

## 基于半实值 Capon 的高效波达方向估计算法

闫锋刚<sup>①</sup> 王 军\*<sup>①</sup> 沈 毅<sup>②</sup> 金 铭<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(哈尔滨工业大学(威海)信息与电气工程学院 威海 264209)

<sup>②</sup>(哈尔滨工业大学航天学院 哈尔滨 150001)

**摘 要:** 子空间类超分辨波达方向(DOA)估计算法需预先估计信号个数,当信号个数估计错误时,其性能会严重下降。该文提出一种新颖的半实值 Capon(SRV-Capon)DOA 估计算法。该算法继承了 Capon 算法无需信号个数估计的优点并克服了现存实值算法仅适用于中心对称阵列(CSA)的缺点。相比于 Capon 算法,SRV-Capon 仅利用阵列接收数据协方差矩阵的实部求逆构建空间谱函数,实现了谱值计算的半实值化并将谱搜索的范围压缩至原来的一半,从而至少降低约 75%的计算量。理论分析和仿真实验证明了该算法的有效性。

**关键词:** 波达方向估计; 信号个数; 半实值 Capon; 任意阵列结构

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2015)04-0811-06

DOI: 10.11999/JEIT141034

## Efficient Direction-of-arrival Estimation Based on Semi-real-valued Capon

Yan Feng-gang<sup>①</sup> Wang Jun<sup>①</sup> Shen Yi<sup>②</sup> Jin Ming<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(School of Information and Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology at Weihai, Weihai 264209, China)

<sup>②</sup>(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** Subspace based Direction-Of-Arrival (DOA) estimators require usually the number of sources to be known in advance. If the number of sources is incorrectly estimated, the performance of those methods is able to deteriorate significantly. This paper presents a novel efficient Semi-Real-Valued Capon (SRV-Capon) algorithm for DOA estimation with unknown number of signals. Compared with state-of-the-art real-valued techniques suitable for only Centro-Symmetrical Arrays (CSAs), the proposed method can be used with arbitrary arrays. Unlike conventional Capon with heavy complex computations, SRV-Capon exploits only the real part of the array output covariance matrix, leading to a real-valued spectral search over only half of the total angular field-of-view, which hence reduces about 75% computational complexity. Theoretical analysis and simulations demonstrate the effectiveness of the proposed approach.

**Key words:** Direction-Of-Arrival (DOA) estimation; Signal number; Semi-Real-Valued Capon (SRV-Capon); Arbitrary array configuration

### 1 引言

以多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)<sup>[1]</sup>和旋转不变子空间(Estimate Signal Parameters via Rotational Invariance Technique, ESPRIT)<sup>[2]</sup>为代表的子空间类算法是信号波达方向(Direction-Of-Arrival, DOA)估计的最重要方法之一。这类算法根据已知信号个数,利用信号子空间和噪声子空间之间的正交性估

计 DOA<sup>[3-5]</sup>。由于信号子空间和噪声子空间在无噪模型下是完全正交的,因此子空间类算法理论上可对无限靠近的两个目标实现分辨。

虽然子空间类算法具有优良超分辨估计性能,但它们几乎均需已知信号个数作为先验信息。通常,信号个数可通过信息论准则<sup>[6]</sup>、功率估计<sup>[7]</sup>、声矢量传感器法<sup>[8]</sup>、杰克利弗重采样<sup>[9]</sup>等技术估计得到。但是,上述算法受噪声模型、快拍数及信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)的影响,会出现信号个数估计错误的现象,进而使得子空间类算法的估计性能严重下降,甚至无法正常工作<sup>[10]</sup>。

为了避免信号个数估计, Capon 提出了最小方差谱估计算法(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)<sup>[11]</sup>。该算法需要对阵列输出协方

2014-08-01 收到, 2015-01-20 改回

山东省自然科学基金(ZR2014FQ003)和哈尔滨工业大学(威海)校科学研究基金(HIT(WH)201411)资助课题

\*通信作者: 王军 hitwangjun@126.com

差矩阵(Array Output Covariance Matrix, AOCM)求逆,同时以复数运算计算空间谱值,计算量异常庞大。虽然近年来产生了实值酉变换 Capon<sup>[12]</sup>、类多重信号分类(MUSIC-Like)<sup>[13]</sup>等各种无需信号个数估计的新算法,但这些算法或需假定特殊的中心对称阵(Centro-Symmetrical Array, CSA)结构,或仍以复数运算估计 DOA,难以在阵列结构的普适性和算法的高效性之间取得兼容<sup>[14]</sup>。

