模，矩阵 $\mathbf{R}_{BS}, \mathbf{T}_{BS}$ 被定义为对角矩阵， $\mathbf{R}_{BS} = \text{diag}\{r_{BS}^1 \cdots r_{BS}^b \cdots r_{BS}^{N_B}\}$ ， $\mathbf{T}_{BS} = \text{diag}\{t_{BS}^1 \cdots t_{BS}^b \cdots t_{BS}^{N_B}\}$ 。其对角元素 r_{BS}^b, t_{BS}^b 均为复数，相互独立，且幅度和相位分别为时间，温度和接收或发射功率的函数。同理， $\mathbf{R}_{UE} = \text{diag}\{r_{UE}^1 \cdots r_{UE}^b \cdots r_{UE}^{N_M}\}$ ， $\mathbf{T}_{UE} = \text{diag}\{t_{UE}^1 \cdots t_{UE}^b \cdots t_{UE}^{N_M}\}$ 。由于在实际系统中，天线收发射频模块增益为时间，温度和接收或发射功率等的慢变函数，因此本文设其为恒定，即 $\mathbf{R}_{BS}, \mathbf{T}_{BS}$ ， $\mathbf{R}_{UE}, \mathbf{T}_{UE}$ 的对角元素为复常数。且假设基站天线 n 收发射频模块增益 r_{BS}^n, t_{BS}^n 和基站天线 m 收发射频模块增益 r_{BS}^m, t_{BS}^m 的幅度和相位的取值相互独立且同分布。同理，假设用户 n 收发射频模块增益 r_{UE}^n, t_{UE}^n 和用户 m 收发射频模块增益 r_{UE}^m, t_{UE}^m 的幅度和相位的取值相互独立且同分布。

由式(1)和式(2)，可以推导出上下行等效基带信道之间的关系为

$$\mathbf{H}_{DL} = \underbrace{(\mathbf{R}_{UE} \mathbf{T}_{UE}^{-1})}_{\mathbf{E}_{UE}} \mathbf{H}_{UL} \underbrace{(\mathbf{R}_{BS}^{-1} \mathbf{T}_{BS})}_{\mathbf{E}_{BS}} \quad (3)$$

其中 \mathbf{E}_{UE} 被定义为用户天线互易误差， \mathbf{E}_{BS} 被定义为基站天线互易误差。相较于由上行导频污染和上行信道估计误差所造成的加性信道互易误差 ($\mathbf{H}_{DL} = \mathbf{H}_{UL} + \Delta \mathbf{H}$ ，其中 $\Delta \mathbf{H}$ 为加性信道互易误差矩阵^[10])，天线互易误差可被认为是乘性信道互易误差，式(3)中的 \mathbf{E}_{UE} 和 \mathbf{E}_{BS} 为是乘性信道互易误差矩阵。

3 基于 SLNR 的鲁棒预编码设计

3.1 存在天线互易误差的下行传输各用户 SLNR 分析

对于使用线性预编码下行传输，用户的接收向量 \mathbf{y} 可表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_{\text{DL}} \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \mathbf{W} \mathbf{s} + \mathbf{n} = \mathbf{E}_{\text{UE}} \mathbf{H}_{\text{UL}} \mathbf{E}_{\text{BS}} \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \mathbf{W} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (4)$$

其中 $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_{N_M}]^T \in \mathbb{C}^{N_M \times 1}$ 调制符号向量, $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_{N_M}] \in \mathbb{C}^{N_B \times N_M}$ 为预编码矩阵, $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{N_M \times 1}$ 为加性高斯白噪声向量, $\gamma = \|\mathbf{W} \mathbf{s}\|^2 / P_t$ 为功率控制因子, P_t 为基站发射功率。对于 TDD 系统, \mathbf{W} 的取值取决于预编码算法和上行基带信道估计 \mathbf{H}_{UL} 。由于用户的信干噪比(Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR)耦合特性, 若将其作为目标函数最大化, 难以获得预编码矩阵的显式表达式, 所以本文将用户的信泄噪比(Signal to Leakage and Noise Ratio, SLNR)作为目标函数。

用户 k 的 SLNR 可表示为

$$\begin{aligned} \text{SLNR}_k &= \frac{s_k^H \mathbf{w}_k^H \mathbf{h}_{k,\text{DL}}^H \mathbf{h}_{k,\text{DL}} \mathbf{w}_k s_k}{\sigma_n^2 \gamma + \sum_{i \neq k} s_k^H \mathbf{w}_k^H \mathbf{h}_{i,\text{DL}}^H \mathbf{h}_{i,\text{DL}} \mathbf{w}_k s_k} \quad (5a) \\ &= \frac{s_k^H \mathbf{w}_k^H \mathbf{E}_{\text{BS}}^H \mathbf{h}_{k,\text{UL}}^H \mathbf{e}_{\text{UE},kk}^H \mathbf{h}_{k,\text{UL}} \mathbf{E}_{\text{BS}} \mathbf{w}_k s_k}{\sigma_n^2 \gamma + \sum_{i \neq k} s_k^H \mathbf{w}_k^H \mathbf{E}_{\text{BS}}^H \mathbf{h}_{i,\text{UL}}^H \mathbf{e}_{\text{UE},ii}^H \mathbf{h}_{i,\text{UL}} \mathbf{E}_{\text{BS}} \mathbf{w}_k s_k} \quad (5b) \end{aligned}$$

