最大误差可控的高光谱图像聚类压缩算法

李秋富[①] 谌德荣[①] 何光林*[①] 冯 辉[②] 杨柳心[①]
[①](北京理工大学机电工程与控制国家级重点实验室 北京 100081)
[②](北京宇航系统工程研究所 北京 100076)

摘 要：针对原有基于奇异值分解的最大误差可控的高光谱图像压缩(EC-SVD)算法未充分利用图像光谱矢量间冗余的问题，该文将高光谱图像压缩与聚类结合，提出最大误差可控的高光谱图像聚类压缩算法。分析发现，图像的光谱矢量间相似度越高越有利于得到好的最终压缩效果。因此，算法首先使用 K-均值聚类对高光谱图像像元按光谱矢量聚类，以提高同类光谱矢量间的相似度；其次，对每一类像元分别使用 EC-SVD 算法思想压缩以控制最大误差。论文证明了当高光谱图像的像元个数与波段数之比较大，且聚类类数不大于 8 时，聚类能够提高图像最终压缩比。最后，设计整体压缩实验仿真流程，并对实际高光谱图像进行数值仿真。结果表明，在相同参数条件下，该文算法比 EC-SVD 算法得到的压缩比和信噪比均有提高，最大压缩比提高了 10% 左右。该文算法能够有效提高 EC-SVD 算法的图像压缩效果。

关键词：高光谱图像；图像压缩；误差可控；聚类
中图分类号： TP751.1 **文献标识码**： A **文章编号**：1009-5896(2015)02-0255-06
DOI: 10.11999/JEIT140451

Hyperspectral Image Compression Algorithm with Maximum Error Controlled Based on Clustering

Li Qiu-fu[①] Chen De-rong[①] He Guang-lin[①] Feng Hui[②] Yang Liu-xin[①]
[①](*National Laboratory for Mechatronic and Control*, *Beijing Institute of Technology*, *Beijing* 100081, *China*)
[②](*Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering*, *Beijing* 100076, *China*)

Abstract: Aiming at the problem that the maximum Error Controllable compression based on SVD (EC-SVD) algorithm can not make full use of spectral vectors' redundancy in hyperspectral image, a hyperspectral image compression algorithm with maximum error controlled based on clustering is presented in this paper, by combining hyperspectral image compression with clustering. It is found that a higher compression ratio can be achieved as spectral vectors' similarity increases. Using the K-means clustering algorithm, the pixels of hyperspectral image are clustered by spectral vectors to improve the similarity of spectral vectors in the same class. Then, the pixels in each class are compressed using the idea of EC-SVD algorithm. And it is shown that the compression ratio increases if the cluster number is no more than 8 and the number of pixels is larger than that of bands in the clustered hyperspectral image. Finally, a total simulation procedure of the improved compression algorithm is designed and some hyperspectral images are tested. The results of the tests show that compression ratios and signal to noise ratios are higher than those of EC-SVD algorithm under the same parameters; the maximum compression ratio rises around 10 percent. The presented improved algorithm can raise the compression efficiencies of hyperspectral images.

Key words: Hyperspectral image; Image compression; Error controllable; Clustering

1 引言

高光谱图像包含地物从紫外到热红外区域的光谱数据，具有强大分辨识别地物能力，使其在农林业[1,2]、气象与海洋[3]、环境[4]、地质[5]以及军事[6]等领域显示出巨大的应用前景。然而，高光谱成像仪的数据输出率极大，如中国科学院西安光学精密机械研究所研制的 LASIS 光谱仪输出码率高达 1.4 Gbps[7]；而随着硬件技术的提高，光谱成像仪的输出码率也会进一步增大，如美国宇航局的大气红外探测仪(AIRS)可以获取超高光谱图像，其光谱波段数已经达到 2378 个[8]。巨大的数据量对无线传输信道和存储介质都造成了极大的压力和困难，制约了

2014-04-08 收到，2014-07-25 改回
国家部委基金资助课题
*通信作者：何光林 heguanglin@bit.edu.cn

高光谱图像的应用，也使得高光谱图像压缩成为国内外研究的热点问题[7–16]。

在对数据进行压缩时，总是希望尽可能保留数据的所有信息。文献[9]基于光谱矢量聚类给出了一种良好的多波段预测的无损压缩方案，但没有分析聚类类数对压缩比的影响。文献[10]将压缩感知技术应用于高光谱图像压缩，从空间域和谱方向分别构造感知矩阵，在给定峰值信噪比条件下得到了最优压缩比。然而，高光谱图像的无损压缩比一般不超过4:1[11]，难以满足实际的要求。因此，针对高光谱图像的有损压缩研究也越来越广泛[12–15]。

