

## 基于周期 Choi-Williams Hough 变换的线性调频连续波信号参数估计算法

刘颖 陈殿仁\* 陈磊 李兴广  
(长春理工大学电子信息工程学院 长春 130022)

**摘要:** 在采用联合 CWH(Choi-Williams Hough)变换估计多周期线性调频连续波(LFMCW)信号的参数时,当观察时间大于一个周期时,输出信号的信噪比不再随时间的增加而增大,且时频图中会出现多个峰值干扰信号参数的估计。结合 CWH 对 LFMCW 信号的能量聚集和相干累积思想,该文提出一种基于周期 CWH 变换的多周期 LFMCW 信号参数估计算法,给出了多周期 LFMCW 信号的 PCWH 变换公式;分析了 PCWH 输出信噪比与观测时间和观测样本信噪比的关系;分析了参数估计精度。最后,数值仿真验证了该算法的有效性,证明在对多周期 LFMCW 信号参数估计时,PCWH 更优。

**关键词:** 信号处理; 线性调频连续波; Choi-Williams Hough 变换; 周期 Choi-William Hough 变换; 参数估计

**中图分类号:** TN974

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2015)05-1135-06

**DOI:** 10.11999/JEIT140876

### Parameters Estimation Algorithm of Linear Frequency Modulated Continuous Wave Signals Based on Period Choi-Williams Hough Transform

Liu Ying Chen Dian-ren Chen Lei Li Xing-guang

(College of Electronic Information and Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

**Abstract:** When using a Choi-Williams Hough (CWH) transform to estimate the parameters of the Linear Frequency Modulated Continuous Wave (LFMCW) signals, the signal observation time is longer than a period, the output SNR at the true parameter value does not increase with the observation time increasing and there are multiple peaks in the time-frequency image. In virtue of the energy congregation of CWH for LFMCW signals and the coherent integrator in signal processing, a multiple period LFMCW signals parameters estimation method based on period CWH (PCWH) is studied. Firstly, the PCWH formula of the multiple period LFMCW signals is given. Then the relationship among the output SNR of PCWH, the observation time and the sample signal SNR is analyzed. Finally, the estimation accuracy formula of PCWH is derived. The numerical simulation shows that the effectiveness of the proposed method and the PCWH is superior to CWH for estimating a multiple periods LFMCW signal.

**Key words:** Signal processing; Linear Frequency Modulated Continuous Wave (LFMCW); Choi-Williams Hough (CWH) transform; Period Choi-Williams Hough (PCWH) transform; Parameter estimation

### 1 引言

线性调频连续波信号被广泛应用于各种领域,包括雷达、声呐和电子监控。对这种非平稳信号的检测通常采用时频分析方法<sup>[1]</sup>。常用的时频分析方法有:Wigner-Ville 分布、Choi-Williams 分布、短时傅里叶变换、分数阶傅里叶变换等。Wigner-Ville 分布可有效地用于单分量线性调频信号参数估计,但

是在多分量信号的场合交叉项会干扰信号中心频率和调频率的估计<sup>[2]</sup>; Choi-Williams 分布和 Hough 变换联合使用时,可以有效地对单周期线性调频连续波(Linear Frequency Modulated Continuous Wave, LFMCW)的信号参数进行估计<sup>[3]</sup>;平滑伪维格纳变换(Smooth Pseudo Wigner-Ville Distribution, SPWVD)和时频分布级数法(Time-Frequency Distribution Series, TFDS)也可以有效地抑制交叉项的影响<sup>[2]</sup>,但是会降低估计参数的频率分辨率;由于分数阶傅里叶变换有效地克服了上述两种问题,是单脉冲 LFM 信号的广义似然比检测器

2014-07-02 收到, 2015-01-04 改回

国家省部级基金资助课题

\*通信作者: 陈殿仁 dianrenchen@cust.edu.cn

(Generalized Likelihood Ratio Test, GLRT)和极大似然估计器(Maximum Likelihood Estimator, MLE), 可以看成是单脉冲 LFM 信号的最优检测算法<sup>[4]</sup>。在实际应用场合, 雷达接收机在接收雷达信号时, 多采用触发接收模式, 无法知道采集数据的起始频率, 且随着观测时间的增加, 回波数据中会出现多个 LFMCW 周期, 此时, 继续采用上述时频分析算法进行雷达信号的参数检测就会出现两个问题: 一是如果观察信号中只包含一个周期的信号, 则由于采样起始点是随机的, 所以无法对信号的起始频率准确估计; 二是当观察时间包含多个周期时, 采用上述方法对观测信号就行检测时, 时频图中会出现多个峰值, 且峰值处的信噪比不随观测时间的增加而增大, 因此, 可以认为上述算法并非 LFMCW 信号参数检测和估计的最优算法。