式(5a)中的信道向量 $\mathbf{h}_{k,\text{DL}}$ 和 $\mathbf{h}_{i,\text{DL}}$ 为信道矩阵 \mathbf{H}_{DL} 的第 k 行和第 i 行。将式(3)代入式(5a)得到式(5b), 其中 $e_{\text{UE},kk}$ 和 $e_{\text{UE},ii}$ 为 \mathbf{E}_{UE} 的第 k 个和第 i 个对角线元素。通过式(5b), 我们发现 \mathbf{E}_{UE} 可当作经过预编码后等效信道组成部分。在 LTE-Advanced 的标准中, 用户可通过解调参考信号(DeModulation Reference Signal, DM-RS)估计等效信道, 并通过均衡消除其对用户信号接收的影响^[11]。所以, 本文认为 \mathbf{E}_{UE} 对大规模 MIMO 系统的下行传输无影响。同时, 通过式(5b), 我们也发现 \mathbf{E}_{BS} 会使预编码向量 \mathbf{w}_k 产生旋转, 产生额外的用户间干扰, 大幅度降低大规模 MIMO 系统的下行传输性能。例如采用迫零预编码算法, 则预编码矩阵 $\mathbf{W} = \mathbf{H}_{\text{UL}}^H (\mathbf{H}_{\text{UL}} \mathbf{H}_{\text{UL}}^H)^{-1}$ 。若不存在基站天线互易误差, 即 $\mathbf{E}_{\text{BS}} = \mathbf{I}$, 则 $\mathbf{h}_{i,\text{UL}} \mathbf{E}_{\text{BS}} \mathbf{w}_k = 0$, 用户 k 向其它用户泄漏的能量为 0。若存在基站天线互易误差, 即 $\mathbf{E}_{\text{BS}} \neq \mathbf{I}$, 则 $\mathbf{h}_{i,\text{UL}} \mathbf{E}_{\text{BS}} \mathbf{w}_k \neq 0$ (即 \mathbf{w}_k 与 $\mathbf{h}_{i,\text{UL}} \mathbf{E}_{\text{BS}}$ 不 orthogonal), 用户 k 会向其它用户泄漏能量, 造成用户间干扰。

3.2 线性鲁棒预编码设计

由于 \mathbf{E}_{UE} 对下行传输性能无影响, 所以令 $\mathbf{E}_{\text{UE}} = \mathbf{I}$ 。用户 k 的 SLNR, 即式(5b)可被改写为

$$\text{SLNR}_k = \frac{s_k^H \mathbf{w}_k^H \mathbf{E}_{\text{BS}}^H \mathbf{h}_{k,\text{UL}}^H \mathbf{h}_{k,\text{UL}} \mathbf{E}_{\text{BS}} \mathbf{w}_k s_k}{\sigma_n^2 \gamma + \sum_{i \neq k} s_k^H \mathbf{w}_k^H \mathbf{E}_{\text{BS}}^H \mathbf{h}_{i,\text{UL}}^H \mathbf{h}_{i,\text{UL}} \mathbf{E}_{\text{BS}} \mathbf{w}_k s_k} \quad (6)$$

由功率控制因子 γ 约束基站下行传输的发射功率, 则对于存在基站天线互易误差的大规模 MIMO 系统, 用户 k 的预编码向量可通过求解最优化问题式(7)获得

$$\max_{\mathbf{w}_k} \text{E} \{ \text{SLNR}_k \} \quad (7)$$

由于基站可基于导频信号获得上行信道估计, 则式(7)中的 $\mathbf{h}_{k,\text{UL}}$ 和 $\mathbf{h}_{i,\text{UL}}$ 被看作已知常量。式(7)中求均值操作针对基站天线互易误差和调制符号。由于 \mathbf{E}_{BS} 为对角阵, 令 $\tilde{\mathbf{h}}_{k,\text{UL}} = \text{diag}(\mathbf{h}_{k,\text{UL}}) \in \mathbb{C}^{N_B \times N_B}$, $\tilde{\mathbf{E}}_{\text{BS}} = [e_{\text{BS},11}, \dots, e_{\text{BS},N_B N_B}] \in \mathbb{C}^{1 \times N_B}$, 则 $\mathbf{h}_{k,\text{UL}} \mathbf{E}_{\text{BS}} = \tilde{\mathbf{E}}_{\text{BS}} \tilde{\mathbf{h}}_{k,\text{UL}}$ 。通常调制符号与预编码向量相互独立, 在此归一化调制符号功率 $\text{E}(\mathbf{s} \mathbf{s}^H) = \mathbf{I}$ 。由詹森不等式, $\text{E} \{ \text{SLNR}_k \}$ 的下界可表示为