本文在分析 Capon 算法的基础上,提出了一种适用于任意阵列结构的半实值 Capon(Semi-Real-Valued Capon, SRV-Capon)算法。相比于经典 Capon 算法,SRV-Capon 只需对 AOCM 实部(Real part of AOCM, R-AOCM)求逆,并且缩小了一半的空间谱搜索范围,因而至少降低了约 75%的计算量。理论分析和仿真实验表明:SRV-Capon 算法不需要信号个数估计,同时在小快拍数下表现出优于 Capon 算法的估计性能。

## 2 信号模型及相关算法

### 2.1 信号模型

设  $xoy$  平面上由  $M$  个阵元组成的线阵各通道独立且附加加性高斯白噪声(AGWN),设空间有  $K$  个信号,定义 DOA 为信号来向与阵列法线的夹角  $\theta$ ,则阵列一次快拍接收数据可表示为<sup>[1-5]</sup>

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  是接收数据向量,  $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{C}^{K \times 1}$  是信号向量,  $\mathbf{n}(t) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  是 AGWN 向量,  $\mathbf{A}(\theta) \in \mathbb{C}^{M \times K}$  是导向矢量矩阵且导向矢量  $\mathbf{a}(\theta_k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  定义为

$$\mathbf{a}(\theta_k) = [e^{-jx_1\omega}, e^{-jx_2\omega}, \dots, e^{-jx_M\omega}], \quad k \in [1, K] \quad (2)$$

其中,  $\omega \triangleq 2\pi \sin \theta_k / \lambda$ ,  $x_i (i = 1, 2, \dots, M)$  是第  $i$  个阵元坐标,  $\lambda$  是中心波长,  $j \triangleq (-1)^{1/2}$ 。ACOM 定义为

$$\mathbf{R} \triangleq \sum_{l=1}^L \sigma_l^2 \mathbf{a}(\theta_l) \mathbf{a}^H(\theta_l) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \quad (3)$$

其中,  $\sigma_k^2, k \in [1, K]$  和  $\sigma_n^2$  分别为第  $k$  个信号和 AGWN 的功率。当信号个数  $K$  先验已知或被估计已知时,可对  $\mathbf{R}$  进行如下所示的特征值分解(EigenValue Decomposition, EVD):

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \sum_{k=1}^K \xi_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^H + \sigma_n^2 \sum_{k=1}^{M-K} \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^H \\ &\triangleq \mathbf{S} \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{S}^H + \mathbf{G} \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{G}^H \end{aligned} \quad (4)$$

式中,  $\xi_k, k \in [1, K]$  和  $\sigma_n^2$  分别为  $\mathbf{R}$  的  $K$  个大特征值及 AGWN 的功率,  $\mathbf{u}_k$  和  $\mathbf{v}_k$  分别为  $\xi_k$  和  $\sigma_n^2$  对应的特征矢量,  $\mathbf{\Lambda}_s$  和  $\mathbf{\Lambda}_n$  是分别以  $\xi_k, k \in [1, K]$  和  $\sigma_n^2$  为对角元素的对角矩阵。由矩阵

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{S} &\triangleq [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_K] \\ \mathbf{G} &\triangleq [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{M-K}] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

的列向量分别张成的子空间  $\text{span}(\mathbf{S})$  和  $\text{span}(\mathbf{G})$  分别称为信号子空间和噪声子空间。实际中,受 AGWN 的影响,可利用  $L$  快拍接收数据得到估计值  $\hat{\mathbf{R}}$ :

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}(l) \mathbf{x}^H(l) \quad (6)$$

### 2.2 MUSIC 算法

根据子空间正交性, MUSIC 算法构造空间谱:

$$f_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \hat{\mathbf{G}} \hat{\mathbf{G}}^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (7)$$