文献[4,5]中提出一种基于相干积累的周期 WHT 算法, 文献[6]中提出一种基于相干积累的周期 FrFT 算法, 均用于 LFMCW 信号的检测和参数估计, 取得了一定的效果。本文提出了一种基于联合周期 PCWH(Period Choi-Williams Hough)变换的 LFMCW 信号检测与参数估计方法, 在对单周期 LFMCW 进行参数估计时, 此算法与上述算法具有相同的优点, 但对多周期 LFMCW 信号进行参数估计时, 此算法更优。

## 2 线性调频连续波信号的周期 PCWH 变换

### 2.1 线性调频连续波信号的数学模型

在线性调频连续波信号中, 第  $m$  个周期信号的数学表达式为<sup>[7]</sup>

$$s_m(t) = A_m \cdot \exp\left\{j\left(2\pi f_m t + \pi g_m \text{mod}(t + \tau_m, T_m)^2\right)\right\} \quad (1)$$

式中,  $A_m$  为信号幅值;  $f_m$  为信号初始频率;  $T_m$  为线性调频周期;  $g_m$  为信号的调频率,  $B_m$  为信号带宽,  $g_m = B_m / T_m$ ;  $j$  为虚数单位;  $t$  为时间变量,  $m=1, 2, \dots, M$ ,  $M$  为 LFMCW 的周期数。

对信号进行离散化之后得到的雷达信号序列可表示为

$$s_m(t) = \sum_{n=1}^M s_m(t) |_{t=n\Delta} \quad (2)$$

式中,  $n$  为雷达离散信号序列号;  $M$  为周期数;  $\Delta$  为采样周期,  $\Delta = 1/f_s$ ,  $f_s$  为采样频率。

本文所讨论的线性调频脉冲信号的任一个重复周期内参数  $A_m$ ,  $f_m$ ,  $g_m$ ,  $T_m$  均相同, 所以下文中信号幅度、起始频率、调频率、周期、起始时间偏移量直接用符号  $A$ ,  $f$ ,  $g$ ,  $T_0$ ,  $\tau_0$  表示。

### 2.2 联合 CWD-Hough 变换

在采用时频分布广义类<sup>[8]</sup>进行线性调频信号检测时, Choi 和 Williams 发现可以通过选择合适的核函数来减小交叉项<sup>[8]</sup>, 其中 Choi-Williams 分布采用了指数加权核函数, 定义离散形式的 Choi-Williams 分布为

$$\text{CWD}_x(n, f) = 2 \sum_{k=-N}^N S(k, n) \cdot R_{xx} \quad (3)$$

其中,  $S(k, n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4\pi k^2 / \sigma}} \exp(-\gamma(m-n)/4k^2) \cdot \exp(-j4\pi f \cdot k\Delta)$ ,  $R_{xx} = x(m+k)x^*(m-k)$ ,  $\gamma$  为缩放因子。

由式(3)可知, LFMCW 的 CWD 时频图为直线<sup>[9]</sup>, 直线的个数等于 LFMCW 的周期数。Hough 变换用于检测时频图中直线的参数。LFMCW 信号  $x(t)$  的联合 CWD-Hough 可以表示为

$$\begin{aligned} \text{CWH}_x(\tilde{g}, \tilde{f}) = & \sum_{n=0}^{N/2-1} \sum_{k=-n}^n F(k, n) \cdot R_{xx} \\ & + \sum_{n=L/2}^N \sum_{k=-n}^n F(k, n) \cdot R_{xx} \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $N$  为观测信号样本长度,  $F(k, n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4\pi k^2 / \sigma}} \cdot \exp(-\gamma(m-n)/4k^2) \cdot \exp(-j4\pi k\Delta(\tilde{f} + \tilde{g}n\Delta))$ 。

按样本信号中 LFMCW 周期数分两种情况讨论:

(1) 当  $M=1$  时,  $R_{xx} = A^2 \exp j4\pi k\Delta(f_0 + g_0 n\Delta)$ ,

则

$$\begin{aligned} \text{CWH}_x(\tilde{g}, \tilde{f}) = & A^2 \sum_{n=0}^{N/2-1} \sum_{k=-n}^n \sum_{m=-k}^k \frac{1}{\sqrt{4\pi k^2 / \sigma}} \\ & \cdot \left[ \exp(-\gamma(m-n)/4k^2) \right. \\ & \cdot \left. \exp\left(j4\pi k\Delta\left[(f_0 - \tilde{f}) + (g_0 - \tilde{g})n\Delta\right]\right) \right] \\ & + A^2 \sum_{n=L/2}^N \sum_{k=-n}^n \sum_{m=-k}^k \frac{1}{\sqrt{4\pi k^2 / \sigma}} \\ & \cdot \left[ \exp(-\gamma(m-n)/4k^2) \exp\left(j4\pi k\Delta \right. \right. \\ & \cdot \left. \left. [(f_0 - \tilde{f}) + (g_0 - \tilde{g})n\Delta] \right] \right] \end{aligned} \quad (5)$$

(2) 当  $M>1$  时,  $s[n] = A \cdot \exp(j(2\pi f_0 n\Delta + \pi g_0 \cdot \text{mod}(n\Delta + \tau_0, T_0)^2))$ , 则

$$\begin{aligned} R_{xx} = & A^2 \exp\left(j\pi\left(4f_0 k\Delta + g_0 \left[\text{mod}((n+k)\Delta \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \tau_0, T_0)^2 - \text{mod}((n-k)\Delta + \tau_0, T_0)^2\right]\right)\right) \end{aligned} \quad (6)$$

则有:

$$\begin{aligned}
 \text{CWH}_x(\tilde{g}, \tilde{f}) = & A^2 \sum_{n=0}^{N/2-1} \sum_{k=-n}^n \sum_{m=-k}^k \frac{1}{\sqrt{4\pi k^2 / \sigma}} \exp(-\gamma(m-n)/4k^2) \exp\left(j\pi\left(4f_0 k \Delta + g_0 \left[\text{mod}((n+k)\Delta + \tau_0, T_0^2) \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - \text{mod}((n-k)\Delta + \tau_0, T_0^2)\right]\right)\right) \cdot \exp(-j4\pi(\tilde{f} + n\Delta\tilde{g})k\Delta) \\
 & + A^2 \sum_{n=L/2}^N \sum_{k=-n}^n \sum_{m=-k}^k \frac{1}{\sqrt{4\pi k^2 / \sigma}} \exp(-\gamma(m-n)/4k^2) \exp\left(j\pi\left(4f_0 k \Delta + g_0 \left[\text{mod}((n+k)\Delta + \tau_0, T_0^2) \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. \left. - \text{mod}((n-k)\Delta + \tau_0, T_0^2)\right]\right)\right) \cdot \exp(-j4\pi(\tilde{f} + n\Delta\tilde{g})k\Delta) \quad (7)
 \end{aligned}$$

为了使仿真结果更具有说服力，本文采用了文献[10]中表 9.3 的雷达发射参数对上面两种情况进行仿真，美国 ATMMWST 雷达的中频参数与此参数近似，见表 1。仿真结果如图 1 所示。

表1 仿真参数

信号参数	情况 1	情况 2
起始频率(MHz)	20	20
调制频率(MHz/s)	1500	1500
周期(ms)	1	1
采样频率(MHz)	100	100
周期数	1	2
信噪比(dB)	0	0

从图 1(a)中可以看出，对于周期数  $M=1$  的 LFMCW 的样本信号，CWH 具有很强的能量聚集性，峰值处的值约为  $6.5 \times 10^4$ 。而图 1(b)中出现两个峰值，峰值也均为  $6.5 \times 10^4$ ，也就是说当  $M=2$  时，虽然增加了观察样本的长度，但是每个峰值均由对应的周期内的回波数据计算得到，则说明在采用 CWH 进行多周期 LFMCW 信号参数估计时，算法没有合理的使用全部样本数据，对所有能量进行聚集，算法不是最优的。