$$\begin{aligned} & \text{E} \{ \text{SLNR}_k \} \\ & \geq \frac{\mathbf{w}_k^H \tilde{\mathbf{h}}_{k,\text{UL}}^H \text{E} \{ \tilde{\mathbf{E}}_{\text{BS}}^H \tilde{\mathbf{E}}_{\text{BS}} \} \tilde{\mathbf{h}}_{k,\text{UL}} \mathbf{w}_k}{\sigma_n^2 \text{E} \{ \gamma \} + \sum_{i \neq k} \mathbf{w}_k^H \tilde{\mathbf{h}}_{i,\text{UL}}^H \text{E} \{ \tilde{\mathbf{E}}_{\text{BS}}^H \tilde{\mathbf{E}}_{\text{BS}} \} \tilde{\mathbf{h}}_{i,\text{UL}} \mathbf{w}_k} \quad (8) \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{R}_{\text{BS}} = \text{E} \{ \tilde{\mathbf{E}}_{\text{BS}}^H \tilde{\mathbf{E}}_{\text{BS}} \}$ 为基站天线互易误差的自相关矩阵, 包括了基站天线互易误差的均值和方差。天线互易误差的统计特性, 可根据大量的实验测量样本和系统实测参数统计建模。例如, 文献[5]中将 \mathbf{E}_{BS} 中元素的幅度建模为指数均匀分布, 将其角度建模为均匀分布。本文假设基站对基站天线互易误差的统计特性已知。同时, 假设基站对各用户均分发射功率, 即各用户的预编码向量满足 $\mathbf{w}_k^H \mathbf{w}_k = \mathbf{w}_i^H \mathbf{w}_i, \forall k \neq i$ 。则 γ 的均值近似为 $\text{E} \{ \gamma \} = \sum_{k=1}^{N_M} \mathbf{w}_k^H \text{E} \{ s_k^H s_k \} \mathbf{w}_k / P_t \approx N_M \mathbf{w}_k^H \mathbf{w}_k / P_t$ 。将用户 k 平均 SLNR 的下界作为目标函数, 则式(7)的最优化问题被改写为

$$\max_{\mathbf{w}_k} \frac{\mathbf{w}_k^H \tilde{\mathbf{h}}_{k,\text{UL}}^H \mathbf{R}_{\text{BS}} \tilde{\mathbf{h}}_{k,\text{UL}} \mathbf{w}_k}{\mathbf{w}_k^H \left(\sigma_n^2 N_M / P_t + \sum_{i \neq k} \tilde{\mathbf{h}}_{i,\text{UL}}^H \mathbf{R}_{\text{BS}} \tilde{\mathbf{h}}_{i,\text{UL}} \right) \mathbf{w}_k} \quad (9)$$

其中 $\left(\sigma_n^2 N_M / P_t + \sum_{i \neq k} \tilde{\mathbf{h}}_{i,\text{UL}}^H \mathbf{R}_{\text{BS}} \tilde{\mathbf{h}}_{i,\text{UL}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{h}}_{k,\text{UL}}^H \mathbf{R}_{\text{BS}} \tilde{\mathbf{h}}_{k,\text{UL}}$ 为汉密尔顿(Hermitian)矩阵。所以式(8)中的最优化问题可转化为瑞利(Rayleigh)商的最大化问题^[12], 用户 k 的预编码向量 \mathbf{w}_k 的最优解对应该矩阵的最大特征值向量为

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{k,\text{opt}} & \sim \text{mev} \left\{ \left(\sigma_n^2 N_M / P_t + \sum_{i \neq k} \tilde{\mathbf{h}}_{i,\text{UL}}^H \mathbf{R}_{\text{BS}} \tilde{\mathbf{h}}_{i,\text{UL}} \right)^{-1} \right. \\ & \left. \cdot \tilde{\mathbf{h}}_{k,\text{UL}}^H \mathbf{R}_{\text{BS}} \tilde{\mathbf{h}}_{k,\text{UL}} \right\} \quad (10) \end{aligned}$$

其中 $\text{mev} \{ \cdot \}$ 表示取矩阵的最大特征值向量。则用户 k 的预编码向量为 $\mathbf{w}_k = \mathbf{w}_{k,\text{opt}}$ 。若不存在基站天线互易误差, 则该算法与传统的 SLNR 预编码等价^[13]。若存在基站天线互易误差, 该算法利用基站天线互易误差的统计特性, 在预编码向量处对其进行了相应的补偿, 以降低其对大规模 MIMO 系统下行传输

