

## 基于泊松点过程分布的多蜂窝协作系统中干扰对齐技术研究

赵睿<sup>\*①②</sup> 杨绿溪<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(东南大学信息科学与工程学院 南京 210096)

<sup>②</sup>(华侨大学信息科学与工程学院 厦门 361021)

**摘要:** 在多蜂窝 MIMO(Multiple-Input Multiple-Output)协作通信系统中, 该文研究了基站站点服从泊松点过程(PPP)分布时, 协作基站(BSs)和用户对采用干扰对齐技术的中断概率和网络吞吐量性能, 推导了完全信道状态信息(CSI)和部分 CSI 两种情况下的上述性能的解析表达式, 并分析了系统性能与协作参数的单调关系。仿真分析发现: 在完全 CSI 情况下, 网络吞吐量随着基站密度、协作基站数、天线数的增加而增加; 在部分 CSI 情况下, 由于综合考虑了信道训练和有限反馈带来的资源开销以及量化 CSI 引入的信道失真, 存在一个使网络吞吐量最大的最优协作基站数, 当天线数较少或用户移动速度较小时, 应有较多的基站参与协作, 当天线数较多或用户移动速度较大时, 应当减少协作基站数。

**关键词:** 多蜂窝协作系统; 干扰对齐; 泊松点过程分布; 中断概率; 网络吞吐量

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2015)05-1194-06

DOI: 10.11999/JEIT140986

## Research on Interference Alignment Technique in Multi-cell Cooperative Systems Based on Poisson Point Process

Zhao Rui<sup>①②</sup> Yang Lu-xi<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

<sup>②</sup>(School of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China)

**Abstract:** In the multi-cell MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) cooperative communication system, the performances of outage probability and network throughput of interference alignment applied by the cooperative Base Stations (BSs) and users are investigated when the locations of the BSs follow Poisson Point Process (PPP) distribution, and the analytical expressions of the above performances are derived under the conditions of perfect Channel State Information (CSI) and imperfect CSI, respectively. The monotonic relationships between the system performances and the cooperation parameters are also analyzed. The simulation analyses reveal that, under the condition of perfect CSI, the network throughput improves with the increase of BS density, the number of cooperative BSs and the number of antennas; under the condition of imperfect CSI, considering both the resource overhead of channel training and limited feedback and the channel distortion induced by quantized CSI, there exists an optimal number of BSs which can maximize the network throughput. When the number of antenna is small or the velocity of mobile user is not so high, more BSs are expected to participate into the cooperation, and when the number of antenna or the velocity of mobile user is large, the number of cooperative BSs should be appropriately reduced.

**Key words:** Multi-cell Cooperative System (MCS); Interference alignment; Poisson Point Process (PPP) distribution; Outage probability; Network throughput

### 1 引言

在蜂窝网络中, 频率复用因子为 1 的重叠蜂窝

部署使得蜂窝边缘用户受到多个蜂窝的干扰(也称为蜂窝间干扰(Inter-Cell Interference, ICI))。采用协同多点(Cooperative MultiPoint, CoMP)技术可极大地降低 ICI<sup>[1-4]</sup>。干扰对齐(Interference Alignment, IA)<sup>[5]</sup>作为一种增强的 CoMP 技术, 通过联合设计发送机和接收机将多个干扰对齐在接收机中的降维子空间, 从而可以有效地消除干扰, 对于提高多蜂窝协作系统(Multi-cell Cooperative System, MCS)的整体性能有显著作用。

2014-07-23 收到, 2014-11-24 改回

国家自然科学基金(61401165, 61372101, 61271018), 国家科技重大专项(2012ZX03004-005-003, 2011ZX03003-003-03), 中国博士后科学基金(2013M541588), 江苏省科技计划(BE2012167, BK2011019)和教育部博士点新教师基金(20100092110010)资助课题

\*通信作者: 赵睿 rzhao.seu@gmail.com

文献[5]指出 IA 技术可以使得网络和速率随着网络规模无限地线性增长，而传统的 FDMA (Frequency Division Multiple Access)或 TDMA (Time Division Multiple Access)等正交接入策略无论网络规模有多大，其和速率只能保持恒定。这些研究结论是基于高信噪比(SNR)和完全发送端信道状态信息(CSI)情况下得到的，但在实际通信环境中采用 IA 技术的收发机需要所有信道的 CSI，因此需要足够的资源分配给导频传输或 CSI 反馈。发送端计算 IA 预编码所需的 CSI 的获取途径主要有两种<sup>[6]</sup>：一种是利用 TDD(Time Division Duplex)系统的互易性，另一种是 CSI 反馈<sup>[7]</sup>。利用互易性的 CSI 获取方法存在以下不足：首先，重复的导频传输直至迭代收敛带来较大的导频开销；其次，并非所有的 IA 算法都满足互易性要求；再次，互易性不适用于 FDD(Frequency Division Duplex)系统。利用 CSI 反馈的获取方法也存在缺点：反馈不可避免地带来发送端获取的 CSI 失真，还有不可忽略的反馈开销损失。因此在设计和优化 IA 传输策略的同时，必须兼顾到低开销低失真的 CSI 反馈策略的设计。目前 IA 传输中的 CSI 反馈策略主要有两种：有限反馈<sup>[7]</sup>和模拟反馈<sup>[8]</sup>。本文在分析 MCS 中的 IA 技术性能时，将考虑基于有限反馈的 CSI 获取方式。