### 2.3 周期联合 CWH 变换

针对上述问题，本文提出了一种基于周期 CWH 算法的多周期线性调频连续波参数估计方法，假设线性调频连续波信号参数域为  $\tilde{\Phi} = (\tilde{T}, \tilde{\tau}, \tilde{f}, \tilde{g})$ ，其中  $\tilde{T}, \tilde{\tau}, \tilde{f}, \tilde{g}$  分别为周期、样本起始时间偏移、起始频率和调频率，定义周期 CWH 变换

$$\text{PCWH}_x(\tilde{T}, \tilde{\tau}, \tilde{f}, \tilde{g}) = A^2 \sum_n \sum_k \sum_m \mathbf{R}_{xx} \cdot \Psi(\tilde{\Phi}) \quad (8)$$

其中  $\Psi(\tilde{\Phi}) = S(k, m) \cdot \exp(-j\pi(4\tilde{f}k\Delta + \tilde{g}[\text{mod}((n+k)\Delta + \tilde{\tau}, \tilde{T})^2 - \text{mod}((n-k)\Delta + \tilde{\tau}, \tilde{T})^2]))$ 。

式(8)的物理意义为：定义一个 4 维的参数域  $\tilde{\Phi}$ ，在  $\tilde{\Phi}$  内对  $(\tilde{T}, \tilde{\tau})$  进行搜索，折叠加权后进行相应的 CWH 变换，最后在 4 维参数域  $\tilde{\Phi}$  内进行峰值搜索，并获得峰值处的坐标，然后计算出信号的参数。采用表 1 的数据，对  $M=2$  的情况进行了仿真，结果如图 3 所示。

由图 2 可知， $M=2$  的 LFMCW 信号的 PCWH 图中在  $f=20$  MHz,  $g=1500$  MHz/s 处出现峰值，且峰值的大小约为  $13 \times 10^4$ 。结合式(8)，仿真结果和理论值吻合。图 3 给出了对参数  $\tilde{T}$  的搜索过程，当  $\tilde{T} = 1.0$  ms 时，出现峰值，和仿真参数匹配，对于参数  $\tilde{\tau}$  的搜索具有相同的过程，不再赘述。

### 3 性能分析

为了验证算法的参数估计性能，下文对算法的输出信噪比和参数估计精度进行分析，并与传统 CWH 变换作比较。

#### 3.1 信噪比的改善

假设高斯白噪声环境中，观测信号为  $x(n) = s(n) + w(n)$ ， $n \leq N$ ，信噪比为  $\text{SNR}_m$ ，其中， $N$  为样本长度， $w(n)$  为均值为 0、方差为  $\sigma_0^2$  的高斯白噪声<sup>[11]</sup>。文献[5]提出将时频变换域上的峰值的平方作为信号的功率，将峰值处噪声的平方作为噪声的功率。则线性调频连续波信号的 PCWH 变换的输出信噪比可以表示为

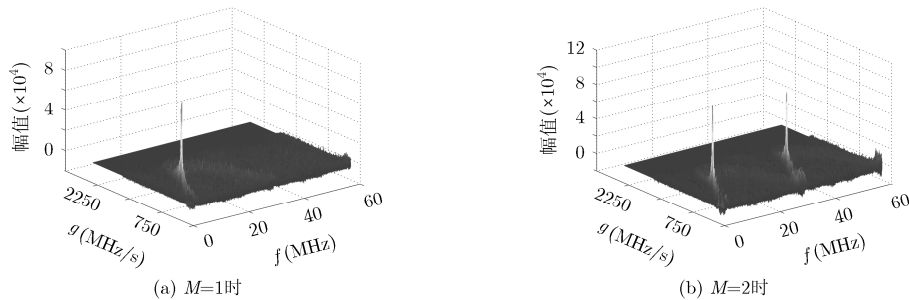


图1 不同 M 值时，LFMCW 信号的 CWH

$$\text{SNR}_{\text{PCWH}} = \frac{|\text{PCWH}_s(\Phi_0)|^2}{\text{var}(\text{PCWH}_{s+w}(\Phi_0))} \quad (9)$$