并在  $[-\pi/2, \pi/2]$  搜索使得  $f_{\text{MUSIC}}(\theta)$  出现极大值的  $K$  个入射角,它们即为信号 DOA。MUSIC 算法的最大优点是分辨率高,能适用于任意阵列结构,但其需要先验已知信号  $K$ ,当  $K$  估计错误时, MUSIC 算法的性能会严重下降,甚至无法工作<sup>[10]</sup>。

### 2.3 Capon 算法

为了避免信号个数估计, Capon 在波束形成的框架下,建议在 DOA 方向保持阵列增益不变,通过抑制噪声和干扰信号使得阵列输出功率最小化<sup>[11]</sup>,从而提出了如式(8)的优化问题:

$$\min \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}, \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \quad (8)$$

利用 Lagrange 乘子法易求得式(8)的最优权矢量为  $\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta) / \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}(\theta)$ ,进而可得

$$f_{\text{Capon}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (9)$$

的 Capon 空间谱。搜索  $[-\pi/2, \pi/2]$ ,使  $f_{\text{Capon}}(\theta)$  出现极大值的角  $\theta$  即为 DOA。

## 3 SRV-Capon 算法

由上述分析可见:作为超分辨算法的典型代表, MUSIC 需估计信源数目并对 AOCM 进行 EVD,而且该算法对快拍数的要求远超 Capon<sup>[15]</sup>。Capon 直接利用逆 AOCM 估计 DOA,有效解决了子空间类算法因信号个数估计而引起的性能下降问题,但该算法不具有超分辨性能,其对靠近目标的分辨能力较差。另外, MUSIC 和 Capon 均需在角度空间进行遍历搜索,因而计算量均很大。为了结合二者的优点,文献[15]提出了一种  $m$ -Capon 算法,但其包含 AOCM 的高阶幂运算,计算量相比于 Capon 显著增加。

由于  $\mathbf{a}(\theta) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ ,  $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{M \times (M-K)}$  且  $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ ,故 MUSIC 算法和 Capon 算法中的所有运算都是基于复数操作完成的。众所周知,一次复值运算包含

了4次实值运算，因此实值运算相比于复值运算可节省约75%的计算量。如果能够利用实值或半实值运算代替Capon算法中的复值运算，则能明显提高算法的计算效率，这正是SRV-Capon算法的出发点。

因为信号子空间和噪声子空间互补正交，所以有  $\mathbf{S}_s \mathbf{S}_s^H + \mathbf{G} \mathbf{G}^H = \mathbf{I}_M$ ,  $\mathbf{S}^H \mathbf{S}_s = \mathbf{I}_K$ ,  $\mathbf{G}^H \mathbf{G}_s = \mathbf{I}_{M-K}$  以及  $\mathbf{S}^H \mathbf{G} = \mathbf{0}$ 。由此，容易验证：

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^{-1} &= \mathbf{S} \mathbf{A}_s^{-1} \mathbf{S}^H + \sigma_n^{-2} \mathbf{G} \mathbf{G}^H \\ &\triangleq \sigma_n^{-2} (\mathbf{S} \mathbf{B}_{\text{SNR}} \mathbf{S}^H + \mathbf{G} \mathbf{G}^H) \end{aligned} \quad (10)$$

其中，对角矩阵  $\mathbf{B}_{\text{SNR}}$  定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{\text{SNR}} &\triangleq \sigma_n^2 \mathbf{A}_s^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_n^2 / \xi_1 & \dots & & \\ \vdots & \ddots & & \\ & & \dots & \sigma_n^2 / \xi_K \end{bmatrix} \\ &\triangleq \begin{bmatrix} \text{SNR}_1^{-1} & \dots & & \\ \vdots & \ddots & & \\ & & \dots & \text{SNR}_K^{-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\text{SNR}_k \triangleq \xi_k / \sigma_n^2$  为第  $k$  ( $k \in [1, K]$ ) 个辐射源的信噪比。高信噪比 ( $\text{SNR} \gg 1$ ) 下， $\mathbf{B}_{\text{SNR}} \approx \mathbf{0}$ ，从而有

$$\mathbf{R}^{-1} \Big|_{\text{SNR} \gg 1} \approx \sigma_n^{-2} \mathbf{G} \mathbf{G}^H \quad (12)$$