有损压缩会使重构后的高光谱图像与原图像之间存在误差，如果误差不可控，会使得最终的高光谱数据失去应有的使用价值。为了从测量系统的角度考虑原始光谱与解压缩重构光谱间的误差，文献[12]基于奇异值分解(SVD)技术，研究了最大误差可控的高光谱图像压缩算法(简称EC-SVD算法)，该算法操作简单，很好地利用了高光谱图像的波段间冗余；然而分析发现EC-SVD算法并未充分利用高光谱图像的光谱矢量间冗余。文献[13]基于小波变换研究得到超光谱图像点阵矢量量化集合分裂嵌入式块算法，获得了好的压缩效果，但是没有考虑最大压缩误差的控制。文献[14]将小波变换与波段间聚类结合研究了多光谱有损压缩算法，若将该算法直接应用于高光谱图像的压缩，会破坏高光谱图像极强的谱间相关性，且其算法没有考虑最大误差控制问题。文献[15]基于离散小波变换和非负张量分解提出了一种高光谱图像压缩算法，该算法能有效提高高光谱图像的压缩比且同时保护图像的光谱信息。文献[16]对二代小波在遥感图像压缩中的应用做了综述，指出在高光谱图像有损压缩中考虑误差控制的重要性。

本文在文献[12]提出的EC-SVD算法基础上，充分利用图像的光谱矢量间冗余，按光谱矢量对高光谱图像像元进行聚类，提高同类光谱矢量间的相似度，研究得到最大误差可控的高光谱图像聚类压缩算法。本文给出了聚类对最终压缩比的影响：对于一般的高光谱图像，当像元数与波段数比值较大且聚类类数$s \le 8$时，聚类有利于提高压缩比。仿真试验表明，在相同参数下，本文算法获得的压缩比与信噪比均有提高，最大压缩比提高了10%左右。

2 算法构造

为了进一步利用高光谱图像的光谱矢量间冗余提高算法的压缩比，同时控制最大压缩误差，本文将EC-SVD算法与聚类相结合，研究最大误差可控的高光谱图像聚类压缩算法。在此主要面临两个问题：(1)聚类是否确实有利于提高高光谱图像的压缩比；(2)选择或设计什么样的聚类算法能够尽可能地提高压缩比。

2.1 算法分析

从数学角度看，高光谱图像数据是一个3维矩阵，即$\boldsymbol{H} \in \mathbb{R}^{m\times n\times L}$。在EC-SVD算法中，首先利用双射

$$\phi : \mathbb{R}^{m\times n\times L} \to \mathbb{R}^{N\times L}$$

将$\boldsymbol{H}$映射成2维矩阵$\boldsymbol{X} = \phi(\boldsymbol{H})$，其中$N = mn$是高光谱图像的空间像元个数，$L$是成像光谱仪的输出波段数。映射$\phi$使矩阵$\boldsymbol{X}$的每一行对应于$\boldsymbol{H}$中的一个像元光谱矢量。本文中，光谱矢量指的是高光谱图像像元所对应的光谱曲线，例如$\boldsymbol{H}(i,j,:)$表示图像$\boldsymbol{H}$在空间位置(i,j)处的光谱矢量；波段指的是所有光谱矢量相同位置上分量所组成的2维图像，例如$\boldsymbol{H}(:,:,k)$表示高光谱图像$\boldsymbol{H}$的第k个波段。压缩前高光谱图像数据量为

$$A_1 = NLb \tag{1}$$

这里$b = 16$ bit是描述$\boldsymbol{H}$中每个数据点所需的比特数。

其次，对矩阵$\boldsymbol{X}$进行奇异值分解：

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}$$

其中$\boldsymbol{U} \in \mathbb{R}^{N\times N}, \boldsymbol{V} \in \mathbb{R}^{L\times L}$为正交阵，$\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{N\times L}$是只有非负元素的对角阵，其主对角线保存了$\boldsymbol{X}$的所有奇异值，且它们从大到小排列。由于高光谱图像的波段间相似度极高，这使得$\boldsymbol{X}$的前$p(< L)$个最大奇异值占所有奇异值的比重非常大，因此只需要使用这p个奇异值就能较好地得到$\boldsymbol{X}$的重构矩阵$\boldsymbol{X}_p$，即

$$\boldsymbol{X}_p = \boldsymbol{U}_p\boldsymbol{\Sigma}_p\boldsymbol{V}_p^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

其中$\boldsymbol{U}_p \in \mathbb{R}^{N\times p}, \boldsymbol{V}_p \in \mathbb{R}^{L\times p}$是矩阵$\boldsymbol{U}$和$\boldsymbol{V}$的前$p$列形成的长方阵，$\boldsymbol{\Sigma}_p \in \mathbb{R}^{p\times p}$是以$\boldsymbol{X}$的前$p$个最大奇异值为对角元的对角形矩阵。

然后，根据预控制的最大误差，选取合适的量化因子q，将误差矩阵$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{X} - \boldsymbol{X}_p$进行量化得到$\overline{\boldsymbol{E}} = [\boldsymbol{E}/q]$。