由式(8)可知, PCWH 在参数真值  $\Phi_0$  处的峰值为

$$\text{PCWH}_s(\Phi_0) = \frac{N^2 A^2}{\sqrt{\pi/\gamma}} \quad (10)$$

又因为  $\text{var}(\text{PCWH}_{s+w}(\Phi_0)) = E[\text{PCWH}_{s+w}(\Phi_0)]^2 - E^2[\text{PCWH}_{s+w}(\Phi_0)]$ , 且信号噪声不相关, 则

$$\begin{aligned} E[\text{PCWH}_{s+w}(\Phi_0)] &= \sum_n \sum_k (s+w)(s^* + w^*) \cdot \Psi_{n,k} \\ &= \frac{N^2 A^2 + 2N\sigma_0^2}{\sqrt{\pi/\gamma}} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} E[|\text{PCWH}_{s+w}(\Phi_0)|^2] &= \sum_n \sum_k \sum_i \sum_j E[(s_1 + w_1) \\ &\cdot (s_2^* + w_2^*)(s_3^* + w_3^*)(s_4^* + w_4^*)] \cdot \Psi_{n,k,i,j} \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \Psi_{n,k,i,j} &= S(k,m)S^*(j,m) \cdot \exp\left\{-j\pi(4\tilde{f}(k-j)\Delta \right. \\ &\quad \left. + \tilde{g}[\text{mod}((n+k)\Delta + \tilde{\tau}, \tilde{T})^2 \right. \\ &\quad \left. - \text{mod}((n-k)\Delta + \tilde{\tau}, \tilde{T})^2 \right. \\ &\quad \left. + \text{mod}((i+j)\Delta + \tilde{\tau}, \tilde{T})^2 \right. \\ &\quad \left. - \text{mod}((i-j)\Delta + \tilde{\tau}, \tilde{T})^2\right\} \end{aligned}$$

结合高斯白噪声的自相关函数  $R_{ww}(k) = E[w(n) \cdot w^*(n+k)] = \sigma_0^2 \delta(k)$  [12] 和高斯白噪声的高阶矩特性 [13], 式(12)可以表示为

$$\begin{aligned} E[|\text{PCWH}_{s+w}(\Phi_0)|^2] &= \frac{N^4 A^4 + 2N^3 A^2 \sigma_0^2 + 4N^2 A^2 + 6N^2 \sigma_0^4}{\pi/\gamma} \end{aligned} \quad (13)$$

又由于  $\text{SNR}_{\text{in}} = A^2/\sigma_0^2$  [14], 则式(9)可以表示为

$$\text{SNR}_{\text{PCWH}} = \frac{N^4 A^4 / (\pi/\gamma)}{2N^3 A^2 \sigma_0^2 + 2N^2 \sigma_0^4} = \frac{N^2 \text{SNR}_{\text{in}}^2}{2(N \cdot \text{SNR}_{\text{in}} + 1)} \quad (14)$$

由式(14)可以看出, 当  $\text{SNR}_{\text{in}}$  很大时, PCWH

输出信噪比约等于  $N \text{SNR}_{\text{in}}/2$ , 但在实际使用中, 大多数情况下  $\text{SNR}_{\text{in}}$  的值不会很大, 所以, 只有通过增加样本长度来提高输出信噪比, 但对于 CWH 来说, 当样本长度大于信号周期时, 输出信噪比不再增加, 而对于 PCWH, 输出信噪比会随着样本长度的增加而持续增加, 如图 4 所示。

### 3.2 参数估计精度分析

下面采用一阶扰动 [14] 方法讨论 PCWH 对 LFM CW 的  $f$  和  $g$  的估计精度, 定义 PCWH 的检测统计量为

$$\begin{aligned} P_x(\Phi) &= \sum_n \sum_k (s+w)(s^* + w^*) \Psi_{n,k} \\ &= P_s(\Phi) + \delta P_s(\Phi) \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $\delta P_s(\Phi) = \sum_n \sum_k s \cdot w^* \Psi_{n,k} + \sum_n \sum_k w \cdot s^* \Psi_{n,k} + \sum_n \sum_k w \cdot w^* \Psi_{n,k}$ , 由于噪声信号的引入,  $P_x(\Phi)$  的峰值坐标由原来的  $\Phi_0 = (T_0, \tau_0, f_0, g_0)$  移动到  $\Phi_0 + \delta\Phi_0 = (T_0 + \delta T_0, \tau_0 + \delta\tau_0, f_0 + \delta f_0, g_0 + \delta g_0)$  处, 则可以得到, 在  $\Phi_0 + \delta\Phi_0$  处,  $P_x(\Phi)$  的一阶偏导数为 0, 对其偏导数进行泰勒公式 [15] 将展开, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial f} [P_s(\Phi)]_{f_0} + \frac{\partial}{\partial f} [\delta P_s(\Phi)]_{f_0} + \frac{\partial^2}{\partial f^2} [P_s(\Phi)]_{f_0} \\ \cdot \delta f + \frac{\partial^2}{\partial g \partial f} [P_s(\Phi)]_{f_0} \delta g \cong 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial g} [P_s(\Phi)]_{g_0} + \frac{\partial}{\partial g} [\delta P_s(\Phi)]_{g_0} + \frac{\partial^2}{\partial g^2} [P_s(\Phi)]_{g_0} \\ \cdot \delta g + \frac{\partial^2}{\partial g \partial f} [P_s(\Phi)]_{g_0} \delta f \cong 0 \end{aligned} \quad (17)$$