在 MCS 中，如何给复杂的干扰环境进行建模的问题一直是学者们关注的焦点，随机几何理论可以为复杂的干扰建立数学框架，服从泊松点过程(PPP)分布的干扰源位置更加便于分析和处理<sup>[9]</sup>。此外，文献[10]基于三扇区宏基站的大规模网络分析了在考虑信道估计开销时协作基站数对系统性能的影响，结论指出在大规模蜂窝网络中若考虑信道估计开销的影响，则协作基站数并非越多越好，而应该取某一有限数才能使频谱效率最优。但该研究结果并非基于较为实际的 PPP 站点分布模型。

受以上研究的启发，本文基于 PPP 模型在 MCS 中研究完全和部分 CSI 条件下 IA 技术的性能，综合考虑了信道训练和有限反馈等资源开销，推导出 IA 策略的系统中断概率和网络吞吐量的解析表达式，并依此确定出使网络吞吐量最优的协作参数(如协作基站数和天线数)，为实际多蜂窝 MIMO 协作技术走向实用化提供了参考依据。

## 2 系统模型

考虑一个由多个基站组成的多蜂窝协作通信系统(如图 1 所示)。基站的发送功率均为  $P$ ，天线数为  $N_t$ ，路损因子为  $\alpha$ ，基站的的空间分布服从泊松点过程分布  $\phi$ ，密度为每单位面积  $\lambda$  个基站。  $L$  个参

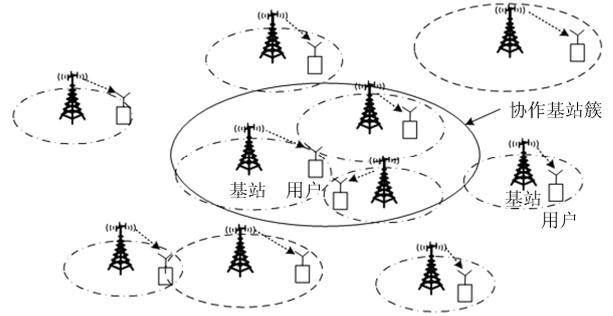


图 1 多基站协作系统模型(基站站点服从 PPP 分布)

与协作传输的基站组成一个协作基站簇，每个基站在一个时频资源块内仅服务辖区内的一个信号质量最好的用户，辖区内其他用户可通过时分或频分的方式进行服务，所有用户均配置  $N_t$  根天线。

针对以上的网络模型进一步构建基于 PPP 的 MCS IA 信号传输模型(如图 2 所示)。第  $i$  个基站记为  $B(i)$ ，其对应的服务用户记为  $U(i)$ ，本文以  $U(i)$  作为中心(圆心)，  $B(i)$  的位置记为  $D_i$ ，则  $B(i)$  与  $U(i)$  之间距离为  $|D_i|$ ，从  $B(i)$  到  $U(i)$  的  $N_r \times N_t$  维信道矩阵记为  $\mathbf{H}_{i,i}$ ，  $\mathbf{H}_{i,i}$  中每个元素服从 Rayleigh 分布；第  $j$  个周边基站  $B(j)$  到  $U(i)$  的  $N_r \times N_t$  维信道矩阵记为  $\mathbf{H}_{i,j}$  ( $i \neq j$ )，  $B(j)$  的位置为记  $D_j$ ，则  $B(j)$  与  $U(i)$  之间的距离为  $|D_j|$ 。  $U(i)$  将会侦听来自不同基站的下行链路导频信号，并测量其长期平均功率，最终选择一个最强平均功率(即  $\max_{i=1,2,\dots,L} \{P|D_i|^{-\alpha}\}$ ) 的

基站作为自己的服务基站，  $U(i)$  在接收到期望信号的同时也会受到其他基站的干扰。用户  $U(i)$  的接收信号可写为

$$\mathbf{y}_i = \sum_{j=1}^L \sqrt{P} |D_j|^{-\frac{\alpha}{2}} \mathbf{H}_{i,j} \mathbf{x}_j + \mathbf{n}, \quad i = 1, 2, \dots, L \quad (1)$$

