

## 一种低复杂度线性调频信号参数估计算法

熊竹林 刘策伦\* 安建平

(北京理工大学信息与电子学院 北京 100081)

**摘要:** 为降低线性调频(LFM)信号参数估计的复杂度,该文提出一种二次估计算法。首先通过短时相干积分与非相干累加对频率斜升和起始频率进行预估计;然后以预估计结果为中心,利用多路并行部分匹配滤波快速傅里叶变换(PMF-FFT)和二次插值对参数进行精确估计;最后综合预估计和精确估计结果得到参数的最终估计值。仿真结果表明,该算法信噪比门限较低,估计精度接近克拉美罗下界,其计算复杂度和资源消耗均远低于频率斜升试探算法和插值联合估计算法。

**关键词:** 信号处理; 线性调频; 二次估计; 低复杂度; 克拉美罗下界

中图分类号: TN911.6

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2015)02-0489-05

DOI: 10.11999/JEIT140166

## A Low Complexity Parameter Estimation Algorithm of LFM Signals

Xiong Zhu-lin Liu Ce-lun An Jian-ping

(School of Information and Electronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** A quadratic estimation algorithm is proposed to reduce the complexity of accurate Linear Frequency Modulation (LFM) parameter estimation. First, the frequency rate and initial frequency are estimated coarsely by short time coherent integral and incoherent accumulation. Then, the parallel Partial Matched Filters combined with FFT (PMF-FFT) and quadratic interpolation are utilized to estimate the residuals of the frequency rate and initial frequency. Last, the final estimated values are obtained by synthesizing the results of both estimations. Simulation shows that the proposed algorithm has a low SNR threshold, and the accuracy is close to Cramer-Rao Lower Bound (CRLB). The complexity and hardware consumption of the proposed algorithm are much less than the frequency rate test algorithm and joint estimation algorithm based on interpolation.

**Key words:** Signal processing; Linear Frequency Modulation (LFM); Quadratic estimation; Low complexity; Cramer-Rao Lower Bound (CRLB)

### 1 引言

线性调频(LFM)信号作为一种重要的时变信号,被广泛用于雷达、声呐、地质勘探等领域。频率斜升和起始频率作为LFM信号的关键参数,其估计问题一直是信号处理的重要内容。

针对该问题已经开展了很多深入研究,早期的很多算法都是基于最大似然(ML)准则<sup>[1,2]</sup>,估计精度高,但运算量很大,且可能收敛到局部极值点。基于时频域正交基底变换<sup>[3-5]</sup>和马尔科夫链蒙特卡罗方法<sup>[6]</sup>的非平稳信号参数估计算法具有良好的估计性能,但这些算法同样具有计算复杂度高的缺点。离散多项式相位域变换法<sup>[7]</sup>通过延迟共轭相乘降低LFM信号的动态阶数,具有较低的计算复杂度,但

在低信噪比的环境下,非线性的信号处理方式会引入较大的信噪比损失。为了降低差分性能损失,文献[8]提出一种频率斜升试探法,将频率斜升试探和FFT频率估计算法相结合,以实现频率斜升和起始频率的联合估计。该算法具有较低的信噪比门限和良好的估计性能,且计算复杂度远低于ML算法,但算法在低信噪比环境下需要较长的相干积分时间和较小的频率斜升试探间隔,实际应用依然存在较大难度。后续研究分别从降低相干积分时间和增大试探间隔两方面入手对该算法进行改进,文献[9]提出一种均值估计算法,通过降低相干积分时间进行多次估计来降低计算复杂度,但在低信噪比环境下性能有所降低。文献[10]提出一种插值联合估计算法,通过增大试探间隔和运用二次插值来减少频率试探支路,与均值估计算法相比该算法估计精度较高,但计算复杂度也高于前者。本文将均值估计算法与插值联合估计算法进行整合,提出一种低复杂

2014-01-24 收到, 2014-05-20 改回

国家 863 计划项目(2012AA01A505)和国家自然科学基金(61271258)资助课题

\*通信作者: 刘策伦 liucehun@bit.edu.cn

度的二次估计算法。首先通过短时相干积分和非相干累加对输入信号进行预估计以确定参数范围,然后利用插值联合估计算法对参数进行小范围精确估计,仿真结果表明该算法估计性能和计算复杂度均较为理想,具有较大的工程实用价值。