性能的影响。其它用户的预编码向量与用户 k 的预编码向量类似，在此不再赘述。

3.3 非线性鲁棒预编码设计

由式(6)可以发现，用户 k 的接收等效噪声功率等于 $\sigma_n^2 \gamma$ 。因此功率控制因子 $\gamma = \|\mathbf{W}\mathbf{s}\|^2 / P_t$ 的大小同样会影响用户 k 的 SLNR 的大小。 γ 越大，用户 k 的 SLNR 越小。由于基站发射功率 P_t 恒定，且预编码矩阵 \mathbf{W} 也由上一节提出的算法得到，在此可根据预编码矩阵 \mathbf{W} 对调制信号向量 \mathbf{s} 进行重新设计，从而减小 γ 。在此，本文采用矢量扰动技术将 3.2 节所设计的线性预编码扩展为非线性预编码进一步提高其性能^[14]。

根据图 2 所示，类似式(4)，用户端的接收向量 \mathbf{y}' 的表达式为

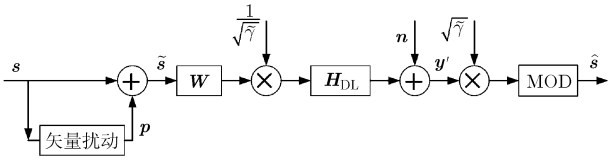


图2 基于矢量扰动的非线性鲁棒预编码

$$\begin{aligned} \mathbf{y}' &= \mathbf{H}_{DL} \frac{1}{\sqrt{\tilde{\gamma}}} \mathbf{W} \tilde{\mathbf{s}} + \mathbf{n} \\ &= \mathbf{E}_{UE} \mathbf{H}_{UL} \mathbf{E}_{BS} \frac{1}{\sqrt{\tilde{\gamma}}} \mathbf{W} (\mathbf{s} + \mathbf{p}) + \mathbf{n} \end{aligned} \quad (11)$$

矢量扰动通过对调制信号向量 \mathbf{s} 叠加扰动向量 \mathbf{p} 减小 γ 的取值。换句话说而言， $\tilde{\gamma} = \|\mathbf{W}\tilde{\mathbf{s}}\|^2 / P_t = \|\mathbf{W}(\mathbf{s} + \mathbf{p})\|^2 / P_t$ ，矢量扰动使 $\tilde{\gamma} \leq \gamma$ ，从而达到提高用户 SLNR 的目的。扰动向量 $\mathbf{p} = \tau \mathbf{l}$ ，其中 τ 为实数， \mathbf{l} 为复整数向量。通常 $\tau = 2(|c|_{\max} + \Delta/2)$ ，其中 $|c|_{\max}$ 为调制信号星座点最大幅度的绝对值， Δ 为相邻调制信号星座点间的距离。例如若采用 QPSK 调制，调制信号星座点集 $\text{Co} = \{\pm 1 \pm 1j\}$ ，则 $|c|_{\max} = 1$ ， $\Delta = 2$ ， $\tau = 4$ 。根据扰动向量 \mathbf{p} 的结构，对 $\tilde{\mathbf{s}}$ 的实部和虚部进行取模操作 ($\text{MOD}(\tilde{\mathbf{s}}) = \tilde{\mathbf{s}} - \lfloor (\tilde{\mathbf{s}} + (\tau/2)) / \tau \rfloor \tau = \mathbf{s}$ ，其中 $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整) 消除扰动向量 \mathbf{p} 。取模操作可以完全消除。同理，用户通过取模，也可在接收端消除扰动向量 \mathbf{p} ^[14]。

根据式(10)，我们可算出各用户的预编码向量，从而获得整个预编码矩阵 $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_k, \dots]$ 。由于基站发射功率 P_t 恒定，预编码矩阵 \mathbf{W} 已知，扰动向量 \mathbf{p} 的最优值通过式(12)获得。

$$\mathbf{p}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{p} \in \tau \mathcal{Z}^{NM}} \|\mathbf{W}(\mathbf{s} + \mathbf{p})\|^2 \quad (12)$$

由于扰动向量为 $\mathbf{p}_{\text{opt}} = \tau \mathbf{l}_{\text{opt}}$ ，则扰动向量 \mathbf{p} 最优值的求解问题是基于 $2N_M$ 维整数网格的最小二乘问

题。该问题是 NP-hard 问题，需进行搜索求解，求解复杂度随大规模 MIMO 系统的用户数 NM 的增加而指数增加，其时间复杂度为 $O(e^{2NM})$ ^[14]。