其中  $\mathbf{x}_j$  为第  $j$  个基站的发送信号，该信号由  $d$  ( $d = \min\{N_r, N_t\}$ ) 个数据流组成，即  $\mathbf{x}_j = \sum_{l=1}^d \mathbf{f}_j^l s_j^l$ ，其中  $\mathbf{f}_j^l$  为单位范数预编码向量，  $s_j^l$  为第  $l$  个数据流的发送符号，假设每个基站的总发送功率在  $d$  个数据流上平均分配，即： $\mathbb{E}\{|s_j^l|^2\} = P/d$ 。  $\mathbf{n}$  为 i.i.d 循环对称白高斯噪声复向量，其协方差矩阵为  $\sigma^2 \mathbf{I}_{N_r}$ 。

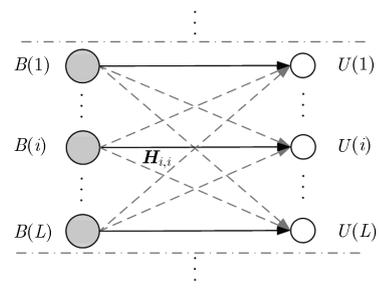


图 2 基于 PPP 的 MCS IA 信号传输模型

为在用户  $U(i)$  端消除来自于其他流和其他基站的干扰, 还需设计接收处理向量  $\mathbf{w}_i^m$ 。于是在  $U(i)$  为第  $m$  个数据流采用接收处理向量  $\mathbf{w}_i^m$  后的接收信号可表示为

$$\begin{aligned} (\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{y}_i &= \sqrt{\frac{P}{d}} |D_i|^{-\alpha/2} (\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,i} \mathbf{f}_i^m s_i^m \\ &+ \sum_{\substack{D_j \in \Phi \setminus \{D_i\}; (j,l) \neq (i,m); \\ j=1,2,\dots,L; l=1,2,\dots,d}} \sqrt{\frac{P}{d}} |D_j|^{-\alpha/2} (\mathbf{w}_i^m)^H \\ &\cdot \mathbf{H}_{i,j} \mathbf{f}_j^l s_j^l + (\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{n}_i \end{aligned} \quad (2)$$

在  $U(i)$  根据最强平均功率选择出服务基站  $B(i)$  之后,  $B(i)$  需要确定进行 IA 处理的  $L$  个协作基站, 本文将这  $L$  个 IA 协作基站簇定义为集合  $\mathcal{B}_L^{\text{IA}}$ 。于是,  $U(i)$  接收到的来自其他基站的干扰由两部分组成: 一部分来自协作基站簇内 ( $B(j) \in \mathcal{B}_L^{\text{IA}}$ ) 的干扰, 该干扰又包括流间干扰和簇内 ICI; 另一部分来自非协作基站 ( $B(j) \notin \mathcal{B}_L^{\text{IA}}$ ) 的干扰。事实上, 不失一般性, 多基站协作系统中所有用户的接收信号均可表示成式(2)的形式。

协作基站簇的确定方式将显著影响系统性能。由于 IA 是自由度最优的传输策略, 当所有接收端与所有发送端均有较强链路时, IA 才会显著优于其他传输策略, 基于位置或信号强度的分簇算法将地理上邻近的基站组成一簇, 可以最大化 IA 性能增益。基于此, 本文采用地理分簇方式来确定协作基站簇。

在完全 CSI 情况下, IA 协作基站簇可完全消除簇内干扰。于是, 本文将完全 CSI 情况下实现 IA 的条件表示为

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,i} \mathbf{f}_i^m &\geq c > 0, \quad \forall i, k, m \\ (\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,j} \mathbf{f}_j^l &= 0, \forall (j, l) \neq (i, m), B(j) \in \mathcal{B}_L^{\text{IA}} \\ (\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,i} \mathbf{f}_i^m &\geq b > 0, \quad \forall (j, l) \neq (i, m), B(j) \in \mathcal{B}_L^{\text{IA}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中, 发送和接收向量按照 IA 原理进行设计, 详细设计方法可参见文献[5]。在完全 CSI 情况下  $U(i)$  的第  $m$  个数据流的信干噪比(SINR)表达式为

$$\gamma_{m,i}^P = \frac{\frac{P}{d} D_i^{-\alpha} \left| (\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,i} \mathbf{f}_i^m \right|^2}{\sum_{\substack{D_j \in \Phi \setminus \mathcal{B}_L^{\text{IA}}; (j,l) \neq (i,m); \\ j=1,2,\dots,L; l=1,2,\dots,d}} \frac{P}{d} D_j^{-\alpha} \left| (\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,j} \mathbf{f}_j^l \right|^2 + \sigma^2} \quad (4)$$