最后，将矩阵$\boldsymbol{\Sigma}_p, \boldsymbol{U}_p, \boldsymbol{V}_p, \overline{\boldsymbol{E}}$进行无损压缩，即为最终压缩后数据。在接收端，可获得重构矩阵：

$$\boldsymbol{X}^* = \boldsymbol{U}_p\boldsymbol{\Sigma}_p\boldsymbol{V}_p^{\mathrm{T}} + q\overline{\boldsymbol{E}}$$

则$\boldsymbol{H}^* = \phi^{-1}(\boldsymbol{X}^*)$即为重构高光谱图像。

EC-SVD算法通过调节量化因子q来控制图像压缩后的最大绝对误差。压缩后的数据量可表示为[12]

$$A_2 = \frac{pb_1}{r_1} + \frac{pNb_2}{r_2} + \frac{pLb_3}{r_3} + \frac{NLb_4}{r_4} \tag{3}$$

其中 b_1,b_2,b_3,b_4 依次为描述 $\boldsymbol{\Sigma}_p,\boldsymbol{U}_p,\boldsymbol{V}_p,\overline{\boldsymbol{E}}$ 中每个元素所需的比特数，根据 $\boldsymbol{U}_p,\boldsymbol{V}_p$ 的数据统计分布特点需有 $b_2=b_3=b=16$ bit；r_1,r_2,r_3,r_4 为对应数据的压缩比。

在量化因子 q 取定之后，式(3)中 r_1,r_2,r_3 与 p 的相关性不大，它们主要取决于对矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}_p,\boldsymbol{U}_p,\boldsymbol{V}_p$ 使用的无损压缩算法；因此式(3)中的前 3 项会随着 p 的增大而增大。第 4 项与 p 不直接相关，但是 p 越大，$\boldsymbol{X}_p$ 将是 $\boldsymbol{X}$ 越好的逼近，这表现在随着 p 的增大量化误差矩阵 $\overline{\boldsymbol{E}}$ 中的零元个数会增加，从而根据非零值编码其压缩比 r_4 会随之增大，因此式(3)的第 4 项会随着 p 的增大而减小。

由以上分析可知，量化因子 q 取定之后，EC-SVD 算法获得的压缩比取决于 p 的大小以及用前 p 个奇异值得到的重构矩阵 $\boldsymbol{X}_p$ 对 $\boldsymbol{X}$ 的逼近程度。即要想获得大的压缩比，就要用较小的 p 获得对 $\boldsymbol{X}$ 好的逼近。根据矩阵奇异值分解原理可知，当矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的行向量间的相似程度越高时，就越能达到以上目的。

这里，需要给出一个准则函数，用来度量矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的行向量间的相似程度。在高光谱图像的处理中，效果较好并得到公认的像元光谱矢量相似性度量是光谱矢量夹角余弦值[17]。

$$\cos(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})=\frac{\langle\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\rangle}{\|\boldsymbol{x}\|\|\boldsymbol{y}\|}$$

其中 $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\in\mathbb{R}^L$ 表示图像 $\boldsymbol{H}$ 的两个光谱矢量，也对应着 $\boldsymbol{X}$ 的两个行向量；对任意 $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\in\mathbb{R}^L$，符号 $\langle\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\rangle$ 及 $\|\boldsymbol{x}\|$ 分别表示欧氏空间 $\mathbb{R}^L$ 的内积和 2 范数。据此，本文设计的度量矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的行间相似度准则函数为

$$\overline{J}=\frac{1}{N}\sum_{\boldsymbol{y}\in\varGamma}\frac{\langle\boldsymbol{y},\boldsymbol{m}\rangle}{\|\boldsymbol{y}\|\|\boldsymbol{m}\|}\tag{4}$$

其中 $\varGamma$ 表示以 $\boldsymbol{X}$ 的行向量为元素所构成的向量集合，$\boldsymbol{m}=\dfrac{1}{N}\sum_{\boldsymbol{y}\in\varGamma}\boldsymbol{y}$ 表示集合 $\varGamma$ 的元素均值。

为了验证矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的行间相似度与最终压缩比之间的相关性，这里计算了高光谱图像 Cuprite, Luna Lake, Low Altitude 以及 HongShuLin 所对应的矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的行间相似度，并使用 EC-SVD 算法对它们压缩比进行了仿真实验，结果见表 1。

从表 1 可见，对于不同的高光谱图像，随着它们所对应矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的行间相似度的增大，使用 EC-SVD 算法压缩得到的压缩比增大的趋势非常明显。这个结果验证了本文的分析。