在实际的大规模 MIMO 系统中，扰动矢量求解的复杂度会成为实现该非线性鲁棒预编码的主要障碍。在此，本文引入栅格理论和减格辅助技术 (Lattice Reduction Aid, LRA) 降低上述扰动矢量求解的复杂度。针对某栅格寻找其相对短且几乎正交的基 (缩减基) 的过程被称为栅格基缩减，即为 LRA 技术^[15]。当栅格的基向量近似正交时，则可以通过栅格理论中的最近点取整近似 (closest-point approximation) 获得式(13)问题的近似解，而避免高复杂度的搜索求解^[15]。作为一种数学方法，LRA 技术已有较多成熟算法。较为常用的 LRA 算法是 Lenstra A K, Lenstra H W 和 Lovász L 在 1982 年提出的 LLL 减格算法^[16]。本文基于 LLL 减格算法基本思想，求解式(12)中的扰动矢量 \mathbf{p} 近似值。该扰动矢量 \mathbf{p} 近似值求解算法如表 1 所示。

表 1 中所示算法直接对复数矩阵进行操作。上述伪代码中， δ 为判断条件参数，若取 $1/4 < \delta \leq 1$ 范围中的任意值，其对 LLL 减格算法的性能无影响^[16]。本文令其取值为 $3/4$ 。 $\langle x \rangle$ 表示对 x 取整操作，即取最接近 x 的整数，若 x 为复数则对 x 的实部和虚部分别取整。 $Q_{\tau \mathcal{Z}}(\mathbf{x}) = [\langle x_1 / \tau \rangle, \dots, \langle x_k / \tau \rangle, \dots]^T$ 。 $\mathbf{W}(:, k)$ 表示矩阵 \mathbf{W} 的第 k 列。由表 1 所示，经参数初始化后，该算法通过 while 循环实现了对预编码矩阵 \mathbf{W}

表1 扰动矢量近似求解

输入：预编码矩阵 \mathbf{W} ，调制符号向量 \mathbf{s} ，参数 τ ，参数 δ 。

输出：近似扰动矢量 \mathbf{p}_{ap} 。

步骤 1 初始化： $\mathbf{W}_{LR} = \mathbf{W}$ ； $\mathbf{T} = \mathbf{I}$ ； $k = 2$ ；

步骤 2 迭代：

while ($k < N_M$)

for $i = 1 : k - 1$

$$\mu_{ki} = \mathbf{W}(:, k)^H \mathbf{W}_{LR}(:, i) / \|\mathbf{W}_{LR}(:, i)\|^2;$$

$$\mathbf{W}_{LR}(:, k) = \mathbf{W}(:, k) - \langle \mu_{ki} \rangle \mathbf{W}_{LR}(:, i);$$

$$\mathbf{T}(:, k) = \mathbf{T}(:, k) - \langle \mu_{ki} \rangle \mathbf{T}(:, i);$$

end

If ($k > 1$ 并且 $\delta \times \|\mathbf{W}_{LR}(:, k-1)\|^2 > \|\mathbf{W}_{LR}(:, k)\|^2$)

交换 $\mathbf{W}(:, k-1)$ 和 $\mathbf{W}(:, k)$ 的位置；交换

$\mathbf{T}(:, k-1)$ 和 $\mathbf{T}(:, k)$ 的位置；

$k = \max(k-1, 2)$ ；

else

$k = k + 1$ ；

end

end

步骤 3 扰动矢量近似： $\mathbf{p}_{\text{ap}} \approx -\mathbf{T} Q_{\tau \mathcal{Z}}(\mathbf{T}^{-1} \mathbf{s})$ 。

的栅格基缩减,最终获得矩阵 \mathbf{W}_{LR} 和矩阵 \mathbf{T} 。矩阵 \mathbf{T} 为幺模矩阵,其元素为复整数。矩阵 \mathbf{W}_{LR} 相较于预编码矩阵 \mathbf{W} ,列向量长度相对短,列向量之间近似正交,且 $\mathbf{W} = \mathbf{W}_{LR}\mathbf{T}^{-1}$ 。此时,式(12)的最优解 \mathbf{p}_{opt} 可以近似表示为

$$\mathbf{p}_{opt} \approx -\tau\mathbf{T}Q_Z\left(\frac{1}{\tau}\mathbf{W}_{LR}^{-1}\mathbf{W}\mathbf{s}\right) \quad (13)$$

其中 $Q_Z(\mathbf{x}) = [\langle x_1 \rangle, \dots, \langle x_k \rangle, \dots]^T$ 。由于扰动矢量 $\mathbf{p} = \tau\mathbf{l}$, 则 $\mathbf{l}_{opt} \approx -\mathbf{T}Q_Z(\tau^{-1}\mathbf{W}_{LR}^{-1}\mathbf{W}\mathbf{s})$ 。由于 $\mathbf{W} = \mathbf{W}_{LR}\mathbf{T}^{-1}$, 代入到式(13)中, 则得到表 1 中对扰动矢量 \mathbf{p} 的近似表达式 $\mathbf{p}_{ap} \approx -\mathbf{T}Q_{\tau Z}(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{s})$ 。尽管 \mathbf{p}_{ap} 不是式(12)的最优解,但其求解复杂度远远低于最优解的求解复杂度。根据文献[17],对于 $m \times n$ 的矩阵,LLL 减格算法的时间复杂度为 $O(mn^3)$ 。所以,通过 LRA 技术,可以将扰动矢量求解的时间复杂度由 $O(e^{2N_M})$ 降低到 $O(N_B N_M^3)$ 。则基于 LRA 技术的非线性鲁棒预编码更适用于大规模 MIMO 系统。同时 \mathbf{p}_{ap} 仍能保证 $E(\tilde{\gamma}) \leq E(\gamma)$ 。