由于大多数 IA 算法均可满足  $\mathbf{w}_i^m$  与  $\mathbf{H}_{i,i} \mathbf{f}_i^m$  和  $\mathbf{H}_{i,j} \mathbf{f}_j^l$  相互独立, 所以  $(\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,i} \mathbf{f}_i^m$  和  $(\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,j} \mathbf{f}_j^l$  服从零均值单位方差复高斯分布:  $\mathcal{CN}(0,1)$  [8], 则  $\left| (\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,i} \mathbf{f}_i^m \right|^2$  和  $\left| (\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,j} \mathbf{f}_j^l \right|^2$  均服从均值为 1 的指数分布:  $\exp(1)$ 。那么式(4)可进一步写为

$$\gamma_{m,i}^P = (D_i^{-\alpha} X_1) / [I + (d\sigma^2)/P] \quad (5)$$

其中

$$I = \sum_{\substack{D_j \in \Phi \setminus \mathcal{B}_L^{\text{IA}}; \\ (j,l) \neq (i,m)}} D_j^{-\alpha} X_2, X_1 = \left| (\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,i} \mathbf{f}_i^m \right|^2 \sim \exp(1)$$

$$X_2 = \left| (\mathbf{w}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,j} \mathbf{f}_j^l \right|^2 \sim \exp(1)$$

### 3 完全 CSI 情况下的 IA 性能分析

IA 通常可获得 MIMO 干扰信道的全部自由度, 即使在不能获取全部自由度的情况下 IA 也能在高信噪比条件下获取高和速率增益。我们首先分析该多蜂窝网络中在完全 CSI 情况下采用 IA 的性能。为此, 首先引入两个性能准则:

(1) 中断概率 中断概率定义为为用户接收 SINR 小于目标 SINR  $\beta$  的概率, 则用户  $U(i)$  的第  $m$  个数据流的中断概率可表示为

$$P_{\text{out}}^{(m,i)} = \mathbb{P}(\gamma_{m,i}^P \leq \beta) \quad (6)$$

(2) 网络吞吐量 网络吞吐量又称为频谱效率, 定义为覆盖概率与单位面积内最大和速率(bps/Hz)的乘积。当一个协作簇内包含  $L$  个基站, 每个基站发送  $d$  个数据流时, 网络吞吐量(单位: bps/Hz/m<sup>2</sup>)为

$$R_{\text{sum}}^P = \lambda \sum_{i=1}^L \sum_{m=1}^d \mathbb{P}(\gamma_{m,i}^P > \beta) \log_2(1 + \beta) \quad (7)$$

其中  $\mathbb{P}(\gamma_{m,i}^P > \beta)$  为覆盖概率, 即一个随机选择的用户可获得目标 SINR  $\beta$  的概率。

针对以上性能准则, 推导出定理 1。

**定理 1** 在服从 PPP 分布的 MCS IA 系统中, 在完全 CSI 情况下, 某随机用户  $U(i)$  的第  $m$  个数据流的中断概率为

$$\begin{aligned} P_{\text{out}}^{(m,i)} &= 1 - \pi \lambda \int_0^\infty \exp\left\{ \pi \lambda \left[ L - 1 + \frac{2\beta^{2/\alpha}}{\alpha} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot g(\beta, \alpha) \right] w - \frac{\beta d \sigma^2}{P} \cdot w^{\alpha/2} \right\} dw \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} g(\beta, \alpha) &= \left( \Gamma(-2/\alpha) \Gamma(2/\alpha + 1) - \frac{(\beta L^{-\alpha/2})^{-2/\alpha}}{(2/\alpha + 1)(\beta L^{-\alpha/2} + 1)} \right) \\ &\quad \cdot {}_2F_1\left( 1, 1; \frac{2}{\alpha} + 2; \frac{1}{\beta L^{-\alpha/2} + 1} \right) \end{aligned}$$

$\Gamma(\cdot)$  为 gamma 函数,  ${}_2F_1(x, y; z; t)$  为高斯超几何函数。

**证明** 某随机用户  $U(i)$  的第  $m$  个数据流的中断概率可表示为  $P_{\text{out}}^{(m,i)} = 1 - \mathbb{P}(\gamma_{m,i}^P > \beta)$ , 在用户  $U(i)$  距离服务基站  $D_i$  的条件下, 中断概率可进一步表达为

$$P_{\text{out}}^{(m,i)} = 1 - \mathbb{E}_{D_i} \left\{ \mathbb{P} \left[ \frac{D_i^{-\alpha} X_1}{I + (d\sigma^2)/P} > \beta \middle| D_i \right] \right\}$$

$$\stackrel{(a)}{=} 1 - \int_{D_i > 0} e^{-\pi\lambda D_i^2} \mathbb{P} \left[ X_1 > \beta D_i^\alpha \left( I + \frac{d\sigma^2}{P} \right) \middle| D_i \right]$$

$$\cdot 2\pi\lambda D_i dD_i \quad (9)$$

其中, (a)成立因为  $D_i$  的概率密度函数(PDF)为  $f_{D_i}(D_i) = 2\pi\lambda D_i e^{-\pi\lambda D_i^2}$  [9]。由  $X_1$  的 PDF 为  $f_{X_1}(X_1) = e^{-X_1}$  可得

$$\mathbb{P} \left[ X_1 > \beta D_i^\alpha \left( I + \frac{d\sigma^2}{P} \right) \middle| D_i \right] = e^{-\beta D_i^\alpha \frac{d\sigma^2}{P}} \mathcal{L}_I(\beta D_i^\alpha) \quad (10)$$