由式(7)，式(9)及式(12)可知Capon算法和MUSIC算法存在关系：

$$f_{\text{Capon}}(\theta) \Big|_{\text{SNR} \gg 1} \approx \sigma_n^2 f_{\text{MUSIC}}(\theta) \quad (13)$$

现在，考虑R-AOCM逆。利用Woodbury公式<sup>[16]</sup>：

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1})^{-1} \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1} \quad (14)$$

可得

$$\begin{aligned} \text{Re}^{-1}(\mathbf{R}) &= 2(\mathbf{R} + \mathbf{R}^*)^{-1} \\ &= 2\mathbf{R}^{-1} - 2\mathbf{R}^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{R}^* \mathbf{R}^{-1})^{-1} \mathbf{R}^* \mathbf{R}^{-1} \end{aligned} \quad (15)$$

由式(12)和式(15)可知在高信噪比下，有

$$\begin{aligned} \text{Re}^{-1}(\mathbf{R}) \Big|_{\text{SNR} \gg 1} &\approx 2\sigma_n^{-2} \mathbf{G} \mathbf{G}^H - 2\mathbf{D} \mathbf{G} \mathbf{G}^H \\ &= 2(\sigma_n^{-2} \mathbf{I} - \mathbf{D}) \mathbf{G} \mathbf{G}^H \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\mathbf{D} \triangleq \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{R}^* \mathbf{R}^{-1})^{-1} \mathbf{R}^* \quad (17)$$

式(17)表明：在高信噪比下，矩阵  $\text{Re}^{-1}(\mathbf{R})$  的每一列均是矩阵  $\mathbf{G} \mathbf{G}^H$  列的线性组合。注意到  $\mathbf{G} \mathbf{G}^H$  是子空间  $\text{span}(\mathbf{G})$  的投影矩阵，因而必定有

$$\text{span}[\text{Re}^{-1}(\mathbf{R})] \Big|_{\text{SNR} \gg 1} \in \text{span}(\mathbf{G}) \quad (18)$$

注意到式(15)中  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{R}^*$  顺序可交换，因此，

$$\begin{aligned} \text{Re}^{-1}(\mathbf{R}) &= 2(\mathbf{R}^* + \mathbf{R})^{-1} \\ &= 2\mathbf{R}^* - 2\mathbf{R}^* (\mathbf{I} + \mathbf{R} \mathbf{R}^*)^{-1} \mathbf{R} \mathbf{R}^* \end{aligned} \quad (19)$$

其中， $\mathbf{R}^{-*} \triangleq (\mathbf{R}^*)^{-1}$ 。

由式(12)和式(19)知在高信噪比下，亦有

$$\begin{aligned} \text{Re}^{-1}(\mathbf{R}) \Big|_{\text{SNR} \gg 1} &\approx 2\sigma_n^{-2} \mathbf{G}^* \mathbf{G}^T - 2\mathbf{D}^* \mathbf{G}^* \mathbf{G}^T \\ &= 2(\sigma_n^{-2} \mathbf{I} - \mathbf{D}^*) \mathbf{G}^* \mathbf{G}^T \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)表明：在高信噪比下，矩阵  $\text{Re}^{-1}(\mathbf{R})$  的每一列均是矩阵  $\mathbf{G}^* \mathbf{G}^T$  所有列的线性组合。同样注意到矩阵  $\mathbf{G}^* \mathbf{G}^T$  是子空间  $\text{span}(\mathbf{G}^*)$  的投影矩阵，因而必定有

$$\text{span}[\text{Re}^{-1}(\mathbf{R})] \Big|_{\text{SNR} \gg 1} \in \text{span}(\mathbf{G}^*) \quad (21)$$

联立式(18)和式(21)，可得

$$\text{span}[\text{Re}^{-1}(\mathbf{R})] \Big|_{\text{SNR} \gg 1} \in \text{span}(\mathbf{G}) \cap \text{span}(\mathbf{G}^*) \quad (22)$$

据式(20)可定义如下所示的SRV-Capon空间谱：

$$f_{\text{SRV-Capon}}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \text{Re}^{-1}(\mathbf{R}) \mathbf{a}(\theta)} \quad (23)$$