令

$$B = \frac{\partial^2}{\partial f^2} [P_s(\Phi)]_{f_0} = \frac{32A^2\pi^2(N^3 + 2N^2 + N)}{3\sqrt{\pi/\gamma}} \quad (18)$$

$$C = \frac{\partial^2}{\partial g^2} [P_s(\Phi)]_{g_0} = \frac{32A^2\pi^2(N^3 + 2N^2 + N)}{3\sqrt{\pi/\gamma}} \quad (19)$$

$$u = \frac{\partial}{\partial f} [\delta P_s(\Phi)]_{f_0} = \sum_n \sum_k -j4\pi k \cdot w \cdot w^* \cdot \Psi_{n,k} \Big|_{f_0} \quad (20)$$

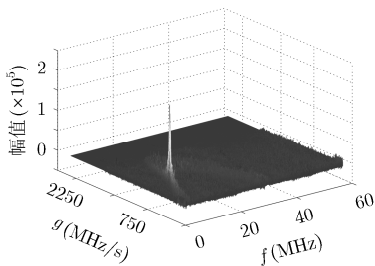


图 2  $M=2$  时 LFM CW 的 PCWH 图

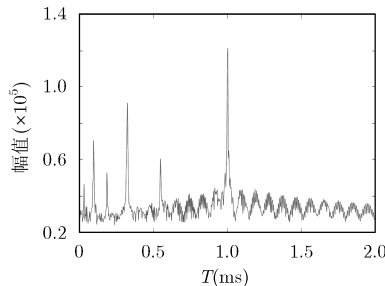


图 3 参数  $T$  的搜索过程

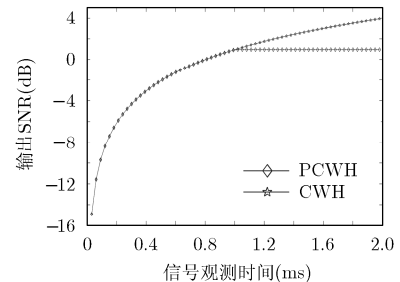


图 4 输出信噪比与观测时间的关系

$$v = \frac{\partial}{\partial g} [\delta P_s(\Phi)]_{f_0, g_0} = -j4\pi k \cdot \sum_n \sum_k -j4\pi k n \cdot w \cdot w^* \cdot \Psi_{n,k} \Big|_{f_0, g_0} \quad (21)$$

由于  $P_s(\Omega)$  在  $f_0, g_0$  处取得极值, 则有

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial f} [P_s(\Phi)]_{f_0, g_0} &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial g} [P_s(\Phi)]_{f_0, g_0} &= 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial f \partial g} [P_s(\Phi)]_{f_0, g_0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

所以式(16), 式(17)可以表示为

$$\begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta f \\ \delta g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u \\ -v \end{bmatrix} \quad (23)$$

则可以得到,  $f$  和  $g$  的估计误差值为

$$\begin{aligned} \text{var}(\delta f) &= E(|\delta f|^2) - E^2(\delta f = E(|\delta f|^2)) \\ &= \frac{E\left(\left|\sum_n \sum_k -j4\pi k \cdot w \cdot w^* \cdot \Psi_{n,k} \Big|_{f_0, g_0}\right|^2\right)}{B^2} = \frac{2\sigma_0^4}{3(N^3 + 2N^2 + N)A^4} = \frac{2}{3(N^3 + 2N^2 + N)} \frac{1}{\text{SNR}_{\text{in}}^2} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \text{var}(\delta g) &= E(|\delta g|^2) - E^2(\delta g = E(|\delta g|^2)) \\ &= \frac{E\left(\left|\sum_n \sum_k -j4\pi k n \cdot w \cdot w^* \cdot \Psi_{n,k} \Big|_{f_0, g_0}\right|^2\right)}{C^2} = \frac{128N}{3N^2(N^3 + 2N^2 + N)} \frac{1}{\text{SNR}_{\text{in}}^2} \end{aligned} \quad (28)$$