2.2 压缩方法设计及数据量分析

为了提高图像的压缩比，希望能够提高式(4)的值。但容易发现对于同一个矩阵，其行向量间的相似程度是其固有性质，无法改变。本文采取的办法是将矩阵 $\boldsymbol{X}$ 按行向量以一定方法分成若干个小矩阵 $\boldsymbol{X}_i,i=1,2,\cdots,s$，以希望能够提高这些小矩阵行向量间的总体相似程度。此时，对于分块后的矩阵 $\boldsymbol{X}$，度量行向量间相似程度的准则函数定义为

表 1 高光谱图像 $\boldsymbol{H}$ 的压缩比与其矩阵 $\boldsymbol{X}$ 行间相似度

	Cuprite	Luna Lake	Low Altitude	HongShuLin
$\boldsymbol{X}$ 行间相似度	0.9993	0.9994	0.9738	0.9502
$\boldsymbol{H}$ 压缩比	45.8156	41.3023	20.7526	13.1195

$$\overline{J}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{s}J_i=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{s}\sum_{\boldsymbol{y}\in\varGamma_i}\frac{\langle\boldsymbol{y},\boldsymbol{m}_i\rangle}{\|\boldsymbol{y}\|\|\boldsymbol{m}_i\|}\tag{5}$$

其中 $\varGamma_i$ 表示以矩阵 $\boldsymbol{X}_i$ 的每个行向量为元素所构成的向量集合，$\boldsymbol{m}_i=\dfrac{1}{N_i}\sum_{\boldsymbol{y}\in\varGamma_i}\boldsymbol{y}$ 表示集合 $\varGamma_i$ 中的元素均值，$N_i=|\varGamma_i|$ 表示集合 $\varGamma_i$ 中的元素个数。

对每个小矩阵 $\boldsymbol{X}_i$ 分别进行奇异值分解，并分别使用其最大的 p_i 个奇异值对其重构。当式(5)的值较式(4)大时，说明 $\boldsymbol{X}_i$ 的行间相似度比 $\boldsymbol{X}$ 的行间相似度高，则可以使用一个较小的 p_i，获得对 $\boldsymbol{X}_i$ 的较好的逼近 $\boldsymbol{X}_{p_i}$。现在，对最终所得的数据量进行分析。

将 $\boldsymbol{X}$ 按行向量以一定方法分成若干个小矩阵 $\boldsymbol{X}_i,i=1,2,\cdots,s$，对应于图像 $\boldsymbol{H}$ 则是将其以像元光谱矢量为单位通过一定的聚类算法分割为 s 个子区域，每个子区域中的像元个数记为 N_i，则 $N=\sum_{i=1}^{s}N_i$。这里，需要一个大小为 $m\times n$ 的类别矩阵 $\boldsymbol{C}$，其中的元素取自集合 $\{1,2,\cdots,s\}$，用来表示 $\boldsymbol{H}$ 中对应位置上的像元光谱矢量所属的子区域类别，以便最终重构图像。

对每个子区域对应的矩阵 $\boldsymbol{X}_i$ 分别使用 EC-SVD 算法思想进行处理，可相应得到 $\boldsymbol{U}_{p_i},\boldsymbol{\Sigma}_{p_i},\boldsymbol{V}_{P_i}$，$i=1,2,\cdots,s$；以及对应的量化误差阵 $\overline{\boldsymbol{E}}_{p_i},i=1,2,\cdots,s$。在接收端，可获得重构矩阵：

$$\boldsymbol{X}^{**}=\sum_{\boldsymbol{C}}\boldsymbol{X}_{p_i}=\sum_{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{U}_{p_i}\boldsymbol{\Sigma}_{p_i}\boldsymbol{V}_{p_i}^{\mathrm{T}})$$

其中 $\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{C}}$ 表示按分类矩阵 $\boldsymbol{C}$ 排列，则 $\boldsymbol{H}^{**}=\phi^{-1}(\boldsymbol{X}^{**})$ 即为重构高光谱图像。最终总的数据量为

$$A_3=\frac{b_1}{r_1}\sum_{i=1}^{s}p_i+\frac{b_2}{r_2}\sum_{i=1}^{s}p_iN_i+\frac{b_3}{r_3}\sum_{i=1}^{s}p_iL+\frac{NLb_4}{r_4'}+Nb_5\tag{6}$$

其中，r_4' 为此时量化后误差项 $\overline{\boldsymbol{E}}$ 的压缩比，$b_5=\lceil\log_2 s\rceil$ 为描述矩阵 $\boldsymbol{C}$ 中每个数据所需的比特数；这里，对于 $a\in\mathbb{R}$，符号 $\lceil a\rceil$ 表示不小于 a 的最小整数。压缩比 $R=A_1/A_3$ 是否有提高，取决于式(6)是否小

于式(3)。

为了便于讨论，这里理想化地控制式(3)和式(6)的第 4 项，设其中 $\overline{\boldsymbol{E}}$ 的压缩比 r_4 和 r_4' 相等。此时，作如下假设和说明：