本文的结构如下:首先介绍信道模型和插值联合估计算法,然后在此基础上提出二次估计算法,最后通过仿真验证算法的性能。

## 2 信道模型和插值联合估计算法

为不失一般性,假设信道为加性高斯白噪声(AWGN)信道,经过低通滤波和数字采样后的 LFM 信号可以表示为

$$\begin{aligned} x(k) &= A e^{j(\pi a_n k^2 / f_s^2 + 2\pi f_n k / f_s + \theta_0)} \\ &= A e^{j(\pi a k^2 + 2\pi f k + \theta_0)} + n(k) \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $A$  为信号幅度,  $f_s$  为信号采样速率,  $a_n$  为实际的多普勒频率斜升值,单位为 Hz/s,  $a$  为对  $a_n$  按采样速率平方归一化的多普勒频率斜升,  $f_n$  为实际的起始频率值,单位为 Hz,  $f$  为对  $f_n$  按采样速率归一化的起始频率,  $\theta_0$  为载波初相位,  $n(k)$  为零均值复高斯噪声,实部和虚部的方差均为  $\sigma^2/2$ 。

图 1 为插值联合估计算法的实现框图。算法首先在频率斜升  $a_n$  的分布区间  $[a_{\min}, a_{\max}]$  等间距选取  $M$  个频率斜升试探值用于构造频率斜升补偿支路,然后在每个补偿支路选取  $N_d$  点有效数据,将有效数据补零至  $G$  点 ( $G$  为 2 的整数次幂) 后进行 FFT,构造 MG 组本地信号:

$$\tilde{x}_{(m,g)}(k) = e^{j(\pi \tilde{a}_m k^2 + 2\pi \tilde{f}_g k)}, \quad 0 \leq k \leq N_d - 1 \quad (2)$$

式中,  $\{m | 0 \leq m \leq M - 1, m \in \mathbb{Z}\}$  表示频率斜升补偿支路,归一化补偿间隔  $\Delta a = (a_{\max} - a_{\min}) / M f_s^2$ ;  $\{g | 0 \leq g \leq G - 1, g \in \mathbb{Z}\}$  表示频率补偿支路,归一化补偿间隔  $\Delta f = 1/G$ 。用本地信号  $\tilde{x}_{(m,g)}(k)$  与输入信号  $x(k)$  共轭相乘后求模值平方,得到

$$r(m, g) = \left| \sum_{k=0}^{N_d-1} x(k) \tilde{x}_{(m,g)}^*(k) \right|^2 \quad (3)$$

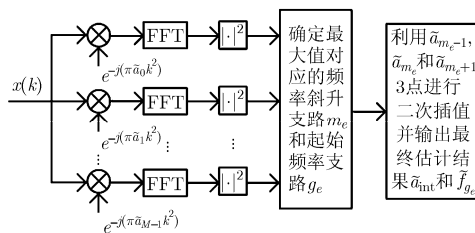


图 1 插值联合估计算法实现框图

通过比较找出  $r(m, g)$  最大值对应的频率斜升支路  $m_e$  和起始频率支路  $g_e$ , 得到频率斜升和起始频率的估计值  $\tilde{a}_{m_e}$  和  $\tilde{f}_{g_e}$ 。为提高频率斜升的估计精度,还需要对  $r_0 = r(m_e, g_e)$ ,  $r_- = r(m_{e-1}, g_e)$ ,  $r_+ = r(m_{e+1}, g_e)$  3 点进行二次插值, 得到  $\tilde{a}_{int} = \tilde{a}_{m_e} + \Delta a (r_+ - r_-) / 2(r_+ - 2r_0 + r_-)$ 。频率斜升和起始频率的最终估计值为

