

大规模 MIMO 系统中基于溢出概率的鲁棒协作波束设计

李新民 邱玲*

(中国科学技术大学电子工程与信息科学系 合肥 230027)

摘要: 大规模多输入多输出(Massive MIMO)技术通过在基站端配置大规模天线能有效提升 5G 蜂窝系统容量。考虑信道估计误差对系统性能的影响, 该文在多小区大规模 MIMO 系统中形成了用户信干噪比的非溢出概率约束下最小化系统功率的优化问题。针对非凸概率约束中下行波束难于求解的问题, 该文根据矩阵迹的性质将优化问题中的非凸约束缩放, 进而提出上下行对偶算法求解波束矢量。为进一步减少多小区系统中信令开销, 基于大系统分析, 提出了仅采用大尺度信息的分布式算法。仿真结果表明, 所提的分布式算法与对偶算法相比, 在保证用户信干噪比的概率约束时, 降低了大规模 MIMO 系统中传输瞬时信道状态信息的开销, 同时具有良好的鲁棒性。

关键词: 无线通信; 大规模多输入多输出; 鲁棒波束; 上下行对偶; 大系统分析

中图分类号: TN92

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2015)04-0848-07

DOI: 10.11999/JEIT140817

Robust Coordinated Beamforming Design Based on Outage Probability for Massive MIMO

Li Xin-min Qiu Ling

(Department of Electronic Engineering and Information Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: Massive MIMO technique can effectively increase system capacity in the fifth Generation (5G) cellular network, where Base Station (BS) is equipped with a very large number of antennas. Considering the impact of channel estimation error on performance, the transmission power minimization problem is formulated subject to the non-outage probability constraints of each user's signal to interference plus noise ratio. In respect that the non-convex probability constraints make the downlink beamforming difficult to solve, Uplink-Downlink Duality Algorithm (UDDA) is proposed to design Coordinated Beamforming (CBF) by using the property of trace of the matrix to scale the non-convex probability constraint. To reduce the signaling overhead in Massive MIMO system, a Distributed Algorithm based on Large System Analysis (DALSA) is proposed, which only needs the large-scale channel information. The simulation results show that DALSA, in the targeted SINR constraint, not only reduces instantaneous channel state information transmission overhead in Massive MIMO system, but also performs well in robustness compared with UDDA.

Key words: Wireless communication; Massive MIMO; Robust beamforming; Uplink-downlink duality; Large System Analysis (LSA)

1 引言

当前无线通信系统中最大的挑战是满足日益增长的高速率需求和保证网络中用户服务质量(Quality of Service, QoS)。由于频谱资源有限, 文献[1]首次提出采用大规模天线(Massive MIMO, large-scale MIMO)作为提升第5代(the fifth Generation, 5G)蜂窝系统频谱效率的关键技术。在相同时频资源下, 大规模 MIMO 通过在基站端配置大规模天线, 利用高的空间自由度消除干扰和调度

更多用户提升系统性能。同时, 在多小区 MIMO 系统中, 由于小区间干扰的存在, 采用联合传输(Joint Processing, JP)^[2]和协作波束成形(Coordinated Beamforming, CBF)^[2,3]技术, 可以通过协作基站之间共享数据和/或信道状态信息(Channel State Information, CSI)消除小区间干扰、提升系统性能。

大规模 MIMO 现有研究的主要性能标准是提升系统容量^[4,5]和保证 QoS 下的系统发射功率优化^[6-8]。在不同发射天线数目下, 对于下行单小区多用户大规模 MIMO 系统, 文献[4]比较了匹配滤波(Matched Filter, MF)和迫零(Zero-Forcing, ZF)线性预编码下的系统容量。文献[5]证明了线性预编码 MF 和 ZF 在发射天线数 M 趋于无穷时, 容量具有

2014-06-20 收到, 2014-08-19 改回

国家 863 计划项目(2014AA01A707)资助课题

*通信作者: 邱玲 lqiu@ustc.edu.cn

渐近最优性。文献[6-8]在多小区大规模 MIMO 系统中, 形成了最小化系统发射功率的优化问题。在用户数 $K \ll M$ 时, 文献[6]采用随机矩阵理论(Random Matrix Theory, RMT)^[9]推导了 CBF 和 JP 两种协作方式下最优信干噪比(Signal to Interference plus Noise Ratio, SINR)的渐近表达式。文献[8]根据大系统分析(Large System Analysis, LSA)提出了基于信道统计信息的最小化系统功率的分布式算法。文献[7]将文献[8]的分析方法拓展到 min-max 发射功率优化问题中, 提出了次优的对偶算法。文献[5-10]仅考虑大规模 MIMO 系统中基站具有完善信道状态信息的场景。然而, 在实际通信系统中, 基站无法获得完善 CSI。在非完善 CSI 场景下, 多小区大规模 MIMO 系统容量分析问题也受到广泛关注。文献[11]在 RZF(Regularized Zero-Forcing)线性预编码方式下采用 Gauss-Markov 信道估计模型推导系统和容量(sum capacity)的渐近表达式; 由于 RZF 存在高复杂度的矩阵求逆运算, 文献[11]根据纽曼级数提出了一种新的低复杂度的预编码。然而, 现有非完善 CSI 的研究很少关注大规模 MIMO 系统中发射功率优化问题。