由于  $\mathbf{a}(\theta) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  而  $\text{Re}^{-1}(\mathbf{R}) \in \mathbb{R}^{M \times M}$ ，故SRV-Capon空间谱值的计算包含了复数和实数的混合运算，本文不妨将这种混合运算称为半实值运算。根据子空间正交性及式(22)不难理解：在信号波达方向  $\theta_k, k \in [1, K]$  处有  $f_{\text{SRV-Capon}}(\theta_k) = \infty$ 。另一方面，由于  $\text{Re}^{-1}(\mathbf{R}) \in \mathbb{R}^{M \times M}$ ，故在波达角  $\theta_k, k \in [1, K]$  的对称方向  $-\theta_k, k \in [1, K]$  处亦有  $f_{\text{SRV-Capon}}(\theta_k) = \infty$ 。因此，SRV-Capon空间谱能够在波达角  $\theta_k, k \in [1, K]$  及其对称角  $-\theta_k, k \in [1, K]$  处同时产生谱峰。SRV-Capon的这种谱峰对称性使我们可将空间谱峰搜索范围从整个空间谱压缩至半谱范围内，从而提高算法的计算效率。由于SRV-Capon在左半谱或右半谱内会分别产生  $K$  个空间谱峰，因此SRV-Capon同样无需进行信号个数估计。

SRV-Capon空间谱的上述特性使得本文可以借助高效半实值运算快速估计信号DOA，这就是本文提出的SRV-Capon算法，其实施步骤如表1所示。

由表1中的实施步骤可见：SRV-Capon算法先

表1 SRV-Capon算法

输入：	$L$ 快拍阵列接收数据 $\mathbf{x}(t), t = 1, 2, \dots, L$ 。
步骤1	根据式(6)计算AOCM估计值 $\hat{\mathbf{R}}$ ；
步骤2	利用 $\hat{\mathbf{R}}$ 实部 $\text{Re}(\hat{\mathbf{R}})$ 依式(23)构造 $f_{\text{SRV-Capon}}(\theta)$ ，并在 $[-\pi/2, 0]$ 或 $[0, \pi/2]$ 内搜索使 $f_{\text{SRV-Capon}}(\theta)$ 出现极大值的入射角度 $\theta_k, k \in [1, J], J \leq K$ ；
步骤3	依下述准则从 $\{\theta_k, -\theta_k\}, k \in [1, J]$ 中挑选出DOA： (1) 若 $f_{\text{Capon}}(\theta_k) \gg f_{\text{Capon}}(-\theta_k)$ ，则 $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta} \cup \{\theta_k\}$ ； (2) 若 $f_{\text{Capon}}(\theta_k) \ll f_{\text{Capon}}(-\theta_k)$ ，则 $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta} \cup \{-\theta_k\}$ ； (3) 若 $f_{\text{Capon}}(\theta_k) \approx f_{\text{Capon}}(-\theta_k)$ ，则 $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta} \cup \{\theta_k, -\theta_k\}$ 。
输出：	信号DOA角度集合 $\boldsymbol{\theta}$ 。

以  $f_{\text{SRV-Capon}}(\theta)$  谱峰对称性压缩了一半的搜索范围,接着通过半谱搜索得到可能的 DOA 或 DOA 镜像。由于  $f_{\text{Capon}}(\theta)$  仅在真实 DOA 方位才会出现谱峰,因而 SRV-Capon 算法最后以 Capon 排除虚拟 DOA,从而解决了估计模糊问题。对于本身镜像的辐射源,不难理解 SRV-Capon 算法也不存在估计模糊问题。

#### 4 计算量分析

设  $Q$  为  $[-\pi/2, \pi/2]$  角度范围的搜索点数,表 2 给出了经典 MUSIC 算法、Capon 算法、 $m$ -Capon 算法<sup>[15]</sup>以及本文提出的 SRV-Capon 算法的计算量对比情况。其中,算法计算量均以算法所包含的实数乘法次数表示。单元  $4 \times O(M^2K)$  给出了计算复矩阵  $\mathbf{R}$  的逆或 EVD 所包含的实数乘法次数<sup>[16]</sup>。SRV-Capon 算法由于需同时求解  $\mathbf{R}$  及  $\text{Re}(\mathbf{R})$  的逆,故其包含  $5 \times O(M^2K)$  的计算量单元。