$$\tilde{a} = \tilde{a}_{int}, \quad \tilde{f} = \tilde{f}_{g_e} \quad (4)$$

由式(2)可知,插值法的计算复杂度与频率斜升支路  $M$  和 FFT 点数  $G$  有关,其关键参数满足<sup>[10]</sup>

$$\left. \begin{aligned} N_d &= \lceil \text{SNR}_{th} / \text{SNR}_{in} \rceil, \\ M &= \lceil (a_{\max} - a_{\min})(N_d - 1)^2 / (3f_s^2) \rceil, \\ G &= 2^{\lceil \log_2(N_d) \rceil} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中  $\lceil \cdot \rceil$  为向上取整符号,  $\text{SNR}_{th}$  为保证可靠频率估计所需的最低信噪比,一般取  $40(16 \text{ dB})$ <sup>[11]</sup>;  $\text{SNR}_{in} = A^2 / \sigma^2$  为输入信号  $x(k)$  的信噪比。由式(2)和式(5)可以看出,插值法的计算复杂度与 LFM 信号的动态范围成正比,与输入信噪比成反比。由于在雷达探测、深空通信等 LFM 信号应用较广泛的领域,高动态低信噪比的情况较为常见<sup>[12]</sup>,插值联合估计算法的计算复杂度和实现成本较高,应用受到较大限制。

## 3 二次估计算法

### 3.1 预估计算法

本文所提二次估计算法包含预估计和精确估计两部分,实现框图如图 2 所示。预估计算法是二次估计的基础,其作用是确定频率斜升和起始频率的大致范围,为参数的精确估计创造条件。从图 2 可以看出,与插值联合估计算法的纯相干累加不同,预估计算法采用相干与非相干相结合的累加方式,这样既可以通过减少相干累加时间降低算法对频率误差的敏感性,又能够提供足够的信噪比增益保证参数估计的可靠性。

设预估计算法参与相干累加的有效数据长度为  $N'_d$  (选取方式见 3.3 节),则非相干累加次数满足

$$I = \left\lceil \left( \text{SNR}_{th} L_{sq}(N'_d \text{SNR}_{in}) \right) / \left( N'_d \text{SNR}_{in} \right) \right\rceil \quad (6)$$

$L_{sq}$  为非相干累加带来的平方损耗,满足<sup>[13]</sup>

$$L_{sq}(x) = x(4 - \pi) / \pi \left( L_{1/2}(-x/2) - 1 \right)^2 \quad (7)$$

式中  $L_{1/2}(x) = e^{x/2} ((1-x)I_0(-x/2) - xI_1(-x/2))$ ,  $I_0(\cdot)$  和  $I_1(\cdot)$  分别为第 1 类零阶和一阶修正贝塞尔函数。可以证明<sup>[10]</sup>,算法频率斜升的最大搜索间隔为  $3/(N'_d - 1)(IN'_d - 1)$ ,相应的频率斜升支路  $M'$  和 FFT 点数  $G'$  满足

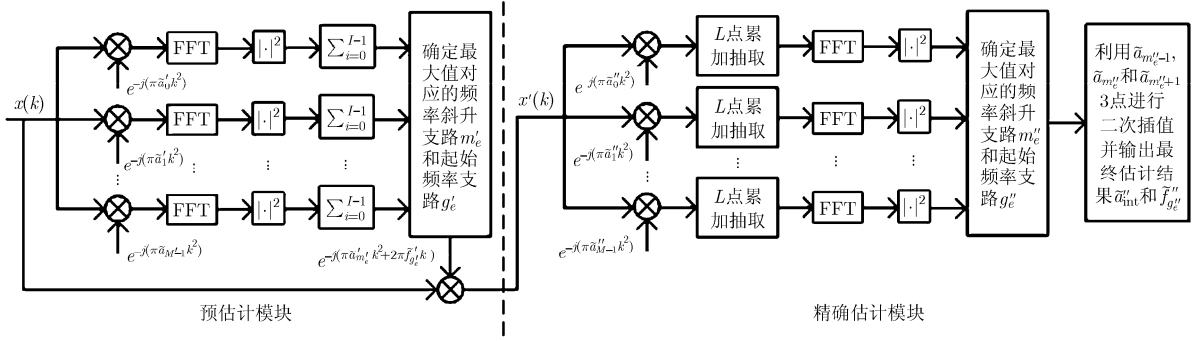


图2 二次估计算法实现框图

$$M' = \left\lceil (a_{\max} - a_{\min})(N_d' - 1)(IN_d' - 1) / (3f_s^2) \right\rceil, \\ G' = 2^{\lceil \log_2(N_d') \rceil} \quad (8)$$