本文研究多小区大规模 MIMO 系统中存在信道估计误差时系统发射功率优化问题, 其中信道估计误差模型采用 Stochastic 模型^[12], 此模型因采用灵活的非溢出概率作为约束以保证系统 QoS 而被广泛使用。本文形成了满足非溢出概率约束的最小化系统发射功率优化问题, 由于优化问题中存在非凸的概率约束, 其关键是要寻找合适的数学方法将非凸概率约束转化成凸约束。现有方法有场景近似法、球形误差模型法、伯恩斯坦不等式和积分法等。文献[13]利用场景近似法将每个概率约束用确定性约束替代, 但会导致优化问题的约束规模增加。文献[14]对误差采用球形方式建模, 根据球形性质将概率问题转化成体积问题, 从而形成凸优化问题。文献[15]根据伯恩斯坦不等式将鲁棒波束设计中非凸的概率约束转化成半正定矩阵约束。文献[16]中的算法将非凸概率约束转化成 SOCP(Second Order Cone Programming)问题后采用凸优化工具求解。然而在每次迭代过程中需要通过回程链路传输各小区中用户接收天线与基站发送天线之间的瞬时 CSI 和用户波束矢量, 在发射天线数和用户数很大的大规模 MIMO 系统中, 导致协作系统开销的大量增加。

本文通过对 Stochastic 模型中非凸概率约束进行缩放, 提出了上下行对偶法求解非凸优化问题的新方法, 和 SOCP 相比, 降低了算法求解的复杂度; 在对偶法基础上, 根据文献[8]中的大系统分析进一

步提出仅需要协作基站间交互信道大尺度信息的分布式算法, 以减少大规模 MIMO 系统中信令开销。

2 系统模型和问题形成

系统模型如图 1 所示。考虑平坦衰落信道下多小区多用户系统, 协作小区数为 L , 每小区有 K 个单天线用户, 每小区仅有一个服务基站, 基站端配置 M 个发射天线, 考虑 $M \gg K$ 的大规模 MIMO 的场景。

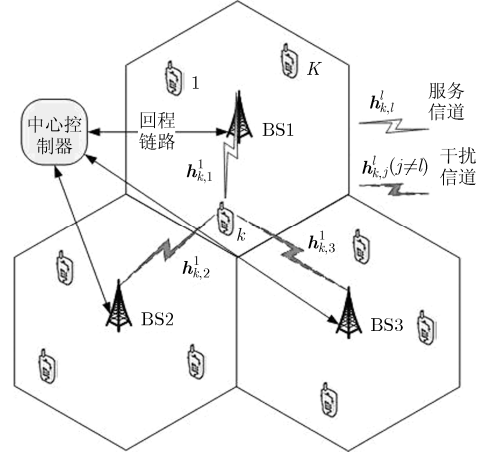


图1 多小区协作系统模型

小区 l 中用户 k 接收信号 y_k^l 可表示为

$$y_k^l = h_{k,l}^l w_k^l s_k^l + \underbrace{\sum_{i=1, i \neq k}^K h_{k,i}^l w_i^l s_i^l}_{\text{小区内干扰}} + \underbrace{\sum_{j=1, j \neq l}^L \sum_{i=1}^K h_{k,j}^l w_i^j s_i^j}_{\text{小区间干扰}} + n_k^l \quad (1)$$

其中 $h_{k,j}^l \in \mathbb{C}^M$ 表示小区 j 的服务基站的发射天线到小区 l 中用户 k 之间的信道矢量, $h_{k,j}^l = \sqrt{\beta_{k,j}^l} g_{k,j}^l$, 其中 $\beta_{k,j}^l$ 表示小区 j 中用户 k 到服务基站的大尺度衰落, $g_{k,j}^l$ 表示小区 j 中用户 k 到服务基站的小尺度衰落, $g_{k,j}^l$ 服从 $\text{CN}(0,1)$ 的瑞利分布。小区 l 的基站发送给用户 k 的数据信息 s_k^l , 满足 $\text{E}\{s_k^l\} = 0$, $\text{E}\{\|s_k^l\|^2\} = 1$; w_k^l 表示小区 l 中用户 k 的下行波束矢量, n_k^l 表示小区 l 中用户 k 的接收噪声, $(\sigma_k^l)^2$ 为噪声方差。不失一般性, 假设用户接收噪声相同, 即 $(\sigma_k^l)^2 = \sigma^2$ 。根据式(1), 小区 l 中用户 k 接收端的 SINR(γ_k^l)为

$$\gamma_k^l = \frac{|h_{k,l}^l w_k^l|^2}{\sum_{i=1, i \neq k}^K |h_{k,i}^l w_i^l|^2 + \sum_{j=1, j \neq l}^L \sum_{i=1}^K |h_{k,j}^l w_i^j|^2 + \sigma^2} \quad (2)$$

由于信道估计误差和量化误差的存在, 实际场景中基站端不能获得完善信道信息。非完善信道场景下, 考虑采用 Stochastic 信道估计误差模型, $h_{k,j}^l = \hat{h}_{k,j}^l + e_{k,j}^l$ 。其中 $\hat{h}_{k,j}^l$ 为 $h_{k,j}^l$ 的估计, $e_{k,j}^l$ 表示