根据式(27)、式(28), 可以得到参数估计误差的均方差与样本长度和输入信噪比之间的关系, 如图5所示。

由图5(a)和图5(b)可知, 当输入信号信噪比较小或者样本长度较短时, 参数的估计出现了较大的误差, 但随着输入信号的信噪比增大和观测时间的增加, 参数估计误差迅速减小, 说明 PCWH 和最大似然估计一样, 属于渐进有效估计。

### 4 结束语

本文在分析了各种不同时频变换方法对 LFM CW 信号检测性能的基础上, 提出了一种基于 PCWH 的

$$\delta f = -u/B, \quad \delta g = -v/C \quad (24)$$

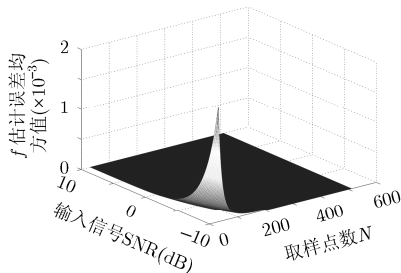
结合式(10), 有

$$E(\delta f) = E\left(-\frac{u}{B}\right) = -\frac{E(u)}{B} = -\frac{E\left(\sum_n \sum_k -j4\pi k \cdot w \cdot w^* \cdot \Psi_{n,k} \Big|_{f_0, g_0}\right)}{B} = 0 \quad (25)$$

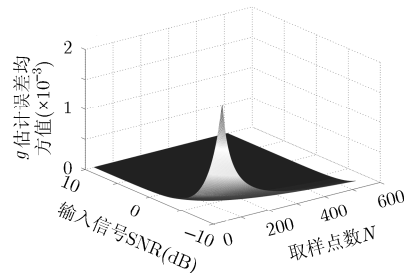
$$E(\delta g) = E\left(-\frac{v}{C}\right) = -\frac{E(v)}{C} = -\frac{E\left(\sum_n \sum_k -j4\pi k n \cdot w \cdot w^* \cdot \Psi_{n,k} \Big|_{f_0, g_0}\right)}{C} = 0 \quad (26)$$

因此, 可以得到采用 PCWH 进行多周期线性调频连续波信号参数估计为无偏估计。同时, 可以得到:

多周期 LFM CW 信号参数检测算法, 解决了采用传统时频方法对 LFM CW 信号进行参数估计时, 样本数据起始点和周期数不确定引起的参数估计困难。当样本信号信噪比较大时, PCWH 输出信噪比可以近视与样本长度  $N$  呈线性关系; 当观测时间足够长时 ( $N$  足够大时), PCWH 输出信噪比近视与信号输入信噪比呈线性关系。同时, PCWH 算法将所有样本数据参与计算, 时频变换图中不会出现多个峰值, 且峰值处的信噪比随观测时间的增加持续增大。数值分析表明, 采用 PCWH 对 LFM CW 信号起始频率和调频率的估计为无偏渐进有效估计。