其中  $\mathcal{L}_I(s)$  为变量  $I$  的拉普拉斯变换, 其定义为:  $\mathcal{L}_I(s) = \mathbb{E}_I \{ e^{-sI} \} = \int_0^\infty e^{-st} f_I(t) dt$ 。于是式(9)可写为

$$P_{\text{out}}^{(m,i)} = 1 - \int_{D_i > 0} e^{-\pi\lambda D_i^2} e^{-\frac{\beta D_i^\alpha d\sigma^2}{P}} \mathcal{L}_I(\beta D_i^\alpha) 2\pi\lambda D_i dD_i \quad (11)$$

$$\mathcal{L}_I(\beta D_i^\alpha) \text{ 可进一步表示为}^{[9]}$$

$$\mathcal{L}_I(\beta D_i^\alpha) = \exp \left( -2\pi\lambda \int_0^\infty \left( \int_{\sqrt{LD_i}}^\infty (1 - e^{-\beta D_i^\alpha t^{-\alpha} X_2}) t dt \right) \cdot f_{X_2}(X_2) dX_2 \right) \quad (12)$$

其中  $f_{X_2}(X_2)$  为  $X_2$  的 PDF, 对式(12)中的内部积分进行变量替换:  $t^{-\alpha} = y$ , 并利用文献[11]中式(3.381.3)和式(3.382.4), 式(12)可表达为

$$\mathcal{L}_I(\beta D_i^\alpha) = \exp \left[ \pi\lambda L D_i^2 + \frac{2\pi\lambda\beta^{2/\alpha} D_i^2}{\alpha} \cdot \int_0^\infty X_2^{2/\alpha} \left( \Gamma \left( -\frac{2}{\alpha} \right) - \Gamma \left( -\frac{2}{\alpha}, \beta L^{-\alpha/2} X_2 \right) \right) \cdot f_{X_2}(X_2) dX_2 \right] \quad (13)$$

其中,  $\Gamma(a, x)$  为不完全伽马(incomplete gamma)函数。由于  $f_{X_2}(X_2) = e^{-X_2}$ , 通过运用文献[11]中式(3.381.4)和式(6.455.1), 式(13)可表示为

$$\mathcal{L}_I(\beta D_i^\alpha) = \exp \left[ \pi\lambda L D_i^2 + \frac{2\pi\lambda\beta^{2/\alpha} D_i^2}{\alpha} \cdot g(\beta, \alpha) \right] \quad (14)$$

其中

$$g(\beta, \alpha) = \left[ \Gamma \left( -\frac{2}{\alpha} \right) \Gamma \left( \frac{2}{\alpha} + 1 \right) - \frac{(\beta L^{-\alpha/2})^{-2/\alpha}}{\left( \frac{2}{\alpha} + 1 \right) (\beta L^{-\alpha/2} + 1)} \cdot {}_2F_1 \left( 1, 1; \frac{2}{\alpha} + 2; \frac{1}{\beta L^{-\alpha/2} + 1} \right) \right]$$

再将式(14)代入式(11), 并令  $D_i^2 = w$  便可得证。

证毕

将式(8)代入式(7)即可得到完全 CSI 条件下系统的网络吞吐量的闭合表达式。

#### 4 部分 CSI 情况下的 IA 性能分析

在实际系统中部分 CSI 情况下, 由于信道训练和有限反馈会不可避免地引入误差, 所以流间干扰和 ICI 不可能完全消除, 此外, 信道训练和反馈还会占用一定的时隙, 这必然就减少了有用数据的发送时间, 从而进一步影响系统速率的提升。若协作基站数目过多, 则获取信道信息的开销增多, 也会限制系统和速率的提升<sup>[10,12]</sup>。在仅已知部分 CSI 时, IA 无法完全消除簇内干扰。基站根据用户反馈的信道索引构建量化信道  $\hat{\mathbf{h}}$ , 进而得到  $\hat{\mathbf{H}} = \text{vec}(\hat{\mathbf{h}})$ ,  $\text{vec}(\cdot)$  为矩阵拉直运算, 然后依据  $\hat{\mathbf{H}}$  来设计  $\hat{\mathbf{f}}$  和  $\hat{\mathbf{w}}$ 。部分 CSI 情况下实现 IA 的条件类似于式(3)。在部分 CSI 情况下  $U(i)$  的第  $m$  个数据流的 SINR 为

$$\gamma_{m,i}^I = \frac{D_i^{-\alpha} X_1^I}{I^I + (d\sigma^2)/P} \quad (15)$$

其中  $X_1^I = \left| (\hat{\mathbf{w}}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,i} \hat{\mathbf{f}}_i^m \right|^2$ ,  $I^I = \sum_{\substack{D_j \in \Phi \setminus \{D_i\} \\ (j,l) \neq (i,m)}} D_j^{-\alpha} X_2^I$ ,