相应的估计误差。由于信道估计误差的存在，用户端接收 SINR 不能保证始终满足 $\Upsilon_k^l \geq \gamma_k^l$ (γ_k^l 为小区 l 中用户 k 的目标 SINR)^[16]。本文在 Stochastic 信道估计误差模型下形成式(3)所示的最小化系统发射功率的优化问题：

$$\mathbf{P1} : \min \sum_{k,l} \|\mathbf{w}_k^l\|^2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{s.t. Pr} \left\{ \frac{(\mathbf{w}_k^l)^H (\mathbf{R}_{k,l}^l + \mathbf{E}_{k,l}^l) \mathbf{w}_k^l}{\sum_{(i,j) \neq (k,l)} (\mathbf{w}_i^j)^H (\mathbf{R}_{k,j}^l + \mathbf{E}_{k,j}^l) \mathbf{w}_i^j + \sigma^2} \geq \gamma_k^l \right\} \\ \geq 1 - \varepsilon_k^l, \\ k = 1, 2, \dots, K; l = 1, 2, \dots, L \end{array} \right\} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{R}_{k,j}^l = (\hat{\mathbf{h}}_{k,j}^l)^H \hat{\mathbf{h}}_{k,j}^l$ 表示下行信道协方差矩阵； $\mathbf{E}_{k,j}^l = (\mathbf{e}_{k,j}^l)^H \mathbf{e}_{k,j}^l$ 为估计误差协方差矩阵； $\text{Pr}(\Upsilon_k^l \geq \gamma_k^l)$ 表示 Stochastic 模型中非溢出概率； ε_k^l 是系统预先设定的溢出概率值以保证系统中用户 QoS 需求。在 Stochastic 模型中假设基站端已知估计误差统计信息，即信道估计误差分布为 $\mathbf{e}_{k,j}^l \sim \text{CN}(0, \psi_j^2 \mathbf{I})$ ， ψ_j^2 为误差方差。优化问题 **P1** 中存在非凸的概率约束，不能直接采用凸优化工具求解。

3 问题求解

文献[13–16]将非凸的概率约束转化成凸的线性矩阵约束，并通过半定松弛形成 SOCP 问题，从而采用凸优化工具箱求解。然而，SOCP 问题求解需要基站与中心控制器交互瞬时信道状态信息 $\hat{\mathbf{h}}_{k,l}^l$ 和波束信息 \mathbf{w}_k^l ，如图 1 所示。随着大规模 MIMO 系统中发射天线数目 M 的增加， $\hat{\mathbf{h}}_{k,l}^l$ 维数增加，算法复杂度和协作基站间信息交互量增加。本节首先缩放 SINR 的概率约束，提出对偶法求解非凸问题 **P1**，以降低算法的复杂度。此外，在大规模 MIMO 系统的发射天线数较大时，信道矩阵特征值的分布函数具有确定性^[9]。因此，本文进一步根据随机矩阵理论提出基于信道大尺度信息的分布式算法，以改善有限回程容量对算法性能的限制。

定理 1 优化问题 **P1** 等价式(4)的 **P2** 问题：

$$\mathbf{P2} : \min \sum_{k,l} \|\mathbf{w}_k^l\|^2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{s.t. } \frac{1}{\gamma_k^l} (\mathbf{w}_k^l)^H \left(\mathbf{R}_{k,l}^l - \frac{\psi_l c_k^l}{\sqrt{L}} \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_k^l \\ - \sum_{i \neq k} (\mathbf{w}_i^l)^H \left(\mathbf{R}_{k,l}^l - \frac{c_k^l \psi_l}{\sqrt{L}} \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_i^l \\ - \sum_{j \neq l} \sum_{i=1}^K (\mathbf{w}_i^j)^H \left(\mathbf{R}_{i,l}^j + \frac{c_i^j \psi_j}{\sqrt{L}} \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_i^j \geq \sigma^2 \end{array} \right\} \quad (4)$$

证明 **P1** 中非溢出概率约束根据积分法^[14]等

价为

$$\begin{aligned} & \text{tr}(\mathbf{R}_{k,l}^l \mathbf{A}_k^l) - \gamma_k^l \sum_{j \neq l} \text{tr}(\mathbf{R}_{k,j}^l \mathbf{B}^j) - \gamma_k^l \sigma^2 \\ & \geq c_k^l \sqrt{\psi_l^2 \|\mathbf{A}_k^l\|_{\text{F}}^2 + (\gamma_k^l)^2 \sum_{j \neq l} \psi_j^2 \|\mathbf{B}^j\|_{\text{F}}^2} \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\mathbf{A}_k^l = \mathbf{W}_k^l - \gamma_k^l \sum_{i \neq k} \mathbf{W}_i^l$ ， $\mathbf{B}^j = \sum_{i=1}^K \mathbf{W}_i^j$ ， $\mathbf{W}_i^j = \mathbf{w}_i^j (\mathbf{w}_i^j)^H$ ， $c_k^l = \sqrt{2} \text{erf}^{-1}(1 - 2\varepsilon_k^l)$ ， $\text{erf}^{-1}(\cdot)$ 为逆误差函数。利用矩阵迹性质 $\text{tr}(\mathbf{C}\mathbf{D}) = \mathbf{d}^H \mathbf{C} \mathbf{d}$ 有