表 2 不同算法的计算量(实数乘法次数)对比

算法	计算量
MUSIC	$4 \times O[Q(M+1)(M-K) + M^2K]$
Capon	$4 \times O[Q(M^2 + M) + (M^2K)]$
$m$ -Capon <sup>[15]</sup>	$4 \times O[(Q+m)(M^2 + M) + O(M^2K)]$
SRV-Capon	$O[Q(M+1)(M-K)] + 5 \times O(M^2K)$

通常空间谱搜索点数远大于阵元数,即  $Q \gg M$ <sup>[5,14]</sup>。由表 2 不但看出:本文提出的 SRV-Capon 算法引入了半实值运算,同时只需对  $[-\pi/2, 0]$  或  $[0, \pi/2]$  的空间谱范围进行搜索,其相比于经典 Capon 算法约降低了 75% 的计算量。

#### 5 仿真试验

为了说明本文所提算法的有效性和可行性,以计算机仿真验证 SRV-Capon 的功能和性能并与 Capon 及 MUSIC 作对比分析。其中,角度估计最小均方误差(Root Mean Square Error, RMSE)中,引入了非限制克拉-美罗下界(Unconditional Cramér-Rao Lower Bound, CRLB)<sup>[17]</sup>。选取各向半波长均匀线阵,各试验结果均为 500 次蒙特卡罗的统计平均。对于信号入射角  $\theta$  估计值  $\hat{\theta}$  的 RMSE 定义为

$$\text{RMSE} \triangleq \sqrt{\frac{1}{500} \sum_{i=1}^{500} (\hat{\theta}_i - \theta)^2} \quad (24)$$

##### 仿真 1 MUSIC, Capon 及 SRV-Capon 空间谱对比

为了验证 SRV-Capon 算法基本功能的正确性,图 1 给出了经典 MUSIC, Capon 以及 SRV-Capon

的空间谱对比情况。试验选取位于  $\theta_1 = -20^\circ$  及  $\theta_2 = 40^\circ$  的两个非相干信号源,阵列及仿真参数如图标所示。

由图 1 可见:经典 MUSIC 和 Capon 仅在真实信号入射方向( $-20^\circ$  和  $40^\circ$ )处产生了对应谱峰,但 SRV-Capon 不但在  $-20^\circ$  和  $40^\circ$  而且在它们的镜像对称方向( $20^\circ$  及  $-40^\circ$ )同时产生了谱峰。因此,只需搜索 SRV-Capon 的左(或右)半谱即可快速定位谱峰位置,然后经过相关“表 1 SRV-Capon 算法步骤 3”相关峰值检验处理即可最终得到真实波达角估计。

##### 仿真 2 算法在高 SNR 和大快拍数下的性能对比

考察 3 种算法在高 SNR 和大快拍数下的性能,如图 2 和图 3 所示。其中,DOA 为  $\theta_1 = 30^\circ$  及  $\theta_2 = 50^\circ$ 。

由图 2 和图 3 可见:在高信噪比和大快拍数下,本文提出的 SRV-Capon 算法估计性能略差于经典 Capon 算法,但相差不大。随着信噪比和快拍数增大,3 种算法的 RMSE 均急剧下降并趋向于 CRLB。另一方面,由图 3 可见:在快拍数较小时,SRV-Capon 表现出了略优于经典 Capon 算法的估计性能。

##### 仿真 3 算法在低 SNR 和小快拍数下的性能对比

为了进一步确认图 3 反映出的 SRV-Capon 在小快拍数下估计性能优于经典 Capon 的现象,选取低 SNR 和小快拍数环境考察 3 种算法的性能,结果如图 4~图 6 所示。实验选取的信号 DOA 为  $\theta_1 = 30^\circ$  及  $\theta_2 = 50^\circ$ 。