加上非相干累加的次数  $L$ , 预估计算法在频率斜升、起始频率和时间维等间距构建  $M'G'I$  组本地信号:

$$\tilde{x}'_{(m',g',i)}(k) = e^{j(\pi\tilde{a}_m'k^2 + 2\pi\tilde{f}_{g'}k)}, \\ iN_d' \leq k \leq (i+1)N_d' - 1 \quad (9)$$

$$\tilde{a}_m' = a_{\min} + (m' + 0.5)\Delta a', \quad \tilde{f}_{g'} = (g' - 0.5G')\Delta f' \quad (10)$$

式中,  $\{m' | 0 \leq m' \leq M' - 1, m' \in Z\}$  表示频率斜升补偿支路, 归一化补偿间隔  $\Delta a' = (a_{\max} - a_{\min}) / M'f_s^2$ ;  $\{g' | 0 \leq g' \leq G' - 1, g' \in Z\}$  表示频率补偿支路, 归一化补偿间隔  $\Delta f' = 1 / G'$ ;  $\{i | 0 \leq i \leq I - 1, i \in Z\}$  表示非相干累加数据段, 每个数据段包含  $N_d'$  个采样点。经过相干和非相干累加后的相关值记为

$$r'(m', g') = \sum_{i=0}^{I-1} \left| \sum_{k=iN_d'}^{(i+1)N_d'-1} x(k) \tilde{x}'_{(m',g',i)}^*(k) \right|^2 \quad (11)$$

通过比较找出  $r'(m', g')$  最大值对应的频率斜升支路  $m_e'$  和起始频率支路  $g_e'$ , 得到预估计结果。

$$\tilde{a}' = \tilde{a}_{m_e'}, \quad \tilde{f}' = \tilde{f}_{g_e'} \quad (12)$$

对输入信号  $x(k)$  进行预补偿, 得到准基带信号

$$x'(k) = x(k) e^{-j(\pi\tilde{a}'k^2 + 2\pi\tilde{f}'k)} \\ = A e^{j(\pi a_d k^2 + 2\pi f_d k + \theta_0)} + n'(k) \quad (13)$$

式中,  $n'(k)$  为噪声项,  $a_d$  和  $f_d$  分别为  $x'(k)$  的残余频率斜升和频偏, 当非相干累加模块的输出信噪比超过  $\text{SNR}_{\text{th}}$  时满足<sup>[14]</sup>

$$|a_d| \leq 2\Delta a', \quad |f_d| \leq 0.5 / N_d' \quad (14)$$

### 3.2 精确估计算法

在确定  $x'(k)$  的频率斜升和频偏范围之后, 需要对信号参数进行精确估计。精确估计算法与插值联合估计算法类似, 为提高频率估计精度, 算法在 FFT 前端添加了  $L$  阶累加抽取滤波器。考虑资源复用,

精确估计算法的频率斜升支路和 FFT 点数均与预估计相同, 分别为  $M'$  和  $G'$ 。相应地, 频率斜升和频偏的归一化补偿间隔分别为  $\Delta a'' = 4\Delta a' / M'$  和  $\Delta f'' = 1 / LG'$ 。参与精确估计的有效数据长度为  $N_d$ , 经过  $L$  阶累加抽取滤波之后的数据长度  $N_d'' = \lfloor N_d / L \rfloor$ , 各补偿支路的相关值可表示为

$$r''(m'', g'') = \left| \sum_{k=IN_d/L}^{IN_d/L+N_d''-1} \sum_{\Delta k=0}^{L-1} x'(Lk'+\Delta k) e^{-j(\pi\tilde{a}_m''(Lk'+\Delta k)^2 + 2\pi\tilde{f}_{g''}Lk')} \right|^2 \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{a}_{m''} &= -2\Delta a' + (m'' + 0.5)\Delta a'' \\ \tilde{f}_{g''} &= (g'' - 0.5G')\Delta f'' \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中,  $\{m'' | 0 \leq m'' \leq M' - 1, m'' \in Z\}$  表示频率斜升补偿支路,  $\{g'' | 0 \leq g'' \leq G' - 1, g'' \in Z\}$  表示频偏补偿支路。通过比较找出  $r''(m'', g'')$  最大值对应的频率斜升支路  $m_e''$  和频偏支路  $g_e''$ , 并对  $r_0 = r''(m_e'', g_e'')$ ,  $r_- = r''(m_e'' - 1, g_e'')$  和  $r_+ = r''(m_e'' + 1, g_e'')$  进行二次插值, 得到  $\tilde{a}_{\text{int}}'' = \tilde{a}_{m_e''}'' + \Delta a''(r_+ - r_-) / (2r_+ - 2r_0 + r_-)$ 。频率斜升和频偏的精确估计值记为

$$\tilde{a}'' = \tilde{a}_{\text{int}}'', \quad \tilde{f}'' = \tilde{f}_{g_e''} \quad (17)$$