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma_k^l} \text{tr}(\mathbf{R}_{k,l}^l \mathbf{A}_k^l) &= \text{tr} \left[\mathbf{R}_{k,l}^l \left(\frac{1}{\gamma_k^l} \mathbf{W}_k^l - \sum_{i \neq k} \mathbf{W}_i^l \right) \right] \\ &= \frac{1}{\gamma_k^l} (\mathbf{w}_k^l)^H \mathbf{R}_{k,l}^l \mathbf{w}_k^l - \sum_{i \neq k} (\mathbf{w}_i^l)^H \mathbf{R}_{k,l}^l \mathbf{w}_i^l \end{aligned} \quad (6)$$

同理，式(5)不等号左边第 2 项表达式和不等号右边表达式转化为

$$\begin{aligned} \sum_{j \neq l} \text{tr}(\mathbf{R}_{k,j}^l \mathbf{B}^j) &= \sum_{j \neq l} \text{tr} \left(\mathbf{R}_{k,j}^l \left(\sum_{i=1}^K \mathbf{W}_i^j \right) \right) \\ &= \sum_{j \neq l} \sum_{i=1}^K (\mathbf{w}_i^j)^H \mathbf{R}_{k,j}^l \mathbf{w}_i^j \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{\psi_l^2 \|\mathbf{A}_k^l\|_{\text{F}}^2 + (\gamma_k^l)^2 \sum_{j \neq l} \psi_j^2 \|\mathbf{B}^j\|_{\text{F}}^2} \\ & \geq \frac{1}{\sqrt{L}} \left(\psi_l^2 \|\mathbf{A}_k^l\|_{\text{F}}^2 + \gamma_k^l \sum_{j \neq l} \psi_j^2 \|\mathbf{B}^j\|_{\text{F}}^2 \right) \quad (\text{a}) \\ & \geq \frac{1}{\sqrt{L}} \left(\psi_l \left((\mathbf{w}_k^l)^H \mathbf{w}_k^l - \gamma_k^l \sum_{i \neq k} (\mathbf{w}_i^l)^H \mathbf{w}_i^l \right) \right. \\ & \quad \left. + \gamma_k^l \left(\sum_{j \neq l} \sum_{i=1}^K \psi_j (\mathbf{w}_i^j)^H \mathbf{w}_i^j \right) \right) \quad (\text{b}) \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)转化过程中，步骤(a)，步骤(b)分别依据柯西不等式和舒尔不等式。将式(6)–式(8)代入式(5)有

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma_k^l} (\mathbf{w}_k^l)^H \left(\mathbf{R}_{k,l}^l - \frac{\psi_l c_k^l}{\sqrt{L}} \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_k^l - \sum_{i \neq k} (\mathbf{w}_i^l)^H \left(\mathbf{R}_{k,l}^l - \frac{c_k^l \psi_l}{\sqrt{L}} \mathbf{I} \right) \\ & \cdot \mathbf{w}_i^l - \sum_{j \neq l} \sum_{i=1}^K (\mathbf{w}_i^j)^H \left(\mathbf{R}_{i,l}^j + \frac{c_i^j \psi_j}{\sqrt{L}} \mathbf{I} \right) \mathbf{w}_i^j \geq \sigma^2. \end{aligned}$$

由此，优化问题 **P1** 的转化证明完毕。

不失一般性，假定相同小区中用户具有相同 SINR 需求，即 $\gamma_k^l = \gamma_l$ 。根据文献[3]知下行优化问题 **P2** 存在强对偶关系，其上对偶问题如式(9)：

$$\mathbf{P3} : \max \sum_{k,l} \lambda_k^l \sigma^2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{s.t. } \Sigma_k^l \succ \frac{\lambda_k^l}{M \gamma_l} \mathbf{R}_{k,l}^l \end{array} \right\} \quad (9)$$

其中约束矩阵 $\Sigma_k^l = \left(1 + \frac{\lambda_k^l c_k^l \psi_l}{\sqrt{L} M \gamma_l} \right) \mathbf{I} + \sum_{i \neq k} \lambda_i^l \left(\frac{\mathbf{R}_{k,l}^l}{M} \right)$

$-\frac{c_k^l \psi_l}{\sqrt{LM}} \mathbf{I} \Big) + \sum_{j \neq l} \sum_{i=1}^K \lambda_i^j \left(\frac{\mathbf{R}_{i,l}^j}{M} + \frac{c_i^j \psi_j}{\sqrt{LM}} \mathbf{I} \right)$ 。由于 $\mathbf{P3}$ 为凸优化问题, 能求解出最优上行功率 λ_k^* 和上行波束 $\tilde{\mathbf{w}}_k^*$ 。依据优化问题 $\mathbf{P2}$ 和 $\mathbf{P3}$ 之间的强对偶关系, 提出如下的上下行对偶算法求解最优下行波束。

3.1 上下行对偶算法 UDDA(Uplink-Downlink Duality Algorithm)

