

# 非高斯 ARMA 噪声中谐波恢复的 杂交 ESPRIT 方法

梁 应 敬

(清华大学自动化系 北京 100084)

戴 逸 松      王 树 勋

(吉林工业大学电子工程系 长春 130025)

**摘要** 本文研究非高斯 ARMA 噪声中的谐波恢复问题,提出了一种基于二阶和三阶统计量的杂交 ESPRIT 方法,该方法先估计噪声过程的 AR 部分参数,然后对观测值进行预滤波,最后估计谐波信号参量。模拟实验还验证了该方法的有效性和高分辨率。

**关键词** 非高斯 ARMA 噪声,谐波恢复,杂交 ESPRIT 方法

## 1 引 言

噪声中的谐波恢复问题是信号处理领域中经常遇到的一类问题,它不仅在雷达、声纳等实际中有着广泛的应用,同时,它还是机器人设计和大柔性空间结构控制的基础。

以往人们研究这类问题侧重于以下两方面:一方面研究白噪声中谐波恢复的高分辨率方法,包括特征分解法<sup>[1-3]</sup>和线性预测法<sup>[4-6]</sup>等;另一方面研究有色噪声中的谐波恢复方法,包括系统辨识法<sup>[7-9]</sup>、噪声模型假设法<sup>[10,11]</sup>和四阶累积量方法<sup>[12,13]</sup>。综合考查上述各类方法,系统辨识法和噪声模型假设法必须预知噪声的模型,然而至今不存在任何可用于建立噪声模型的有效方法;同时,背景噪声必须为高斯噪声。四阶累积量方法尽管不需要预知噪声模型,但它也仅适用于高斯背景噪声情形。由此得出这样一个结论:即现有的有色噪声中谐波恢复方法都是在噪声的高斯假设下进行研究的。

实际上,在声纳系统<sup>[14]</sup>和信号检测<sup>[15]</sup>中,常常会遇到有色的非高斯噪声环境,因此,研究非高斯有色噪声中的谐波恢复方法成了需要迫切解决的问题。

本文首先分析了谐波信号和非高斯有色噪声的三阶累积量特性,指出利用有噪观测值的三阶累积量可以建立具有非零不对称度的非高斯自回归滑动平均(ARMA)噪声的模型。利用噪声模型的 AR 多项式对有噪观测值进行预滤波,并结合经典子空间旋转不变

1993-06-23 收到, 1993-12-18 定稿。

梁应敬 男, 1968 年生, 博士后, 现从事非高斯信号处理的研究。

戴逸松 男, 1936 年生, 教授, 博士生导师, 现从事微弱信号检测理论与技术, 神经网络及其在信号处理中的应用等方面的研究。

王树勋 男, 1946 年生, 教授, 现从事数字信号处理, 高阶谱估计及其在石油地震勘探中的应用等方面的研究。

法 (ESPRIT) 的思想,提出了一种基于二阶和三阶统计量的杂交 ESPRIT 方法,该方法由滤波输出过程的自相关函数所构造的矩阵对的广义特征值确定谐波频率。本文最后还通过计算机仿真实验验证了该方法的有效性和高分辨率。

## 2 理论基础

设零均值有噪观测值为

$$y(n) = s(n) + w(n), \quad (1)$$

其中无噪谐波信号为

$$s(n) = \sum_{i=1}^p \alpha_i \exp[j(\omega_i n + \phi_i)]. \quad (2)$$

这里  $\alpha_i$  和  $\omega_i$  为未知常数;  $\phi_i$  对不同  $i$  来讲,彼此独立,且同在  $[-\pi, \pi)$  上服从均匀分布。

观测噪声  $w(n)$  为非高斯 ARMA 过程,即

$$w(n) + \sum_{i=1}^{n_b} b(i) w(n-i) = \sum_{j=0}^{n_d} d(j) e(n-j), \quad (3a)$$

或

$$B(q^{-1})w(n) = D(q^{-1})e(n). \quad (3b)$$

其中  $B(q^{-1}) = \sum_{j=0}^{n_b} b(j)q^{-j}$ ;  $D(q^{-1}) = \sum_{j=0}^{n_d} d(j)q^{-j}$ ;  $b(0) = d(0) = 1$ ;  $q^{-1}$  为后移因子,即  $q^{-1}w(n) = w(n-1)$ 。