(1)对于一般的高光谱图像，其数据量非常大，而当类数 s 不大时，式(3)和式(6)的第 1 项相对很小，不到整个数据量的百万分之一，故将其忽略；

(2)设 $0 < p \le 15$，p 值对于不同高光谱图像有所不同，但通常不超过 15[12]；

(3)根据无损压缩的一般结果，设 $r_2, r_3 \in [2,4]$；

(4)设 $N/L \ge 1000$，如高光谱图像 Cuprite，其空间大小为 $N = 512\times 614$，波段数 $L = 224$，$N/L \ge 1400$；

(5)由于聚类提高了每个分块小矩阵 $\boldsymbol{X}_i$ 的行间相似度，故当 $r_4 = r_4'$ 时，可设 $p_i < p$。那么将式(3)与式(6)相减，有

$$\begin{aligned}\varDelta &\doteq \frac{b_2}{r_2}\left(pN - \sum_{i=1}^{s} p_i N_i\right) + \frac{b_3}{r_3}\left(pL - \sum_{i=1}^{s} p_i L\right) - Nb_5 \\ &\ge \frac{b_2}{r_2}\big(pN - (p-1)N\big) + \frac{b_3}{r_3}\big(pL - s(p-1)L\big) - Nb_5 \\ &> \frac{16}{4}N - \frac{16}{2}s(p-1)L - \lceil \log_2 s\rceil N \\ &> 4N - \frac{120sN}{1000} - \lceil \log_2 s\rceil N\end{aligned}$$

于是当类数 $s \le 8$ 时，有 $\varDelta > 0$，此时对图像的光谱矢量进行聚类有利于对其进行压缩。

以上的分析，只是非常粗略地说明了当高光谱图像的像元个数与波段数比 $N/L \ge 1000$ 且聚类的类数 $s \le 8$ 时，本文算法可以提高压缩比。能够发现，当聚类类数 s 变化时，最终的压缩比随着类数 s 的增大，有一个先增大后减小的过程；因为在 $s = N$ 的极限情况，最终压缩比与不进行聚类的情况相比会下降很多。另外，需要说明的是以上估计过程十分保守，在实际中即便 N/L 没有到达 1000，或对高光谱图像聚类的类数 s 达到 16，也可能有利于图像压缩比进一步提高。

综上，应选取或设计可以控制类数 s，且尽可能地提高同类元素之间相似度的聚类方法。

2.3 聚类方法设计

将高光谱图像 $\boldsymbol{H}$ 的分类方案记为 τ，希望通过聚类找到使得式(5)达到最大的方案 τ^*，显然 τ^* 也使得

$$J = \sum_{i=1}^{s} J_i = \sum_{i=1}^{s}\sum_{\boldsymbol{y}\in\varGamma_i} \frac{\langle \boldsymbol{y}, \boldsymbol{m}_i\rangle}{\|\boldsymbol{y}\|\|\boldsymbol{m}_i\|} \tag{7}$$

达到最大，即有 $J(\tau^*) = \max\limits_{\tau} J = \max\limits_{\tau} \sum_{i=1}^{s} J_i$。容易发现，$\tau^*$ 的解析表达式难以求取；本文将使用 K-均值聚类算法求出 τ^* 的近似解，这需要设计与 K-均值聚类算法相应的准则函数和判别函数[18]。

显然，式(7)可以作为准则函数，但若直接使用会使相应的判别函数的计算过于复杂，将极大降低聚类算法的效率。为此，在聚类之前对高光谱图像的光谱矢量进行单位化的预处理，则式(7)简化为

$$J = \sum_{i=1}^{s} J_i = \sum_{i=1}^{s}\sum_{\boldsymbol{y}\in\varGamma_i} \frac{\langle \boldsymbol{y}, \boldsymbol{m}_i\rangle}{\|\boldsymbol{m}_i\|} \tag{8}$$

将式(8)作为准则函数，下面分析对应的判别函数。

假设对高光谱图像 $\boldsymbol{H}$ 的光谱矢量集合 $\varGamma$ 已经有了一个初始分类 $\varGamma_i, i = 1,2,\cdots,s$，则类 $\varGamma_k$ 中的某个元素 $\boldsymbol{y}_0$ 被分别移入类 $\varGamma_i, i \ne k$ 中后，各类的特征光谱(元素均值)更新为

$$\widetilde{\boldsymbol{m}}_i = \begin{cases} \boldsymbol{m}_i + \dfrac{1}{N_i - 1}(\boldsymbol{m}_i - \boldsymbol{y}_0), & i = k \\ \boldsymbol{m}_i + \dfrac{1}{N_i + 1}(\boldsymbol{y}_0 - \boldsymbol{m}_i), & i \ne k \end{cases} \tag{9}$$

据此结合 K-均值聚类算法原理，设计相应的判别函数为

$$\rho_i = \begin{cases} J_i - \tilde{J}_i, & i = k \\ \tilde{J}_i - J_i, & i \ne k \end{cases} \tag{10}$$