根据下行优化问题 $\mathbf{P2}$ 和上行优化问题 $\mathbf{P3}$ 之间的对偶关系, 上下行对偶算法(UDDA)具体流程如下:

$$\text{步骤 1 上行最优功率 } \lambda_k^* = \frac{M\gamma_l}{\hat{\mathbf{h}}_{k,l}^l (\boldsymbol{\Sigma}_k^l)^{-1} (\hat{\mathbf{h}}_{k,l}^l)^H};$$

$$\text{步骤 2 利用步骤 1 中最优 } \lambda_k^* \text{ 计算上行波束 } \tilde{\mathbf{w}}_k^* = \left((\boldsymbol{\Sigma}_k^l)^* \right)^{-1} (\hat{\mathbf{h}}_{k,l}^l)^H;$$

$$\text{步骤 3 根据上行波束计算最优下行波束 } \mathbf{w}_k^* = \sqrt{\varphi_k^l} \tilde{\mathbf{w}}_k^*。$$

将用户上下行波束关系 $\mathbf{w}_k^* = \sqrt{\varphi_k^l} \tilde{\mathbf{w}}_k^*$ 代入式(4)中, 根据 KKT(Karush-Kuhn-Tucker)条件有

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\gamma_k} (\tilde{\mathbf{w}}_k^*)^H \left(\mathbf{R}_{k,l}^l - \frac{c_k^l \psi_l}{\sqrt{L}} \mathbf{I} \right) \tilde{\mathbf{w}}_k^* \varphi_k^l \\ & - \sum_{i \neq k} (\tilde{\mathbf{w}}_i^*)^H \left(\mathbf{R}_{i,l}^l - \frac{c_i^l \psi_l}{\sqrt{L}} \mathbf{I} \right) \tilde{\mathbf{w}}_i^* \varphi_i^l \\ & - \sum_{j \neq l} \sum_{i=1}^K (\tilde{\mathbf{w}}_i^*)^H \left(\mathbf{R}_{i,l}^j + \frac{c_i^j \psi_j}{\sqrt{L}} \mathbf{I} \right) \tilde{\mathbf{w}}_i^* \varphi_i^j \geq \sigma^2 \quad (10) \end{aligned}$$

设 $\sigma = 1\sigma^2$, 上下行波束关系 $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1^1, \dots, \varphi_K^1, \varphi_1^2, \dots, \varphi_K^2, \varphi_1^L, \dots, \varphi_K^L]^T \in \mathcal{R}^{KL \times 1}$, $\mathbf{1}_{KL}$ 表示 KL 维的全 1 列矢量。式(10)可重新表达为 $\mathbf{F}\boldsymbol{\varphi} = \sigma$, 则 $\boldsymbol{\varphi}$ 为

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{F}^{-1} \sigma \quad (11)$$

其中 $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1^H, \mathbf{f}_2^H, \dots, \mathbf{f}_{KL}^H] \in (KL) \times (KL)$, 矩阵 \mathbf{F} 中第 n 行第 m 列定义如下:

$$\mathbf{F}_{n,m} = \begin{cases} \frac{1}{\gamma_l} (\tilde{\mathbf{w}}_k^*)^H \left(\mathbf{R}_{k,l}^l - \frac{c_k^l \psi_l}{\sqrt{L}} \mathbf{I} \right) \tilde{\mathbf{w}}_k^*, & (m = n) \\ -(\tilde{\mathbf{w}}_k^*)^H \left(\mathbf{R}_{i,l}^j - \frac{c_i^j \psi_j}{\sqrt{L}} \mathbf{I} \right) \tilde{\mathbf{w}}_i^*, & (m \neq n) \end{cases} \quad (12)$$

其中 $\text{sgn}(j, l)$ 表示符号函数¹⁾; $k = n - \lfloor n/K \rfloor K$, $l = \lfloor n/K \rfloor$, $i = m - \lfloor m/K \rfloor K$, $j = \lfloor m/K \rfloor$; $\lfloor \cdot \rfloor, \lceil \cdot \rceil$ 分别表示下取整和上取整。

尽管本文提出的 UDDA 算法相比于 SOCP 方法能降低优化问题 $\mathbf{P1}$ 求解复杂度, 但算法在上行功率 λ_k^* 和上下行波束关系矢量 $\boldsymbol{\varphi}$ 的计算中, 需要中心

控制器获得所有用户接收天线与基站 M 个发射天线之间的瞬时 CSI, 即 $\hat{\mathbf{h}}_{k,j}^l$ 。在大规模 MIMO 系统中, 集中式的波束求解方案为系统带来大量信令开销。

3.2 基于大系统分析的分布式算法 DALSA (Distributed Algorithm based on LSA)

为减少大规模 MIMO 系统中多小区间信令开销, 本节在 UDDA 基础上, 根据大系统分析^[8]提出一种分布式算法 DALSA。

在随机矩阵理论中, N 阶随机矩阵 \mathbf{X} 在 λ 处的 Stieltjes 变换表示为 $m_{\mathbf{X}}(\lambda) = (1/N)\text{tr}(\mathbf{X} - \lambda \mathbf{I}_N)^{-1}$, 且 $m_{\mathbf{X}}(\lambda)$ 仅与 \mathbf{X} 的统计信息有关²⁾。根据信道模型 $\mathbf{h}_{k,j}^l = \sqrt{\beta_{k,j}^l} \mathbf{g}_{k,j}^l$, 大尺度 $\beta_{k,j}^l$ 反映了信道统计信息^[8]。在大规模 MIMO 系统中, 根据大系统分析推导出用户上行功率 λ_k^l 仅与矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_k^l$ 的 Stieltjes 变换相关, 如式(13)所示:

$$\begin{aligned} & \frac{(\hat{\mathbf{h}}_{k,l}^l)^H (\boldsymbol{\Sigma}_k^l)^{-1} \hat{\mathbf{h}}_{k,l}^l}{M} \xrightarrow{M \rightarrow \infty} \frac{\beta_{k,l}^l}{M} \text{tr}((\boldsymbol{\Sigma}_k^l)^\times + \mathbf{I})^{-1} \\ & \approx \frac{\beta_{k,l}^l}{M} \text{tr}(\boldsymbol{\Sigma}_k^l + \mathbf{I})^{-1} = \beta_{k,l}^l m_{\boldsymbol{\Sigma}}(-1) \quad (13) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\Sigma}_k^l)^\times &= \frac{\lambda_k^l c_k^l \psi_l}{\sqrt{LM} \gamma_l} \mathbf{I} + \sum_{i \neq k} \lambda_i^l \left(\frac{\mathbf{R}_{i,l}^l}{M} - \frac{c_i^l \psi_l}{\sqrt{LM}} \mathbf{I} \right) \\ &+ \sum_{j \neq l} \sum_{i=1}^K \lambda_i^j \left(\frac{\mathbf{R}_{i,l}^j}{M} + \frac{c_i^j \psi_j}{\sqrt{LM}} \mathbf{I} \right) \end{aligned}$$

依据式(13), DALSA 算法采用 Stieltjes 变换计算用户上行功率 λ_k^l 和上下行波束关系 $\boldsymbol{\varphi}$ 。DALSA 算法具体流程如下。

步骤 1 根据 Stieltjes 变换迭代计算最优上行功率 $\lambda_k^l = \frac{\gamma_l}{\beta_{k,l}^l m_{\boldsymbol{\Sigma}}(-1)}$;

步骤 2 上行波束计算(同 UDDA 算法);

步骤 3 下行波束计算 $\mathbf{w}_k^l = \sqrt{\varphi_k^l} \tilde{\mathbf{w}}_k^l$ 。根据式(12)和式(13), 推导出矩阵 \mathbf{F} 中元素如下:

$$\mathbf{F}_{n,m} \xrightarrow[\text{a.s.}]{M \rightarrow \infty} \begin{cases} \frac{1}{\gamma_l} \left(\frac{\beta_{k,l}^l m_{\boldsymbol{\Sigma}^\times}(-1)}{1 + \lambda_k^l \beta_{k,l}^l m_{\boldsymbol{\Sigma}^\times}(-1)} \right)^2 \\ - \frac{1}{\gamma_l} \frac{c_k^l \psi_l}{\sqrt{L}} (\tilde{\mathbf{w}}_k^l)^H \tilde{\mathbf{w}}_k^l, & m = n \\ - \left(\frac{\beta_{i,l}^j m_{\boldsymbol{\Sigma}^\times}(-1)}{1 + \lambda_i^j \beta_{i,l}^j m_{\boldsymbol{\Sigma}^\times}(-1)} \right)^2 \\ + \frac{c_i^j \psi_j}{\sqrt{L}} \text{sgn}(j, l) (\tilde{\mathbf{w}}_i^j)^H \tilde{\mathbf{w}}_i^j, & m \neq n \end{cases} \quad (14)$$

¹⁾ $\text{sgn}(j, l)$ 为符号函数。若 $j = l$, $\text{sgn}(j, l) = 1$, 否则 $\text{sgn}(j, l) = -1$ 。

²⁾ 文献[9]指出高维矩阵的 Stieltjes 变换仅与信道统计信息相关, 文献[8-Theorem 1]给出相应计算表达式。

DALSA 算法中上行功率 λ_k^l 和上下行波束关系 φ 的计算仅采用与信道大尺度信息相关的 Stieltjes 变换, 而不是所有用户瞬时 CSI, 有效地减少小区间信令开销。

3.3 复杂度分析

本文采用算法实现所需要的实数浮点运算 (flops) 数目作为算法复杂度的度量, 表 1 给出 3 种算法的复杂度分析结果。

表 1 UDDA, DALSA 和 SOCP 算法复杂度分析

算法	算法复杂度
UDDA	步骤 1 $(M(M+1)(M-1)/3 + 2M(8M-2) + 2 + O_{\Sigma})N_{\text{ite}}$
	步骤 2 $M(M+1)(M-1)/3 + M(8M-2) + O_{\Sigma}$
	步骤 3 $M(M+1)(M-1)/3 + 22M^2 - 6M + 3$
DALSA	步骤 1 $N_{\text{ite}}(2 + O_{\Sigma})$
	步骤 2 $M(M+1)(M-1)/3 + M(8M-2) + O_{\Sigma}$
	步骤 3 $M(M+1)(M-1)/3 + 4M^2 + 8M + 8$
SOCP ^[14]	$M^2 \sum_{i=1}^{KL} m_i = M^2 \times KL \times (M^2 \times L + 1) = KL^2 M^4 + KLM^2$