综合式(12)和式(17)中预估计和精确估计结果, 得到 LFM 信号参数的最终估计值

$$\tilde{a} = \tilde{a}' + \tilde{a}'', \quad \tilde{f} = \tilde{f}' + \tilde{f}'' \quad (18)$$

### 3.3 关键参数

二次估计算法有两个关键参数, 分别是预估计模块的相干累加长度  $N_d'$  和精确估计模块的累加抽取滤波器阶数  $L$ 。设  $\eta$  为相同输入条件下插值联合算法与二次估计算法频率斜升支路数的比值(简称频率斜升支路压缩比), 由式(5)和式(8)可以得到

$$\eta = M / M' = (N_d - 1)^2 / ((N_d' - 1)(IN_d' - 1)) \quad (19)$$

设  $\text{SNR}_{\text{coh}} = \text{SNR}_{\text{in}} N_d'$  为预估计算法中输入信号  $x(k)$  经过相干累加之后的输出信噪比(简称相干信噪比), 由于通常情况下  $N_d$  和  $N_d'$  均远大于 1, 式

(19)可以化简为

$$\eta \approx N_d^2 / IN_d'^2 = 1600 / I \text{ SNR}_{\text{coh}}^2 \quad (20)$$

将式(6)代入式(20)可得

$$\begin{aligned} \eta &\approx 1600 \text{SNR}_{\text{coh}} / 40 \text{SNR}_{\text{coh}}^2 L_{\text{sq}} (\text{SNR}_{\text{coh}}) \\ &= 40 / \text{SNR}_{\text{coh}} L_{\text{sq}} (\text{SNR}_{\text{coh}}) \end{aligned} \quad (21)$$

根据式(21)画出频率斜升支路压缩比  $\eta$  与相干信噪比  $\text{SNR}_{\text{coh}}$  的关系曲线, 如图 3 所示。

从图 3 中可以看出, 当  $\text{SNR}_{\text{coh}}=1.82(2.6 \text{ dB})$  时, 二次估计算法具有最少的频率斜升补偿支路, 因此将相干累加长度取为  $N_d' = \lfloor 1.82 / \text{SNR}_{\text{in}} \rfloor$ ,  $\lfloor \cdot \rfloor$  为向下取整符号。容易证明<sup>[15]</sup>, 当  $L\Delta f \ll 1$  时, 累加抽取对估计性能的影响可以忽略不计, 因此本文将累加抽取滤波器的阶数取为  $L = \lfloor 0.01 / \Delta f \rfloor$ 。

### 4 仿真实验

为了验证算法的有效性, 对本文算法的估计精度和计算复杂度进行仿真和分析, 并与频率斜升试探法、插值联合估计算法以及 CRLB 进行比较。选择卫星通信 LFM 信号的典型值作为系统参数<sup>[16]</sup>: 载噪比  $C/N_0 \geq 15 \text{ dB} \cdot \text{Hz}$ , 最大起始频率  $f_{\text{max}}=100 \text{ kHz}$ , 最大频率斜升  $a_{\text{max}}=1000 \text{ Hz/s}$ , 系统噪声带宽  $B_n = 2f_{\text{max}} = 200 \text{ kHz}$ 。输入信噪比  $\text{SNR}_{\text{in}}$  与载噪比  $C/N_0$  满足  $\text{SNR}_{\text{in}} = (C/N_0) / B_n$ , 计算可得最低输入信噪比  $\text{SNR}_{\text{in}}=-38 \text{ dB}$ , 算法的相应参数为:  $f_s=200 \text{ kHz}$ ,  $M'=67$ ,  $N_d'=11509$ ,  $G'=16384$ ,  $I=30$ ,  $L=163$ ,  $N_d=251786$ 。