假设 (1) 噪声模型的传递函数  $H_w(z) = D(z)/B(z)$  是指数稳定的,且不存在零、极点相消; (2)  $e(n)$  为零均值、平稳独立同分布过程,且  $\gamma_{ee} = E[e^2(n)] \neq 0$ ; (3)  $e(n)$  与  $w(n)$  相互独立。

本文的目的就是由有噪观测值  $y(n)$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) 来估计谐波数目  $p$  和谐波频率  $\omega_i$ 。

### 2.1 噪声建模

引理 1<sup>[12]</sup> (2) 式中无噪谐波信号  $s(n)$  的三阶累积量恒等于零,即  $c_{3s}(m_1, m_2) = 0$ 。

推论 1 (1) 式中有噪观测值  $y(n)$  的三阶累积量恒等于噪声过程  $w(n)$  的三阶累积量,即  $c_{3y}(m_1, m_2) = c_{3w}(m_1, m_2)$ 。

引理 2<sup>[16,17]</sup> 在假设(1)一假设(3)下,非高斯噪声  $w(n)$  的 AR 参数可由  $(n_b + 1)$  个三阶累积量切片  $c_{3y}(m_1, m_2) = c_{3w}(m_1, m_2)$  构造的线性方程组

$$c_{3y}(m_1, m_2) + \sum_{i=1}^{n_b} b(i) c_{3y}(m_1 - i, m_2) = 0. \quad (4)$$

来确定,其中  $m_1 = n_d + 1, \dots, n_d + n_b$ ,  $m_2 = n_d - n_b, \dots, n_d$ 。

实际上,由于只能得到样本累积量  $\hat{c}_{3y}(m_1, m_2)$ , 这时可以采用整体最小二乘(TLS)<sup>[8]</sup>

方法来确定 AR 阶次  $n_b$  和 AR 参数  $b(i), (i = 1, 2, \dots, n_b)$ .

## 2.2 预滤波

(1)式两边同乘以  $B(q^{-1})$ , 并利用 (3b) 式, 得到

$$\begin{aligned} B(q^{-1})y(n) &= B(q^{-1})s(n) + B(q^{-1})w(n) \\ &= B(q^{-1})s(n) + D(q^{-1})e(n). \end{aligned} \quad (5)$$

记

$$\tilde{y}(n) = B(q^{-1})y(n) = \sum_{i=0}^{n_b} b(i)y(n-i), \quad (6)$$

$$\tilde{s}(n) = B(q^{-1})s(n) = \sum_{i=0}^{n_b} b(i)s(n-i), \quad (7)$$

$$v(n) = D(q^{-1})e(n) = \sum_{i=0}^{n_d} d(i)e(n-i), \quad (8)$$

则

$$\tilde{y}(n) = \tilde{s}(n) + v(n). \quad (9)$$

称  $\tilde{y}(n)$  为滤波输出过程,  $\tilde{s}(n)$  为滤波谐波信号. 注意到  $v(n)$  为非高斯  $MA(n_d)$  噪声过程.

## 2.3 $\tilde{y}(n)$ 的自相关函数特性

对于  $MA(n_d)$  过程  $v(n)$ , 其自相关函数为

$$R_v(l) = \begin{cases} R_v(l), & |l| \leq n_d; \\ 0, & |l| > n_d. \end{cases} \quad (10)$$

而  $s(n)$  与  $w(n)$  相互独立, 所以  $\tilde{s}(n)$  与  $v(n)$  也相互独立, 于是

$$R_{\tilde{y}}(l) = \begin{cases} R_s(l) + R_v(l), & |l| \leq n_d; \\ R_s(l), & |l| > n_d. \end{cases} \quad (11)$$

因此, 问题的关键就是怎样由  $R_{\tilde{y}}(l)$  构造算法来估计参数  $p$  和  $\omega_i$ .

# 3 杂交 ESPRIT 方法

## 3.1 矩阵对的构造

设  $\tilde{y}_1(d) = \tilde{y}(k+m+n_d)$ ,  $\tilde{y}_2(k) = \tilde{y}(k+m+n_d+1)$ , 取  $m > p$ , 构造下列向量

$$\begin{aligned} Y_1(n) &= [\tilde{y}_1(n), \tilde{y}_1(n+1), \dots, \tilde{y}_1(n+m-1)]^T \\ &= [\tilde{y}(n+m+n_d), \tilde{y}(n+m+n_d+1), \dots, \tilde{y}(n+2m+nd-1)]^T, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Y_2(n) &= [\tilde{y}_2(n), \tilde{y}_2(n+1), \dots, \tilde{y}_2(n+m-1)]^T \\ &= [\tilde{y}(n+m+n_d+1), \tilde{y}(n+m+n_d+2), \dots, \tilde{y}(n+2m+n_d)]^T, \end{aligned} \quad (13)$$