(a)  $\text{var}(\delta g)$  与输入信噪比和样本长度之间的关系



(b)  $\text{var}(\delta f)$  与输入信噪比和样本长度之间的关系

图5 参数估计均方误差

## 参考文献

- [1] 朱文涛, 苏涛, 杨涛. 线性调频连续波信号检测与参数估计算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(3): 552-558.  
Zhu Wen-tao, Su Tao, and Yang Tao. Detection and parameter estimation of linear frequency modulation continuous wave signal[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(3): 552-558.
- [2] 马宁, 王建新, 董宁斐. 基于正交匹配追踪的欠采样 LFM 信号参数估计[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(8): 1888-1893.  
Ma Ning, Wang Jian-xin, and Dong Ning-fei. Parameter estimation of sub-sampling LFM signal based on orthogonal matching pursuit[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(8): 1888-1893.
- [3] Geroleo F G and Pearce M B. Detection and estimation of multi-pulse LFM radar signals[C]. Proceedings of the 2010 IEEE International Radar Conference, Arlington, Washington DC, USA, 2010: 1009-1013.
- [4] Geroleo F G and Brandt-Pearce M. Detection and estimation of LFM radar signals[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(1): 405-418.
- [5] 朱健东, 赵拥军, 唐江. 线性调频连续波信号的周期分数阶 Fourier 变换检测与估计[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(8): 1828-1833.  
Zhu Jian-dong, Zhao Yong-jun, and Tang Jiang. Periodic FRFT based detection and estimation for LFM radar signal[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(8): 1828-1833.
- [6] 郝慧艳, 孙运强, 李晓峰, 等. 基于 EEMD 和 Choi-Williams 分布的侵入加速度信号时频分析[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2012, 33(5): 547-551.  
Hao Hui-yan, Sun Yun-qiang, Li Xiao-feng, et al. Penetration acceleration signals time-frequency analysis base on EEMD and Choi-Williams distribution[J]. *Journal of North University of China (Natural Science Edition)*, 2012, 33(5): 547-551.
- [7] 陈磊, 陈殿仁, 刘颖. 一种新的线性调频脉冲信号参数估计算法[J]. 兵工学报, 2014, 35(2): 207-213.  
Chen Lei, Chen Dian-ren, and Liu Ying. A new chirp signal parameter estimation algorithm[J]. *Acta Armamentarii*, 2014, 35(2): 207-213.
- [8] 甘泉, 胡来招. 基于改进 Choi-Williams 分布的多分量信号频率识别方法[J]. 信号处理, 2006, 22(6): 895-898.  
Gan Quan and Hu lai-zhao. Multi component signal frequency identification method of improved Choi-Williams distribution[J]. *Signal Processing*, 2006, 22(6): 895-898.
- [9] White P R and Locke J. Performance of methods based on the fractional Fourier transform for the detection of linear frequency modulated signals[J]. *IET Signal Processing*, 2012, 6(5): 478-483.
- [10] Millioz F and Davies M E. Detection and segmentation of FMCW radar signals based on the chirplet transform[C]. Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Prague, Czech Republic, 2011: 1765-1768.
- [11] 朱文涛, 郑纪彬, 苏涛, 等. 线性调频连续波信号的检测和参数估计[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(7): 1562-1568.  
Zhu Wen-tao, Zheng Ji-bin, Su Tao, et al. Detection and parameter estimation of linear frequency modulation continuous wave signal[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(7): 1562-1568.
- [12] 曲强, 金明录. 基于自适应分数阶傅里叶变换的线性调频信号检测及参数估计[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(12): 2937-2940.  
Qu Qiang and Jin Ming-lu. Adaptive fractional Fourier transform based chirp signal detection and parameter estimation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(12): 2937-2940.
- [13] 刘建成, 刘忠, 王雪松. 高斯白噪声背景下的 LFM 信号的分数阶 Fourier 域信噪比分析[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(10): 2338-2340.  
Liu Jian-cheng, Liu Zhong, and Wang Xue-song. SNR analysis of LFM signal with gaussian white noise in Fractional Fourier Transform domain[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(10): 2338-2340.
- [14] 刘锋, 孙大鹏, 黄宇. 基于联合 Wigner-Ville 分布随机 Hough 变换改进算法的线性调频信号参数快速估计[J]. 兵工学报, 2009, 30(12): 1642-1646.  
Liu Feng, Sun Da-peng, and Huang Yu. Fast parameter-estimation of LFM signal based on improved combined WVD and randomized Hough transform[J]. *Acta Armamentarii*, 2009, 30(12): 1642-1646.
- [15] 金艳, 段鹏婷, 姬红兵. 复杂噪声环境下基于 LVD 的 LFM 信号参数估计[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(5): 1106-1112.  
Jin Yan, Duan Peng-ting, and Ji Hong-bing. Parameter estimation of LFM signals based on LVD in complicated noise environments[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(5): 1106-1112.
- 刘颖: 女, 1983 年生, 博士, 研究方向为雷达信号处理、雷达信号检测、雷达目标模拟。  
陈殿仁: 男, 1953 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、毫米波雷达技术、雷达目标模拟。  
陈磊: 男, 1985 年生, 博士, 讲师, 研究方向为雷达信号处理、雷达成像技术。