$X_2^I = \left| (\hat{\mathbf{w}}_i^m)^H \mathbf{H}_{i,j} \hat{\mathbf{f}}_j^l \right|^2$ , 由  $\hat{\mathbf{w}}_i^m$  与  $\mathbf{H}_{i,i} \hat{\mathbf{f}}_i^m$  相互独立和前述分析可知  $X_1^I \sim \exp(1)$ 。干扰项  $I^I$  由两部分组成: (1)当  $D_j \in \Phi \setminus \mathcal{B}_L^{\text{IA}}$  时,  $\mathbb{E}\{X_2^I\} = 1$ ,  $X_2^I \sim \exp(1)$ ; (2)当  $D_j \in \mathcal{B}_L^{\text{IA}}$  时,  $X_2^I$  可表示为:  $X_2^I = \|\mathbf{h}_{i,j}\|^2 \cdot \|\tilde{\mathbf{h}}_{i,j}^H \mathbf{b}_{i,j}^{m,l}\|^2$ , 其中  $\mathbf{h}_{i,j} = \text{vec}(\mathbf{H}_{i,j})$ ,  $\text{vec}(\cdot)$  为矩阵拉直运算,  $\tilde{\mathbf{h}}_{i,j} = \mathbf{h}_{i,j} / \|\mathbf{h}_{i,j}\|$ ,  $\mathbf{b}_{i,j}^{m,l} = \hat{\mathbf{w}}_i^m \times \hat{\mathbf{f}}_j^l$ , 据笔者所知, 尚无法获知  $X_2^I$  的准确统计分布特性, 但已有文献给出了有限反馈情况下  $X_2^I$  的上界<sup>[7]</sup>, 本文利用  $X_2^I$  的上界来分析系统和速率性能。设  $N_r = N_t = M$ , 则当每个用户至少反馈  $N_f(P) = (M^2 - 1) \log_2 P$  个比特时, 系统才能获得全部自由度<sup>[7]</sup>, 也就是量化比特数随着发送功率的增加而增加, 于是可得  $X_2^I$  的上界:

$X_2^I \leq c_1 2^{-\frac{N_f(P)}{M^2-1}} = c_1 2^{-\log_2 P} = c_1/P$ , 其中  $c_1$  为干扰近似系数, 进一步干扰项的上限可表示为:  $I^I \leq \sum_{D_j \in \Phi \setminus \{D_i\}} D_j^{-\alpha} (c_1/P)$ , 于是

$$\gamma_{m,i}^I \geq \frac{D_i^{-\alpha} X_1^I}{\sum_{D_j \in \Phi \setminus \{D_i\}} D_j^{-\alpha} \frac{c_1}{P} + \frac{d\sigma^2}{P}} \triangleq \gamma_{\text{low}}^I$$

则用户  $U(i)$  的第  $m$  个数据流的中断概率可表示为

$$P_{\text{out}}^{I(m,i)} = 1 - \mathbb{P}(\gamma_{m,i}^I > \beta) \leq 1 - \mathbb{P}(\gamma_{\text{low}}^I > \beta) \triangleq P_{\text{up}}^{I(m,i)} \quad (16)$$

基于上述部分 CSI 情况下的系统模型, 本文给出定理 2。

**定理 2** 在服从 PPP 分布的 MCS IA 系统中, 在部分 CSI 情况下, 某随机用户  $U(i)$  的第  $m$  个数据流的中断概率上界为

$$P_{\text{out}}^{I(m,i)} \leq P_{\text{up}}^{I(m,i)} = 1 - \pi\lambda \int_0^\infty \exp\left[2\pi\lambda \left(\frac{\beta^{2/\alpha}}{\alpha} \cdot g(\beta, \alpha) + f(\beta, \alpha) - \frac{1}{2}\right)w - \frac{\beta d \sigma^2}{P} w^{\alpha/2}\right] dw \quad (17)$$

$$\text{其中 } f(\beta, \alpha) = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{c_1 \beta}{P}\right)^{2/\alpha} \Gamma\left[-\frac{2}{\alpha}, \frac{c_1 \beta L^{-\alpha/2}}{P}\right].$$

**证明** 参见定理 1 的证明, 限于篇幅详细证明省略。

由于信道训练和有限反馈占用了发送有用数据的时间, 并结合中断概率上界式(17), 网络吞吐量最终可表示为

$$R_{\text{sum}}^I \geq R_{\text{sum,low}}^I = \lambda \left(1 - \frac{\delta}{T}\right) L d \left(1 - P_{\text{up}}^{I(m,i)}\right) \log_2(1 + \beta) \quad (18)$$