$$Y(n) = [\tilde{y}(n), \tilde{y}(n+1), \dots, \tilde{y}(n+m-1)]^T, \quad (14)$$

并记

$$\mathbf{v}(n) = [v(n), v(n+1), \dots, v(n+m-1)]^T \quad (15)$$

$$\tilde{\mathbf{s}}(n) = [\tilde{s}(n), \tilde{s}(n+1), \dots, \tilde{s}(n+m-1)]^T, \quad (16)$$

则

$$\mathbf{Y}(n) = \tilde{\mathbf{s}}(n) + \mathbf{v}(n), \quad (17)$$

$$\mathbf{Y}_1(n) = \tilde{\mathbf{s}}(n+m+n_d) + \mathbf{v}(n+m+n_d), \quad (18)$$

$$\mathbf{Y}_2(n) = \tilde{\mathbf{s}}(n+m+n_d+1) + \mathbf{v}(n+m+n_d+1). \quad (19)$$

下面考查滤波谐波信号向量  $\tilde{\mathbf{s}}(n)$ .

由文献[3], 设谐波信号向量为

$$\mathbf{s}(n) = [s(n), s(n+1), \dots, s(n+m-1)]^T, \quad (20)$$

则  $\mathbf{s}(n)$  可以表示成

$$\mathbf{s}(n) = A\mathbf{s}_1(n), \quad (21)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j\omega_1} & e^{j\omega_2} & \dots & e^{j\omega_p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{j(m-1)\omega_1} & e^{j(m-1)\omega_2} & \dots & e^{j(m-1)\omega_p} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$\mathbf{s}_1(n) = [\alpha_1 e^{j(n\omega_1+\varphi_1)}, \alpha_2 e^{j(n\omega_2+\varphi_2)}, \dots, \alpha_p e^{j(n\omega_p+\varphi_p)}]^T. \quad (23)$$

而向量

$$\mathbf{s}(n+k) = [s(n+k), s(n+k+1), \dots, s(n+k+m-1)]^T \quad (24)$$

可表示成

$$\mathbf{s}(n+k) = A\phi^k \mathbf{s}_1(n), \quad (25)$$

其中  $\phi = \text{diag}[e^{j\omega_1}, e^{j\omega_2}, \dots, e^{j\omega_p}]$ ,  $\phi^k$  表示矩阵  $\phi$  的  $k$  次连乘.

结合(7)式和(25)式, 可以证明

$$\tilde{\mathbf{s}}(n) = A \left[ I + \sum_{i=1}^{n_b} b(i) \phi^{-i} \right] \mathbf{s}_1(n), \quad (26)$$

$$\tilde{\mathbf{s}}(n+k) = A\phi^k \left[ I + \sum_{i=1}^{n_b} b(i) \phi^{-i} \right] \mathbf{s}_1(n). \quad (27)$$

若记  $\phi_1 = I + \sum_{i=1}^{n_b} b(i) \phi^{-i}$ , 则

$$\tilde{\mathbf{s}}(n) = A\phi_1 \mathbf{s}_1(n), \quad (28)$$

$$\tilde{\mathbf{s}}(n+k) = A\phi^k \phi_1 \mathbf{s}_1(n). \quad (29)$$

这样, (17)–(19)式即为

$$\mathbf{Y}(n) = A\phi_1 \mathbf{s}_1(n) + \mathbf{v}(n), \quad (30)$$

$$\mathbf{Y}_1(n) = A\phi^{m+n_d} \phi_1 \mathbf{s}_1(n) + \mathbf{v}(n+m+n_d), \quad (31)$$

$$\mathbf{Y}_2(n) = A\phi^{m+n_d+1} \phi_1 \mathbf{s}_1(n) + \mathbf{v}(n+m+n_d+1). \quad (32)$$

由于  $\tilde{s}(n)$  与  $v(n)$  相互独立且都为零均值, 所以  $\mathbf{Y}(n)$  与  $\mathbf{Y}_1(n)$  的互相关矩阵为

$$\begin{aligned} R_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}_1} &= E[\mathbf{Y}(n)\mathbf{Y}_1^*(n)] \\ &= E[\tilde{\mathbf{s}}(n)\tilde{\mathbf{s}}^*(n+m+n_d)] + E[\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^*(n+m+n_d)] \end{aligned}$$

$$= A\phi_1 E[\mathbf{s}_1(n)\mathbf{s}_1^*(n)]\phi_1^*(\phi^{m+n_d})^* A^* + E[\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^*(n+m+n_d)]. \quad (33)$$