4 计算机仿真及结果分析

本章通过计算机仿真验证本文所提出的线性鲁棒预编码以及非线性鲁棒预编码的性能。假设基站天线数 $N_B = 4$, 用户数 $N_M = 4$ 。基站与用户间的空中信道 \mathbf{H} 为瑞利衰落(Rayleigh fading)信道。假设上行信道 $\mathbf{H}_{UL} = \mathbf{H}$ 。忽略用户天线互易误差(即 $\mathbf{E}_{UE} = \mathbf{I}$),同时令基站天线互易误差矩阵 \mathbf{E}_{BS} 为对角阵,其对角线元素相互独立且同分布。各对角元素的幅度服从均匀分布 $U(-A, A)$, 其中 A 的单位为 dB。各对角元素的相位服从均匀分布 $U(-\theta, \theta)$, 其中 θ 的单位为度($^\circ$)。根据式(3),下行信道 $\mathbf{H}_{DL} = \mathbf{H}\mathbf{E}_{BS}$ 。在仿真中,各用户均采用 QPSK 调制方式。

假设上行信道 \mathbf{H}_{UL} 和基站天线互易误差的自相关矩阵 \mathbf{R}_{BS} 理想已知,则仿真可以根据第 3 节所述的 3 种鲁棒预编码算法计算出对应的预编码向量和预编码矩阵 \mathbf{W} 。经过下行信道 \mathbf{H}_{DL} 和噪声叠加 \mathbf{n} , 由式(4)和式(11),用户 k 的信干噪比 $SINR_k$ 可表示为

$$SINR_k = \frac{s_k^H \mathbf{w}_k^H \mathbf{h}_{k,DL}^H \mathbf{h}_{k,DL} \mathbf{w}_k s_k}{\sigma_n^2 \times (\gamma \text{ 或 } \tilde{\gamma}) + \sum_{i \neq k} s_i^H \mathbf{w}_i^H \mathbf{h}_{i,DL}^H \mathbf{h}_{i,DL} \mathbf{w}_i s_i} \quad (14)$$

其中 γ 对应线性鲁棒预编码, $\tilde{\gamma}$ 对应非线性鲁棒预编码。则大规模 MIMO 系统在基站天线互易误差条件下的下行传输可达和速率表示为 $Ra = \sum_{k=1}^{N_M} \log_2(1 + SINR_k)$ 。

定义信噪比(Signal to Noise Ratio, SNR) $\rho = (P_t / \sigma_n^2)$, 表示基站发射信号功率和用户接收噪声功率的比值。通常在仿真中需归一化基站发射信号功率(即令 $P_t = 1$), 则 $\rho = (1 / \sigma_n^2)$ 。此时, SNR 的本质为用户接收噪声功率的倒数。则图 3, 图 5, 图 7 和图 8 的横坐标 SNR 代表仿真中不同大小的用户接收噪声功率。SNR 越小表示仿真中用户接收噪声功率越大, SNR 越大表示仿真中用户接收噪声功率越小。图 3 和图 5 分别表示当 $A=2$ dB, $\theta = 20^\circ$ 时和当 $A=3$ dB, $\theta = 30^\circ$ 时,各预编码算法的平均可达和速率随 SNR 变化的曲线。其中,曲线理想 CSI 条件下 ZF 预编码和曲线理想 CSI 条件下 SLNR 预编码分别表示不存在基站天线互易误差条件下的 ZF 和 SLNR 预编码算法的平均可达和速率。曲线 ZF 预编码和曲线 SLNR 预编码分别表示存在基站天线互易误差条件下的 ZF 和 SLNR 预编码的平均可达和速率。可见,基站天线互易误差的存在会大幅降低 ZF 和 SLNR 预编码的平均可达和速率。同时,在基站天线互易误差的存在时,本文所设计的