其中,  $T$  为块衰落信道系数保持不变的块长(单位为符号周期),  $T = 1/(2f_D)$ , 其中  $f_D$  为多普勒频移,  $f_D = v/(\lambda_c W_c)$ , 其中  $v$  为用户移动速度,  $\lambda_c$  为载波波长,  $W_c$  为相关带宽。发送开销信号的开销时长  $\delta$  是与表征 CSI 质量相关的参数。本文采用信道训练和反馈的方式获取和交换干扰对齐所需的 CSI<sup>[12]</sup>。可通过吞吐量下界  $R_{\text{sum,low}}^I$  去近似反映真实的网络吞吐量, 下文的仿真分析中所指网络吞吐量均指式(18)中的  $R_{\text{sum,low}}^I$ 。

## 5 仿真分析

本节将对服从 PPP 分布的 MCS 中 IA 技术在完全和部分 CSI 情况下的中断概率和网络吞吐量进行仿真分析。为逼近较为真实的宏蜂窝移动通信场景, 仿真所需参数设置如表 1 所示。

首先仿真完全 CSI 情况下, 不同基站密度时系统中中断概率随目标 SINR 的变化趋势, 并将所推导解析曲线与 Monte Carlo 仿真结果进行对比。仿真参数:  $L = 5$ ,  $d = 2$ ,  $P = 30 \text{ W}$ ,  $\alpha = 4$ , 基站密度为  $\left[\frac{1}{500^2 \pi}, \frac{1}{1000^2 \pi}, \frac{1}{1500^2 \pi}, \frac{1}{2000^2 \pi}\right]$ 。由图 3 可见, 随着基站密度的增加, 中断概率逐渐减小, 并且

表 1 仿真参数表

仿真参数	参数描述	仿真值
$P$	宏基站发送功率	30 W
$\sigma^2$	用户接收噪声方差(功率)	-97.6 dBm
$\lambda$	服从 PPP 分布的基站的站点密度	$\lambda = 1/(\pi r^2)/\text{m}^2$ , 基站半径 $r$ 不固定
$\alpha$	大尺度衰落系数	4
$v$	用户移动速度	30 km/h
$\lambda_c$	载波波长	0.15 m, 对应于 2 GHz
$W_c$	相关带宽	300 kHz
$\eta$	反馈速率系数	1
$c$	编码速率	1
$c_1$	干扰近似系数	1
$M$	天线数( $N_r = N_t = M$ )	不固定
$d$	数据流数( $d = M$ )	不固定
$L$	协作基站数	不固定

Monte Carlo 仿真结果与所推导解析曲线几乎完全吻合, 从而验证了本文所推导的解析表达式(式(8))的正确性。

接着仿真完全 CSI 情况下系统中中断概率随协作基站数的变化趋势。仿真参数: 目标 SINR 为 3 dB,  $\lambda = 1/(1000^2 \pi)$ ,  $P = 30 \text{ W}$ ,  $\alpha = 4$ ,  $L = 1 \sim 100$ 。图 4 给出了不同协作基站数下网络吞吐量随发送数据流数的变化趋势。由图 4 可见, 网络吞吐量随着协作基站数和发送数据流数的增加而增加, 这表明在较为真实的服从 PPP 分布的多蜂窝协作系统中运用 IA 技术可获得较大的性能增益, 尤其当协作基站数或数据流数较大时增益更加明显。

下面来仿真在部分 CSI 情况下, 考虑到信道训练和有限反馈带来的资源开销时系统的网络吞吐量性能。仿真参数:  $\lambda = 1/(1000^2 \pi)$ , 目标 SINR 为 3 dB,  $v = 30 \text{ km/h}$ ,  $L = 7$ ,  $M = 2 \sim 8$ 。由图 5 可见, 随着天线数的增加, 部分 CSI 下的 IA 网络吞吐量与完全 CSI 下的吞吐量差距增大, 这是因为较多的天线数引入了较大的反馈开销。图 6 的仿真条件为  $P = 30 \text{ W}$ , 由图 6 可见, 在各种天线数下, 随着协作基站数的增加, 网络吞吐量并非一直增大, 而是存在一个使得吞吐量最大的最优协作基站数, 且随着天线数的增加, 该最优协作基站数在减小, 所对应的网络吞吐量也在减小, 这是因为较多的协作基站或较多的天线数都会使得获取信道信息的开销增多, 从而抵消了其所带来的吞吐量增益。对比图 5 和图 6 可见, 当协作基站数相对较少时, 较多的天线数可获得较大的网络吞吐量, 但随着协作基站数的增多, 较少天线数的 IA 处理可获得越来越大的网络吞吐量, 并最终超过较多天线数的情况。