LFM 信号频率斜升和起始频率估计的 CRLB<sup>[14]</sup>

归一化值满足

$$\begin{aligned} \text{CRLB}(a) &= \text{CRLB}(a_n / f_s^2) \approx 90 / (\pi^2 \cdot \text{SNR}_{\text{in}} \cdot N_d^5), \\ \text{CRLB}(f) &= \text{CRLB}(f_n / f_s) \approx 24 / (\pi^2 \cdot \text{SNR}_{\text{in}} \cdot N_d^3) \end{aligned} \quad (22)$$

假定归一化频率斜升  $a$  均匀分布于  $[-a_{\text{max}}/f_s^2, a_{\text{max}}/f_s^2]$ , 归一化起始频率  $f$  均匀分布于  $[-f_{\text{max}}/f_s, f_{\text{max}}/f_s]$ , 载波初相位  $\theta_0$  均匀分布于  $[-\pi, \pi]$ 。仿真条件:  $-43 \text{ dB} \leq \text{SNR}_{\text{in}} \leq -28 \text{ dB}$ , 步进为  $1 \text{ dB}$ , 单点仿真  $10^5$  次, 仿真结果如图 4 和图 5 所示。

从图 4、图 5 中可以看出, 本文算法和插值联合估计算法的信噪比门限同为  $-38 \text{ dB}$ , 略高于频率斜升试探法。当信噪比低于门限时, 二次估计算法预估计模块平方损耗增大, 估计精度有所降低; 当信噪比高于门限时, 算法的估计性能接近克拉美罗限。综合来看, 二次估计算法与插值联合估计算法的估计性能大致相当。

3 种算法的估计时间、计算复杂度和硬件资源如表 1 所示。

从表 1 中可以看出, 虽然本文算法的估计时间长于其它算法, 但在实用性方面优势明显。一方面, 算法本身具有较低的计算复杂度; 另一方面, 算法采用流水线加模块化设计, 非常容易实现资源复用。与插值联合估计算法相比, 本文算法在不损失估计性能的前提下计算复杂度降低 91%, 硬件资源减少 99.68%。综上所述, 二次估计算法以适当延长估计时间为代价换取计算复杂度和硬件成本的大幅降

表 1 估计时间、计算复杂度和硬件资源对照表

算法	估计时间(s)	计算复杂度		硬件资源	
		复数加法	复数乘法	加法器	乘法器
频率斜升	1.26	$1.18 \times 10^{11}$	$5.89 \times 10^{10}$	$1.18 \times 10^{11}$	$5.89 \times 10^{10}$
插值联合	1.26	$4.99 \times 10^9$	$2.49 \times 10^9$	$4.99 \times 10^9$	$2.49 \times 10^9$
二次估计	2.99	$5.07 \times 10^8$	$2.38 \times 10^8$	$1.65 \times 10^7$	$7.68 \times 10^6$

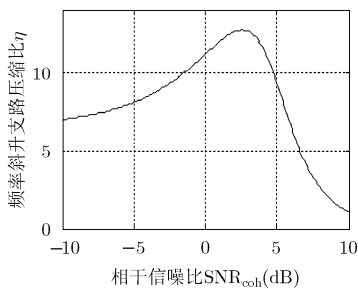


图 3 不同相干信噪比下的频率斜升支路压缩比

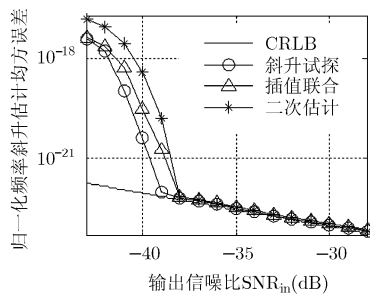


图 4 不同信噪比下的频率斜升估计均方误差

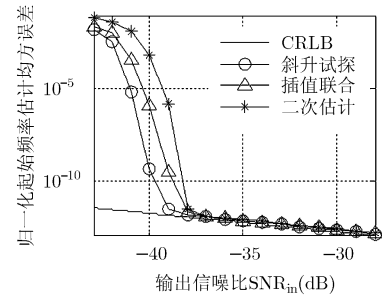


图 5 不同信噪比下的起始频率估计均方误差

低, 同时保证良好的估计性能, 非常适用于高动态低信噪比环境下 LFM 信号参数的精确估计。

## 5 结束语

针对 LFM 信号参数估计问题, 本文提出一种二次估计算法, 将 LFM 参数估计拆分为预估计和精确估计两部分, 预估计确定参数范围, 精确估计确保估计精度。该算法具有结构简单、运算量小、实现成本低、估计精度高等优点, 在低信噪比高动态环境下能够保持较低的计算复杂度和较高的估计性能, 具有较高的工程实用价值。