其中

$$\tilde{J}_i = \begin{cases} \displaystyle\sum_{\boldsymbol{y}\in\varGamma_i\setminus\{\boldsymbol{y}_0\}} \frac{\langle \boldsymbol{y}, \widetilde{\boldsymbol{m}}_i\rangle}{\|\widetilde{\boldsymbol{m}}_i\|}, & i = k \\ \displaystyle\sum_{\boldsymbol{y}\in\varGamma_i\cup\{\boldsymbol{y}_0\}} \frac{\langle \boldsymbol{y}, \widetilde{\boldsymbol{m}}_i\rangle}{\|\widetilde{\boldsymbol{m}}_i\|}, & i \ne k \end{cases} \tag{11}$$

将式(11)代入式(10)可得判别函数具体表达为

$$\rho_i = \begin{cases} \left(\dfrac{\|\boldsymbol{m}_i\|}{\|\widetilde{\boldsymbol{m}}_i\|} - 1\right) J_i + \dfrac{N_i}{N_i + 1}\left\langle \dfrac{\boldsymbol{m}_i}{\|\widetilde{\boldsymbol{m}}_i\|}, \boldsymbol{y}_0 - \boldsymbol{m}_i \right\rangle \\ \qquad + \left\langle \dfrac{\widetilde{\boldsymbol{m}}_i}{\|\widetilde{\boldsymbol{m}}_i\|}, \boldsymbol{y}_0 \right\rangle, \quad i = k \\ \left(1 - \dfrac{\|\boldsymbol{m}_i\|}{\|\widetilde{\boldsymbol{m}}_i\|}\right) J_i + \dfrac{N_i}{N_i + 1}\left\langle \dfrac{\boldsymbol{m}_i}{\|\widetilde{\boldsymbol{m}}_i\|}, \boldsymbol{y}_0 - \boldsymbol{m}_i \right\rangle \\ \qquad + \left\langle \dfrac{\widetilde{\boldsymbol{m}}_i}{\|\widetilde{\boldsymbol{m}}_i\|}, \boldsymbol{y}_0 \right\rangle, \quad i \ne k \end{cases} \tag{12}$$

利用式(8)和式(12)可以构造相应的 K-均值聚类算法，具体过程参考文献[18]，这里不再详细叙述。

另外，可以使用文献[9]中对光谱矢量降维的方法进一步提高聚类效率。

3 仿真实验

为了验证本文算法的有效性，对美国 JPL 实验室 AVIRIS 获得的 Cuprite, Low Altitude 等高光谱

图像进行数值仿真。这些图像也是文献[12]中的仿真图像。

数值仿真流程为：

(1)确定类数 s，利用 2.3 节设计的聚类算法将高光谱图像 $\boldsymbol{H}$ 分割为 s 个子区域，并记录分类矩阵 $\boldsymbol{C}$；

(2)使用双射 ϕ 得到每个子区域对应的 2 维矩阵 $\boldsymbol{X}_i$，并对 $\boldsymbol{X}_i$ 进行奇异值分解 $\boldsymbol{X}_i=\boldsymbol{U}_i\boldsymbol{\Sigma}_i\boldsymbol{V}_i^{\mathrm{T}}$, $i=1,2,\cdots,s$；

(3)对每个子区域矩阵分别确定 p_i，得到重构子区域矩阵 $\boldsymbol{X}_{p_i}=\boldsymbol{U}_{p_i}\boldsymbol{\Sigma}_{p_i}\boldsymbol{V}_{p_i}^{\mathrm{T}}, i=1,2,\cdots,s$；

(4)利用分类矩阵 $\boldsymbol{C}$，将 s 个重构子区域矩阵 $\boldsymbol{X}_{p_i}$ 恢复为重构高光谱图像 $\widehat{\boldsymbol{H}}$，并计算误差矩阵 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{H}-\widehat{\boldsymbol{H}}$；

(5)根据系统精度要求或信道容量确定量化因子 q，对误差矩阵量化得到 $\overline{\boldsymbol{E}}=[\boldsymbol{E}/q]$；

(6)采用预测编码和算术编码对 $\boldsymbol{U}_{p_i},\boldsymbol{V}_{p_i},i=1,2,\cdots,s$ 进行无损压缩，采用文献[12]中设计的非零值编码算法对 $\overline{\boldsymbol{E}}$ 进行无损压缩；

(7)利用式(1)和式(6)计算压缩前后的数据量，并计算压缩比。

在实验中，为了便于对压缩之后的数据进行编码，在数值仿真的第(3)步中对每个子区域矩阵选择相同的 p_i，且总是选定量化因子 $q=64$。高光谱图像 Cuprite，其空间大小为 $N=512\times614$，波段数 $L=224$ 剔除被污染数据后，进行仿真实验，结果如表 2 所示。