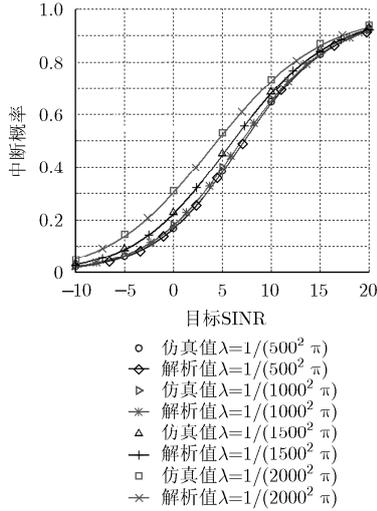


图 3 不同基站密度下中断概率性能

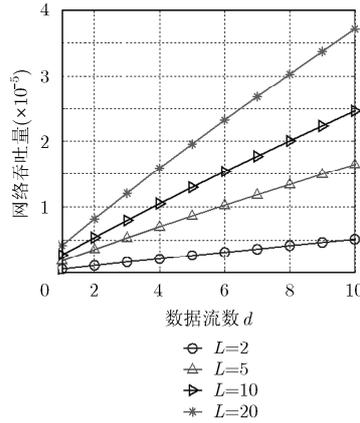


图 4 不同协作基站数下网络吞吐量随发送数据流数的变化趋势

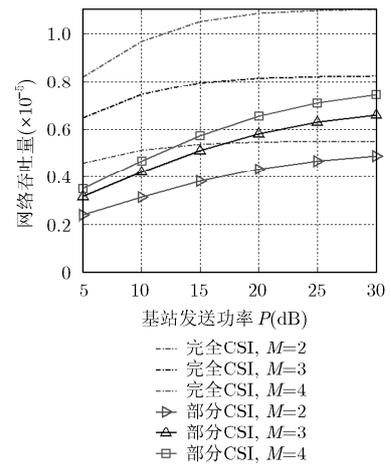


图 5 完全 CSI 与部分 CSI 情况的网络吞吐量比较

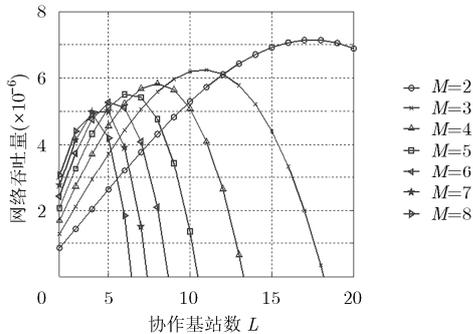


图 6 不同天线数下网络吞吐量随协作基站数的变化趋势

## 6 结束语

本文利用较为准确的泊松点过程(PPP)模型给多蜂窝协作系统中的基站站点建模,并在已知完全CSI和部分CSI两种情况下,分析IA协作传输的中断概率和网络吞吐量性能,并推导出相应的闭合表达式,基于此得出一些分析结论:在完全CSI情况下,网络吞吐量随着基站密度、协作基站数、天线数的增加而增加;在部分CSI情况下,由于信道训练、反馈开销和信道量化误差的存在,网络吞吐量不会随着协作基站数或天线数的增加而线性增加,而是存在一个使吞吐量最大的最优协作基站数,该最优值随着天线数和用户移动速度的增大而减少,网络吞吐量也会相应减小。

### 参考文献

[1] Gesbert D, Hanly S, Huang H, et al. Multi-cell MIMO cooperative networks: a new look at interference[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2010, 28(9): 1380-1408.  
 [2] Nguyen D N and Krunz M. Cooperative MIMO in wireless networks: recent developments and challenges[J]. *IEEE*

*Networks*, 2013, 27(4): 48-54.  
 [3] Huang Y M, He S W, Jin S, et al. Decentralized energy efficient coordinated beamforming for multicell systems[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2014, 24(11): 1452-1464.  
 [4] He S W, Huang Y M, Yang L X, et al. Coordinated multicell multiuser precoding for maximizing weighted sum energy efficiency[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(3): 741-751.  
 [5] Cadambe V R and Jafar S A. Interference alignment and degrees of freedom of the K-user interference channel[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(8): 3425-3441.  
 [6] Ayach O E, Peters S W, and Heath R W. The practical challenges of interference alignment[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2013, 20(1): 35-42.  
 [7] Bolcskei H and Thukral I. Interference alignment with limited feedback[C]. *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory*, Seoul, Korea, 2009, 1759-1763.  
 [8] Ayach O E and Heath R W. Interference alignment with analog channel state feedback[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(2): 626-636.  
 [9] Andrews J G, Baccelli F, and Ganti R K. A tractable approach to coverage and rate in cellular networks[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2011, 59(11): 3122-3134.  
 [10] Lozano A, Heath R W, and Andrews J G. Fundamental limits of cooperation[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, 59(9): 5213-5226.  
 [11] Gradshteyn I S and Ryzhik I M. *Table of Integrals, Series and Products*[M], 7th ed. Elsevier, 2007.  
 [12] Xie B, Li Y, Mimm H, et al. Interference alignment under training and feedback constraints[C]. *Proceeding of IEEE Global Telecommunications Conference*, Houston, USA, 2011: 1-6.

赵 睿: 男, 1980 年生, 博士, 副教授, 主要研究方向为无线通信信号处理和协作通信。  
 杨绿溪: 男, 1964 年生, 博士, 教授, 主要研究方向为移动通信空时信号处理、协作通信和网络编码。