表中矩阵 Σ_k^l 的复杂度为 $O_{\Sigma} = L(K-1)(9M^2 + M + 3) + M + 6$, N_{ite} 为步骤 1 迭代次数, m_i 为约束矩阵的维度。定义相对复杂度比率为所提两种算法的复杂度与 SOCP 算法复杂度的比值。

从图 2 我们可以看出, 随着发射天线数 M 的增加, 本文提出的 UDDA 算法和 DALSA 算法可以有效地降低算法复杂度。当 $M = 128$, 用户数 $K = 20$ 时, UDDA 算法和 DALSA 算法复杂度仅为 SOCP 算法的 5%。

4 仿真结果及分析

考虑图 1 所示的 $L=3$ 的六边形多小区系统模型。每小区 $M=128$, $K=20$, 用户在小区内随机分布。小区半径 $R=0.8$ km, 信道模型中大尺度衰落为 $128.1 + 37.6 \lg d$, 小尺度衰落为瑞利衰落。 $d_{k,l}^l$ 表示小区 l 中用户 k 到服务基站的距离, 且满足 $0.1 \leq d_{k,l}^l < R$ 。用户噪声 $\sigma^2 = -110$ dBm。

本文仿真了 3 种算法:

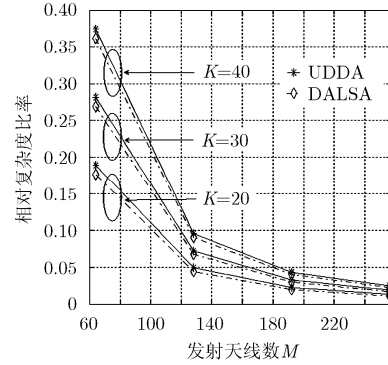


图 2 相对复杂度比率

(1) 为降低鲁棒波束优化问题 **P1** 的求解复杂度而提出的上下行对偶算法 UDDA;

(2) 为减少大规模 MIMO 系统中信令开销, 提出的基于大系统分析的分布式算法 DALSA;

(3) 对比算法为文献[14]中的算法。

下面将仿真在不同的 SINR 需求 γ_l , 小区间估计误差 ψ_j 和溢出概率 ε 下, UDDA 和 DALSA 算法对系统发射功率的影响和算法的鲁棒性能。算法鲁棒性能定义^[5]为: 算法在多次信道实现仿真中, 能满足系统非溢出概率约束的比值。本文在基站端配置不同发射天线数下, 采用 2000 次蒙特卡洛仿真所提算法的鲁棒性能。

图 3 比较了在不同目标 SINR 和不同溢出概率约束下 3 种算法的系统发射功率。仿真结果表明, 在目标 SINR 大于 6 dB, 溢出概率为 0.10, 0.15 和 0.20 场景下, 本文提出的 UDDA 和 DALSA 算法均能有效降低系统发射功率。在 $\gamma_l = 9$ dB, $\varepsilon = 0.2$ 的场景下, 相比于文献[14]中的算法, DALSA 和 UDDA 能降低 6 dB 的系统发射功率, 而 DALSA 算法比 UDDA 仅多消耗 0.6 dB 的发射功率。

实际系统中, 服务基站和干扰基站距离用户的距离不同, 会造成服务信道和干扰信道的估计误差不同。为此, 图 4 仿真了服务信道估计方差为 $\psi_l = -20$ dB, 不同干扰信道估计误差下, 用户数 SINR 需求与系统发射功率的关系。在低 SINR 需求的场景下, 干扰信道估计误差对两种算法影响很小。由于 DALSA 算法利用信道大尺度信息而不是瞬时信道信息, 因此 DALSA 算法在高 SINR 需求的场景下, 需要增加发射功率来满足系统 QoS 需求和非溢出概率约束。但 DALSA 算法仅交互大尺度信息, 有效减少系统信令开销。

图 5 仿真结果表明, 在相同的 SINR 需求下, DALSA 与 UDDA 具有相近的系统鲁棒性; 同时,

仿真结果表明，在大规模天线场景下，干扰信道估计误差的增加会降低系统鲁棒性。在 $\gamma_l = 16$ dB，发射天线数 $M=192$ ， $\psi_j = -10$ dB 的场景下，系统鲁棒性为 64%；而在 $\psi_j = -5$ dB 的场景下，系统的鲁棒性仅为 50%，相比降低 14%。随着发射天线数 M 的增加，系统的鲁棒性提升。

以上仿真表明 DALSA 算法和 UDDA 算法能降低系统的发射功率和保证系统的鲁棒性，并且 DALSA 算法能大幅减少系统开销。

5 结论

本文通过对 Stochastic 模型中非凸概率约束进行缩放，提出一种新方法 UDDA 求解非凸优化问题，降低传统 SOCP 算法求解的复杂度；为进一步减少大规模 MIMO 系统小区间瞬时 CSI 开销，根据大系统分析提出仅利用信道大尺度信息的分布式算法 DALSA。仿真验证了 DALSA 算法与 UDDA 算法均能降低系统的发射功率，并且具有良好的系统鲁棒性能。