由于对图像聚类分割的类数 s 不宜过大，这里分别取 $s=2,4,8$ 进行实验。如表 2 所示，在相同 p 值时，本文算法产生的压缩比比 EC-SVD 算法都有提高，信噪比也有所增益。特别地，本文算法的最大压缩比在 $p=5$ 且对图像聚 8 类时达到最大为 52.11，而 EC-SVD 算法的最大压缩比在 $p=6$ 时达到 48.48，相比提高了 7.5%；由于 p 值较小，此时信噪比有 0.32 dB 下降。

表 2 两种算法对 Cuprite 的压缩结果比较

算法		p	4	5	6	7	8
EC-SVD 算法		压缩比	42.52	42.54	**48.48**	47.20	44.91
		信噪比(dB)	42.91	44.51	45.40	46.30	47.25
本文算法	聚 2 类	压缩比	43.04	47.23	48.56	47.44	44.92
		信噪比(dB)	43.27	44.63	45.66	46.58	47.35
	聚 4 类	压缩比	44.24	50.78	50.35	47.91	44.79
		信噪比(dB)	43.50	44.90	45.98	46.75	47.58
	聚 8 类	压缩比	45.51	**52.11**	50.49	48.19	44.41
		信噪比(dB)	43.74	45.08	46.16	46.88	47.76

高光谱图像 Low Altitude 的空间大小为 $N=512\times614$，波段数为 $L=224$，剔除被污染数据，分别使用 EC-SVD 算法和本文算法进行压缩，仿真实验结果见表 3。

表 3 两种算法对 Low Altitude 的压缩结果比较

算法		p	6	7	8	9	10
EC-SVD 算法		压缩比	12.30	19.72	22.18	**22.63**	21.72
		信噪比(dB)	39.93	40.94	41.68	42.30	43.25
本文算法	聚 2 类	压缩比	21.62	23.27	24.16	23.78	22.81
		信噪比(dB)	41.08	41.59	42.41	43.06	43.49
	聚 4 类	压缩比	24.40	25.24	24.93	23.96	22.82
		信噪比(dB)	41.80	42.30	42.77	43.14	43.67
	聚 8 类	压缩比	25.05	**26.00**	25.42	24.22	23.03
		信噪比(dB)	42.03	42.64	42.97	43.40	43.95

表 3 显示，随着 p 值的增大，压缩比先增大后减小。在相同 p 值下，本文算法得到的压缩比比 EC-SVD 算法的压缩比有提高，信噪比也均有所增加；得到的最大压缩比比 EC-SVD 算法得到的最大压缩比提高了 14.9%。这些都符合本文的分析。

图像 Low Altitude 所包含的地物信息较 Cuprite 更复杂，其整体图像光谱矢量间的相似度较低，而聚类能够较好地提高同类光谱矢量间相似度；这反映在数值结果是直接使用 EC-SVD 算法对 Low Altitude 压缩得到的压缩比较低，但使用本文算法所得压缩比提高的幅度较大。对高光谱图像 Luna Lake 和 HongShuLin 的仿真实验也有类似的结果，不再展示。

4 结束语

为了充分利用高光谱图像的光谱间冗余，论文将高光谱图像压缩算法与图像像元聚类结合，研究基于光谱矢量聚类的最大误差可控的高光谱图像压缩算法。首先，在已有的最大误差可控的高光谱图像压缩算法的基础上，使用 K-均值聚类对高光谱图像进行聚类分割以提高同类光谱矢量间的相似度，得到光谱相似度更高的若干个子区域，然后对每个子区域使用 EC-SVD 方法处理，最后将重构数据和量化误差进行无损压缩。当高光谱图像的像元个数

与波段数比 N/L 较大，且聚类类数 $s \le 8$ 时，聚类一定能够提高图像的最终压缩比。使用本文算法对 Cuprite, Low Altitude 等高光谱图像进行仿真实验，其最大压缩比分别从 48.48, 22.63 提高到 52.11, 26.00，分别提高了 7.5%和 14.9%，在相同参数下，本文算法获得的信噪比均有提高。

本文设计的高光谱图像聚类压缩算法进一步利用了高光谱图像的光谱矢量间冗余，在保证最大误差可控的基础上，增强了高光谱图像压缩算法的效果；但是文章没有讨论算法的参数优化问题，无法直接确定最大压缩比所对应的参数值，即该算法不具有自适应性，这是下一步值得研究改进的内容。

参 考 文 献

[1] 孙俊, 武小红, 张晓东, 等. 基于高光谱图像的生菜叶片水分预测研究[J]. 光谱学与光谱分析, 2013, 33(2): 522–526.
Sun Jun, Wu Xiao-hong, Zhang Xiao-dong, *et al*.. Research on lettuce leaves' moisture prediction based on hyperspectral images[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2013, 33(2): 522–526.