## 参考文献

- [1] Abatzoglou T J. Fast maximum likelihood joint estimation of frequency and frequency rate[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1986, 22(6): 708-715.
  - [2] Altes R A. Radar/sonar acceleration estimation with linear-period modulated waveforms[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1990, 26(6): 914-924.
  - [3] Xia Xiang-gen. Discrete chirp-Fourier transform and its application to chirp rate estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(11): 3122-3133.
  - [4] White P R and Locke J. Performance of methods based on the fractional Fourier transform for the detection of linear frequency modulated signals[J]. *IET Journals on Signal Processing*, 2012, 6(5): 478-483.
  - [5] Millioz F and Davies M. Sparse detection in the chirplet transform: application to FMCW radar signals[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(6): 2800-2813.
  - [6] Dhanoa J S, Hughes E J, and Ormondroyd R F. Simultaneous detection and parameter estimation of multiple linear chirps[C]. International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Processing, Hong Kong, China, 2003, 6: 129-132.
  - [7] Wang Pu, Li Hong-bin, Djurović I, et al. Instantaneous frequency rate estimation for high-order polynomial-phase signals[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(9): 782-785.
  - [8] 韩孟飞, 王永庆, 吴嗣亮, 等. 一种低信噪比下 LFM 信号参数快速估计算法[J]. 北京理工大学学报, 2009, 29(2): 147-151.  
Han Meng-fei, Wang Yong-qing, Wu Si-liang, et al. A fast algorithm on parameter estimation of LFM signals under low SNR[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2009, 29(2): 147-151.
  - [9] 周良臣, 杨建宇, 唐斌. 一种高效的 LFM 信号参数估计方法及性能分析[J]. 电子学报, 2007, 35(6): 1128-1133.  
Zhou Liang-chen, Yang Jian-yu, and Tang Bin. An efficient parameter estimation and performance analysis for LFM signal[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(6): 1128-1133.
  - [10] 蒋伟, 乐天. 基于插值的多普勒频偏和频率斜升联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(1): 166-171.  
Jiang Wei and Le Tian. Joint estimation of Doppler frequency shift and Doppler frequency rate based on interpolation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(1): 166-171.
  - [11] Rife D and Boorstyn R R. Single tone parameter estimation from discrete-time observations[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1974, 20(5): 591-598.
  - [12] 段瑞枫, 刘荣科, 周游, 等. 一种低复杂度的极低信噪比高动态信号载波粗捕获算法[J]. 航空学报, 2013, 34(3): 662-669.  
Duan Rui-feng, Liu Rong-ke, Zhou You, et al. A low-complexity coarse carrier acquisition algorithm for signals with extremely low signal noise ratio and high dynamics[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2013, 34(3): 662-669.
  - [13] Jin Tian, Lu Fang-yao, Qin Hong-lei, et al. Double differentially coherent pseudorandom noise code acquisition method for code-division multiple access system[J]. *IET Journals on Signal Processing*, 2013, 7(7): 587-597.
  - [14] Peleg S and Porat B. Linear FM signal parameter estimation from discrete time observations[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1991, 27(4): 607-616.
  - [15] 马宁, 王建新, 董宁斐. 基于正交匹配追踪的欠采样 LFM 信号参数估计[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(8): 1888-1893.  
Ma Ning, Wang Jian-xin, and Dong Ning-fei. Parameter estimation of sub-sampling LFM signal based on orthogonal matching pursuit[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(8): 1888-1893.
  - [16] Ali I, Al-Dhahir N, and Hershey J E. Doppler characterization for LEO satellites[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1998, 46(3): 309-313.
- 熊竹林: 男, 1988 年生, 博士生, 研究方向为卫星导航与无线通信。  
刘策伦: 男, 1983 年生, 讲师, 研究方向为卫星导航与无线通信。  
安建平: 男, 1965 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为卫星通信、通信信号处理。