由图 4 可见:当  $\text{SNR} < 0$  dB 时,SRV-Capon 估计性能略差于经典 Capon,但当  $\text{SNR} > 0$  dB 时,新算法表现出与经典 Capon 算法几乎一致的估计性能。由图 5 可见:在小快拍数下,本文提出的算法确实略优于经典 Capon,这与图 2 结果一致。由图 6 可见:在小快拍  $L=20$  下,经典 Capon 出现了伪峰,这进一步证实了本文算法在小快拍数下相比于 Capon 的优越性能。小快拍数下信号高度相关,导致协方差阵秩亏且其相比于协方差实部秩亏更为严重,这可能是 SRV-Capon 在小快拍下性能优于 Capon 的原因所在。

##### 仿真 4 算法计算效率对比

考察 3 种算法在不同阵元数下完成信号 DOA 估计的计算效率。选取位于  $\theta_1 = 20^\circ$  及  $\theta_2 = 40^\circ$  的两个辐射源,空间谱搜索间隔为  $0.013^\circ$ 。以 Intel(R) Core(TM) Duo T5870 处理器、2.0 GHz CPU, 1 GB

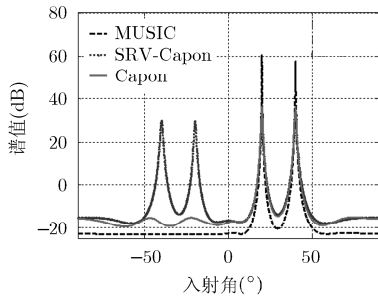


图1 空间谱对比,  $M=10$ ,  $SNR=10$  dB,  $L=100$

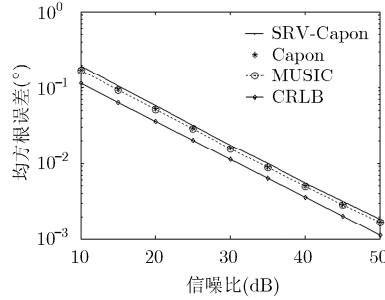


图2  $\theta_2$  RMSE 随高信噪比变化情况,  $M=8$ ,  $L=100$

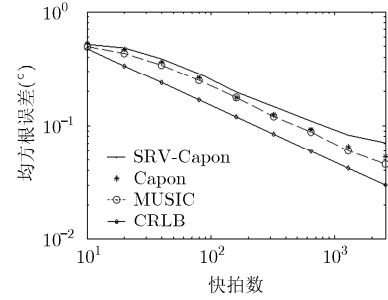


图3  $\theta_1$  RMSE 随大快拍变化情况,  $M=8$ ,  $SNR=10$  dB

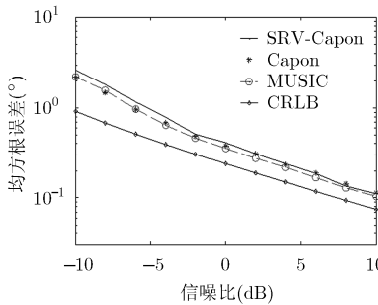


图4  $\theta_1$  RMSE 随低信噪比变化情况,  $M=10$ ,  $L=50$

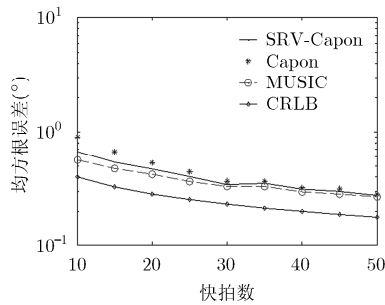


图5  $\theta_2$  RMSE 随小快拍数变化情况,  $M=10$ ,  $SNR=5$  dB

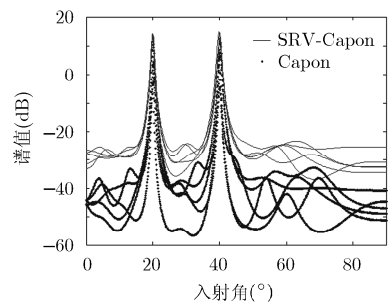


图6 小快拍下5次空间谱叠加,  $M=18$ ,  $SNR=5$  dB,  $L=20$

内存 PC 平台运行 3 种算法的 Matlab 程序, 记录仿真时间随阵元数变化曲线, 结果如图 7 所示。

由图 7 可见: 本文提出的 SRV-Capon 算法计算效率最高, 其消耗的仿真时间约为经典 Capon 算法的 25%。随着阵元数增加, SRV-Capon 算法相比于 Capon 算法计算效率越发明显。