[2] 陈树人, 邹华东, 吴瑞梅, 等. 基于高光谱图像技术的稻田苗期杂草稻识别[J]. 农业机械学报, 2013, 44(5): 253–257.
Chen Shu-ren, Zou Hua-dong, Wu Rui-mei, *et al*.. Identification for weedy rice at seeding stage based on hyperspectral imaging technique[J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44(5): 253–257.

[3] Wright R, Lucey P, Crites S, *et al*.. BBM/EM design of the thermal hyperspectral imager: an instrument for remote sensing of earth's surface, atmosphere and ocean, from a microsatellite platform[J]. *Acta Astronautica*, 2013, 87(1): 182–192.

[4] Zare-Baghbidi M and Homayouni S. Fast hyperspectral anomaly detection for environmental applications[J]. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2013, 7(1): 1–11.

[5] Murphy R, Monteiro S, and Schneider S. Evaluating classification techniques for mapping vertical geology using field-based hyperspectral sensors[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2012, 50(8): 3066–3080.

[6] Lagueux P, Kastek M, Chamberland M, *et al*.. Multispectral and hyperspectral advanced characterization of soldier's camouflage equipment[C]. Conference on Electro-Optical Remote Sensing, Photonic Technologies, and Applications VII, Dresden, Germany, 2013, 8897: 1–13.

[7] Ma Jing, Li Yun-song, Chen Dong, *et al*.. A new compression and error-correction scheme for interference spectral images in deep space communication[J]. *China Communications*, 2006, 3(6): 57–62.

[8] 粘永健, 万建伟, 何密, 等. 基于分布式信源编码的高光谱图像无损压缩研究进展[J]. 宇航学报, 2012, 33(7): 860–869.
Nian Yong-jian, Wan Jian-wei, He Mi, *et al*.. Research progress of lossless compression for hyperspectral image using distributed source coding[J]. *Journal of Astronautics*, 2012, 33(7): 860–869.

[9] 粘永健, 苏令华, 孙蕾, 等. 基于聚类的高光谱图像无损压缩[J]. 电子与信息学报, 2009, 31(6): 1271–1274.
Nian Yong-jian, Su Ling-hua, Sun Lei, *et al*.. Lossless coding for hyperspectral images based on spectral cluster[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(6): 1271–1274.

[10] August Y, Vachman C, Rivenson Y, *et al*.. Compressive hyperspectral imaging by random separable projections in both the spatial and the spectral domains[J]. *Applied Optics*, 2013, 52(10): 46–54.

[11] 万建伟, 粘永健, 苏令华, 等. 高光谱图像压缩技术研究进展[J]. 信号处理, 2010, 26(9): 1397–1407.
Wan Jian-wei, Nian Yong-jian, Su Ling-hua, *et al*.. Research progress on hyperspectral imagery compression technique[J]. *Signal Processing*, 2010, 26(9): 1397–1407.

[12] 宫久路, 谌德荣, 曹旭平, 等. 一种最大压缩误差可控的高光谱图像压缩算法[J]. 宇航学报, 2009, 30(6): 2303–2307.
Gong Jiu-lu, Chen De-rong, Cao Xu-ping, *et al*.. A hyperspectral image compression algorithm of maximum compression error controllable[J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(6): 2303–2307.

[13] Dutra A, Pearlman W, and Silva E. Successive approximation wavelet coding of AVIRIS hyperspectral images[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2011, 5(3): 370–385.

[14] 梁玮, 曾平, 张华, 等. 基于聚类和小波变换的多光谱图像压缩算法[J]. 光谱学与光谱分析, 2013, 33(10): 2740–2744.
Liang Wei, Zeng Ping, Zhang Hua, *et al*.. Multispectral image compression algorithm based on clustering and wavelet transform[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2013, 33(10): 2740–2744.

[15] 李进, 金龙旭, 李国宁. 离散小波域非负张量分解的高光谱遥感图像压缩[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(2): 489–493.
Li Jin, Jin Long-xu, and Li Guo-ning. Hyperspectral remote sensing image compression based on nonnegative tensor factorizations in discrete wavelet domain[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(2): 489–493.

[16] Ebadi L and Shafri H. Compression of remote sensing data using second-generation wavelets: a review[J]. *Environmental Earth Sciences*, 2014, 71(3): 1379–1387.

[17] Galal A, Hassan H, and Imam I. A novel approach for measuring hyperspectral similarity[J]. *Applied Soft Computing*, 2012, 12(10): 3115–3123.

[18] 边肇祺, 张学工. 模式识别[M]. 第 2 版, 北京: 清华大学出版社, 2009: 234–244.

李秋富：男，1988 年生，博士生，研究方向为高光谱图像处理技术等.

谌德荣：女，1966 年生，博士，教授，研究方向为图像压缩及图像处理技术等.

何光林：男，1974 年生，博士，副教授，研究方向为系统工程及图像处理技术等.