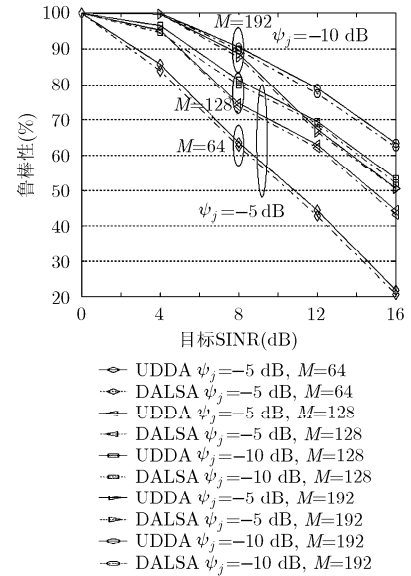
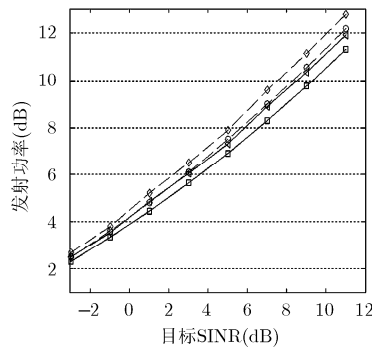
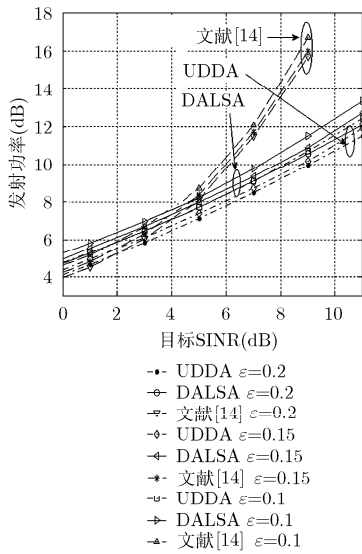


图3 用户不同目标 SINR 下，对偶算法和分布式算法与系统发射功率的关系

图4 服务信道和干扰信道具有不同估计误差时，用户 SINR 需求和系统发射总功率关系

图5 大规模 MIMO 系统中不同发射天线数目下两种算法鲁棒性比较

参考文献

- [1] Marzetta T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(11): 3590-3600.
- [2] 刘文佳, 韩圣千, 杨晨阳. 异构网中的高效混合协作传输方法[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(8): 1989-1996.
Liu Wen-jia, Han Sheng-qian, and Yang Chen-yang. High energy efficient hybrid cooperative transmission strategy in heterogeneous networks[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(8): 1989-1996.
- [3] Dahrouj H and Yu W. Coordinated beamforming for the multi-cell multi-antenna wireless system[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2010, 9(5): 1748-1759.
- [4] Yang H and Marzetta T L. Performance of conjugate and zero-forcing beamforming in large-scale antenna systems[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2013, 31(2): 172-179.
- [5] Rusek F, Persson D, Lau B K, et al. Scaling up MIMO: opportunities and challenges with very large arrays[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2013, 30(1): 40-60.
- [6] Zakhour R and Hanly S V. Base station cooperation on the downlink: large system analysis[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(4): 2079-2106.
- [7] Zakhour R and Hanly S V. Min-max power allocation in cellular networks with coordinated beamforming[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2013, 31(2): 287-302.
- [8] Lakshminaryana S, Hoydis J, Debbah M, et al. Asymptotic analysis of distributed multi-cell beamforming[C]. *IEEE 21st International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications*, Istanbul, Turkey, 2010: 2105-2110.
- [9] Tulino A M and Verdú S. Random matrix theory and wireless communications[J]. *Communications and Information Theory*, 2004, 1(1): 1-182.
- [10] Zhang J, Wen C K, Jin S, et al. Large system analysis of cooperative multi-cell downlink transmission via regularized

- channel inversion with imperfect CSIT[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2013, 12(10): 4801-4813.
- [11] Kammoun A, Müller A, Björnson E, *et al.* Linear precoding based on truncated polynomial expansion-part II: large-scale multi-cell systems[OL]. <http://arxiv.org/abs/1310.1799>. 2013.
- [12] Chalise B K, Shahbazpanahi S, Czulwik A, *et al.* Robust downlink beamforming based on outage probability specifications[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, 6(10): 3498-3503.
- [13] Shenouda M B and Davidson T N. Probabilistically-constrained approaches to the design of the multiple antenna downlink[C]. *IEEE 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Pacific Grove, USA, 2008: 1120-1124.
- [14] Ponukumati D, Gao F, and Bode M. Robust multi-cell downlink beamforming based on second-order statistics of channel state information[C]. *IEEE Global Telecommunications Conference*, California, USA, 2012: 1-5.
- [15] Wang K Y, Chang T H, Ma W K, *et al.* A semidefinite relaxation based conservative approach to robust transmit beamforming with probabilistic SINR constraints[C]. *European Signal Processing Conference*, Aalborg, Denmark, 2010: 23-27.
- [16] Wang K Y, Chang T H, Ma W K, *et al.* Probabilistic SINR constrained robust transmit beamforming: a Bernstein-type inequality based conservative approach[C]. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Atlanta, USA, 2011: 3080-3083.
- 李新民: 男, 1989 年生, 博士生, 研究方向为大规模 MIMO 中信号处理、功率控制.
- 邱玲: 女, 1963 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为无线通信、移动通信、扩频通信、MIMO 中的信号处理与异构网络等.