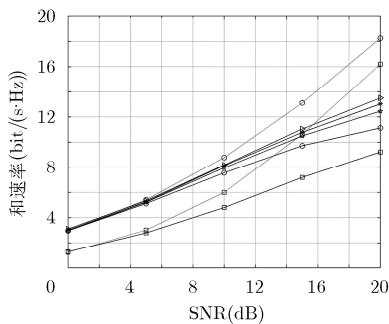


图 3 $A=2$ dB, $\theta = 20^\circ$ 预编码算法平均可达和速率

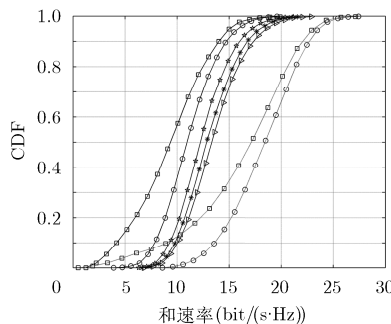


图 4 $A=2$ dB, $\theta = 20^\circ$, $\rho=20$ dB, 预编码算法可达和速率 CDF

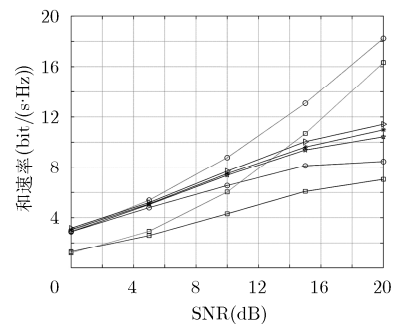


图 5 $A=3$ dB, $\theta = 30^\circ$ 预编码算法平均可达和速率

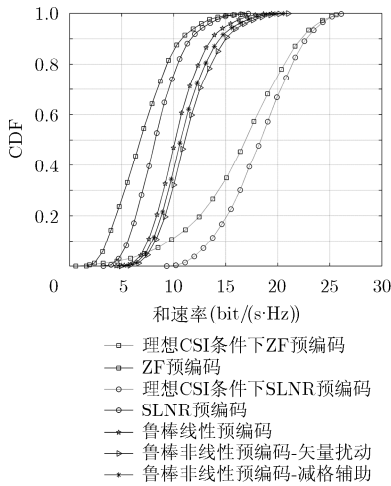


图 6 $A=3$ dB, $\theta = 30^\circ$, $\rho=20$ dB, 预编码算法可达和速率 CDF

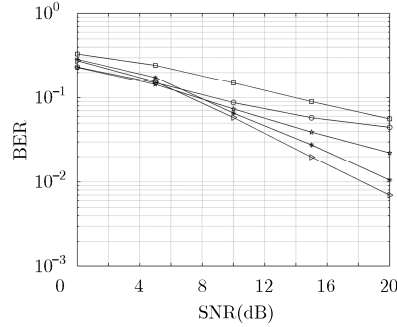


图 7 $A=2$ dB, $\theta = 20^\circ$ 预编码算法误码率

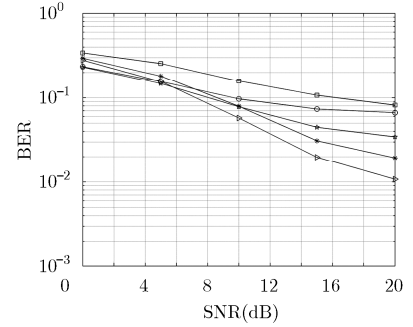


图 8 $A=3$ dB, $\theta = 30^\circ$ 预编码算法误码率

线性鲁棒预编码，基于矢量扰动的非线性鲁棒预编码和基于减格辅助的非线性鲁棒预编码均能取得比传统的 ZF 预编码和 SLNR 预编码更好的平均可达和速率。

图 4 和图 6 分别表示当 $A=2$ dB, $\theta = 20^\circ$ 和 $A=3$ dB, $\theta = 30^\circ$ 时，同时 $\rho = 20$ dB，各预编码算法可达和速率的积累分布函数 (Cumulative Distribution Function, CDF) 曲线。当 $A=2$ dB, $\theta = 20^\circ$ 时，线性鲁棒预编码能获得相对于 SLNR 预编码高 1.5 bit/(s·Hz) 的平均可达和速率。当 $A=2$ dB, $\theta = 20^\circ$ 时，线性鲁棒预编码能获得相对于 SLNR 预编码高 2 bit/(s·Hz) 的平均可达和速率。所以尽管随基站天线互易误差增大，所有预编码算法的性能均下降，但本文所设计的线性和非线性鲁棒预编码相较于传统的 ZF 和 SLNR 的性能下降的幅度更小。同时，在基站天线互易误差存在时，由于非线性鲁棒预编码减小了等效噪声的功率，所以能取得比线性鲁棒预编码更好的性能。由于 LRA 技术对扰动矢量进行了近似求解，基于 LRA 技术的非线性鲁棒预编码相较于基于搜索的非线性鲁棒预编码有一定的性能损失。但基于 LRA 技术的非线性鲁棒预编码的可达和速率仍然高于线性鲁棒预编码。

根据图 2 所示的下行传输流程，通过仿真，我们可以得到当无信道编码，采用 QPSK 调制，并存在基站天线互易误差时，各预编码算法的误码率。图 7 和图 8 分别表示当 $A=2$ dB, $\theta = 20^\circ$ 和 $A=3$ dB, $\theta = 30^\circ$ 时各预编码算法的误码率曲线。当信噪比较低时，由于非线性鲁棒预编码的非线性操作造成的取模损失(module loss)和功率损失(power lose)^[14]，所以非线性鲁棒预编码的误码率会略高于线性鲁棒预编码和传统 SLNR 预编码的误码率。当信噪比较高