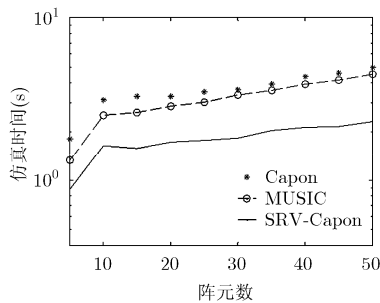


图7 仿真时间与阵元数关系,  $SNR=5$  dB,  $L=100$

## 6 结束语

本文将实值运算和阵列结构的任意性折中, 提出了一种基于半实值运算的高效率 SRV-Capon 算法。新算法不需要预先估计信号个数, 同时相比于经典 Capon 算法约降低了 75% 的计算量, 从而为实时 DOA 估计提供了一定的理论参考。

## 参考文献

[1] Schmid R O. Multiple emitter location and signal

parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 243-258.

[2] Roy R and Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1989, 38(7): 984-995.

[3] Roemer F, Haardt M, and Del Galdo G. Analytical performance assessment of multidimensional matrix-and tensor-based ESPRIT-type algorithms[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(10): 2611-2625.

[4] Nie Xi and Li Li-ping. A computationally efficient subspace algorithm for 2-D DOA estimation with L-shaped array[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2014, 21(8): 971-974.

[5] Yan Feng-gang, Jin Ming, and Qiao Xiao-lin. Low-complexity DOA estimation based on compressed MUSIC and its performance analysis[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(8): 1915-1930.

[6] Wax M and Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1985, 33(2): 387-392.

[7] Wu Yan-quan, Hu Zheng-liang, Luo Hong, et al. Source number detectability by an acoustic vector sensor linear array and performance analysis[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2014, 39(4): 769-778.

[8] Jiang Jia-cai, Du Yan-shen, and Wei Ping. Detection of the number of sources based on power estimation[C]. Proceedings of the International Conference on Communications, Circuits

- and Systems (ICCCAS), China, 2013, 2: 278-282.
- [9] Keyong H and Nehorai A. Improved source number detection and direction estimation with nested arrays and ULAs using Jackknifing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(23): 6118-6128.
- [10] Zhang Ying and Ng B P. MUSIC-like DOA estimation without estimating the number of sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(3): 1668-1676.
- [11] Capon J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1987, 57(8): 1408-1418.
- [12] Kikuma N, Mouri K, Hirayama H, *et al.* Performance analysis of unitary Capon method for DOA estimation with high computational efficiency[C]. Proceedings of the International Society for Asphalt Pavements (ISAP), Japan, 2005, 3: 313-316.
- [13] Reddy V V, Ng B P, and Khong A W H. Insights into MUSIC-like algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(10): 2551-2556.
- [14] Yan F G, Jin M, Liu S, *et al.* Real-valued MUSIC for efficient direction estimation with arbitrary array geometries[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(6): 1548-1560.
- [15] 张涛麟, 刘颖, 廖桂生. 一种未知信源数的高分辨 DOA 估计算法[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(2): 375-378.
- Zhang Tao-lin, Liu Ying, and Liao Gui-sheng. Algorithm on high resolution DOA estimation without sources number[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(2): 375-378.
- [16] Golub G H and Van Loan C H. *Matrix Computations*[M]. Baltimore, MD: The Johns Hopkins University Press, 1996, 70-74.
- [17] Stocia P and Nehorai A. MUIIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound: further results and comparisons[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1990, 38(12): 2140-2150.
- 闫锋刚: 男, 1982 年生, 博士, 讲师, 研究方向为阵列信号处理、遥感图像处理、统计性能及时频域分析等.
- 王 军: 男, 1976 年生, 博士生, 讲师, 研究方向为压缩感知雷达信号处理、极化信号处理等.
- 沈 毅: 男, 1965 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为智能检测与控制、数字超声成像以及信号处理等.
- 金 铭: 男, 1968 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达对抗、空间谱估计、极化敏感阵列信号处理等.