时，图 7 和图 8 的仿真结果和前文的性能分析结果保持一致，随信噪比的增加，非线性鲁棒预编码的误码率比线性鲁棒预编码的误码率下降得更快。

5 结束语

对于采用大规模 MIMO 技术的 TDD 系统，基站天线的互易误差会破坏上下行信道互易特性，大幅降低传统预编码算法下行传输性能。由于实际系统难以完全消除天线互易误差，本文以最大化各用户平均 SLNR 为目标，利用天线互易误差的统计特征，设计了对该误差具有鲁棒性的线性预编码算法。同时为了进一步降低用户接收端的等效噪声功率，本文还将该线性鲁棒预编码算法扩展为基于矢量扰动的非线性鲁棒预编码算法，并通过 LRA 技术降低其扰动矢量求解复杂度，使其更适用于大规模 MIMO 系统应用。计算机仿真结果表明当基站天线互易误差存在时，本文所设计的线性和非线性鲁棒预编码能获得较传统的 ZF 和 SLNR 预编码算法更好的下行传输性能，对基站天线互易误差具有一定的鲁棒性。

参考文献

- [1] Larsson E G, Tufvesson F, Edfors O, *et al.* Massive MIMO for next generation wireless systems[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2014, 52(2): 186-195.
- [2] Hoydis J, Ten Brink S, and Debbah M. Massive MIMO in the UL/DL of cellular networks: how many antennas do we need [J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2013, 31(2): 160-171.
- [3] Lu L, Li G, Swindlehurst A, *et al.* An overview of massive MIMO: benefits and challenges[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2014, 8(5): 742-758.

- [4] Rusek F, Persson D, Buon Kiong Lau, *et al.*. Scaling up MIMO: opportunities and challenges with very large arrays [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, 30(1): 40–60.
- [5] Alcatel-Lucent. Channel reciprocity modeling and performance evaluation, R1-100426[R]. 3GPP TSG RAN WG1 59 meeting, Valencia, 2012.
- [6] Huang Fan, Wang Ya-feng, and Geng Jian. Antenna mismatch and calibration problem in coordinated multi-point transmission system[J]. *IET Communications*, 2012, 6(3): 289–299.
- [7] Björnson E, Hoydis J, Kountouris M, *et al.*. Massive MIMO systems with non-ideal hardware: energy efficiency, estimation, and capacity limits[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2014, 48(3): 126–139.
- [8] Shepard C, Yu H, Li E, *et al.*. Argos: practical many-antenna base stations[C]. Proceedings of the 18th Annual International Conference on Mobile Computing and Networking, New York, USA, 2012: 53–64.
- [9] Rogalin R, Bursalioglu O Y, Papadopoulos H C, *et al.*. Hardware-impairment compensation for enabling distributed large-scale MIMO[C]. 2013 Information Theory and Applications Workshop (ITA), San Diego, USA, 2013: 1–10 .
- [10] 王海荣, 王玉辉, 黄永明, 等. 大规模 MIMO 多小区 TDD 系统中的导频污染减轻方法[J]. 信号处理, 2013(2): 171–180. Wang Hai-rong, Wang Yu-hui, Huang Yong-ming, *et al.*. Pilot contamination reduction in very large MIMO multi-cell TDD systems[J]. *Journal of Signal Processing*, 2013(2): 171–180.
- [11] 3GPP, TS 36.211. Physical channels and modulation[S]. 2010.
- [12] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 528–538. Zhang Xian-da. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 528–538.
- [13] Sadek M and Aissa S. Leakage based precoding for multi-user MIMO-OFDM systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(8): 2428–2433.
- [14] Maurer J, Jaldén J, Seethaler D, *et al.*. Vector perturbation precoding revisited[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(1): 315–328.
- [15] Conway J H and Sloane N J A. Sphere Packings, Lattices and Groups[M]. 3rd Edition, New York, Springer-Verlag, 1999: 206–238.
- [16] Lenstra A K, Lenstra H W, and Lovász L. Factoring polynomials with rational coefficients[J]. *Mathematische Annalen*, 1982, 261(4): 515–534.
- [17] Hassibi B and Vikalo H. On the expected complexity of integer least-squares problems[C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech (ICASSP), Orlando, USA, 2002: 1497–1500.
- 顾浙骐: 男, 1984 年生, 博士, 研究方向为协作通信、预编码、信道互易性.
- 魏 宁: 男, 1979 年生, 副教授, 博士, 研究方向为无线通信、空时编码.
- 张忠培: 男, 1967 年生, 教授, 博士生导师, 博士, 研究方向为无线通信、信道编码.