考虑到

$$E[\mathbf{s}_1(n)\mathbf{s}_1^*(n)] = S = \text{diag}[\alpha_1^2, \alpha_2^2, \dots, \alpha_p^2], \quad (34)$$

$$E[\mathbf{v}(n)\mathbf{v}^*(n+m+n_d)] = \mathbf{0} \quad (35)$$

于是

$$R_{\tilde{Y}\tilde{Y}} = A\phi_1 S \phi_1^*(\phi^{m+n_d})^* A^*. \quad (36)$$

类似地,  $\tilde{Y}(n)$  与  $\tilde{Y}_i(n)$  的互相关矩阵为

$$R_{\tilde{Y}\tilde{Y}_i} = A\phi_1 S \phi_1^*(\phi^{m+n_d+1})^* A^*. \quad (37)$$

若记  $Q = \phi_1 S \phi_1^*(\phi^{m+n_d})^*$ , 则

$$R_{\tilde{Y}\tilde{Y}} = AQA^*, \quad (38)$$

$$R_{\tilde{Y}\tilde{Y}_i} = AQA^* \quad (39)$$

而实际上,

$$R_{\tilde{Y}\tilde{Y}} = \begin{bmatrix} R_y(m+n_d) & R_y(m+n_d+1) & \cdots & R_y(2m+n_d-1) \\ R_y(m+n_d-1) & R_y(m+n_d) & \cdots & R_y(2m+n_d-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_y(n_d+1) & R_y(n_d+2) & \cdots & R_y(n_d+m) \end{bmatrix}, \quad (40)$$

$$R_{\tilde{Y}\tilde{Y}_i} = \begin{bmatrix} R_y(m+n_d+1) & R_y(m+n_d+2) & \cdots & R_y(2m+n_d) \\ R_y(m+n_d) & R_y(m+n_d+1) & \cdots & R_y(2m+n_d-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_y(n_d+2) & R_y(n_d+3) & \cdots & R_y(n_d+m+1) \end{bmatrix}. \quad (41)$$

至此, 自相关矩阵对  $\{R_{\tilde{Y}\tilde{Y}}, R_{\tilde{Y}\tilde{Y}_i}\}$  已经构造完成.

### 3.2 杂交 ESPRIT 方法

**定理 1** 设  $\Gamma$  为矩阵对  $\{R_{\tilde{Y}\tilde{Y}}, R_{\tilde{Y}\tilde{Y}_i}\}$  的广义特征值矩阵,  $S$  为非奇异矩阵, 则矩阵  $\phi$  与  $\Gamma$  有如下关系(只须  $\Gamma$  的对角线元素作适当调整)

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \phi & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (42)$$

**证明** 由于  $\phi_1 = I + \sum_{k=1}^{n_1} b(k)\phi^{-k}$ , 即

$$\phi_1 = \text{diag} \left[ \sum_{k=0}^{n_1} b(k)\exp(-jk\omega_1), \sum_{k=0}^{n_1} b(k)\exp(-jk\omega_2), \dots, \sum_{k=0}^{n_1} b(k)\exp(-jk\omega_p) \right], \quad (43)$$

考虑到噪声模型是指数稳定的, 于是不存在单位圆上的极点, 即当  $i = 1, 2, \dots, p$  时,

$\sum_{k=0}^{n_1} b(k)\exp(-jk\omega_i) \neq 0$ , 故  $\phi_1$  是  $(p \times p)$  维非奇异矩阵; 又由于  $S$  和  $\phi$  均为  $(p \times p)$  维非奇异矩阵, 所以  $Q = \phi_1 S \phi_1^*(\phi^{m+n_d})^*$  也为  $(p \times p)$  维非奇异矩阵, 于是  $R_{\tilde{Y}\tilde{Y}} = AQA^*$  的秩为  $p$ .

考查下列矩阵束

$$R_{\tilde{y}\tilde{y}} - \gamma R_{\tilde{y}\tilde{y}} = A Q (I - \gamma \phi^*) A^* \quad (44)$$

由于  $A Q A^*$  与  $A Q \phi^* A^*$  的行空间相同,所以,通常情况下,  $(A Q A^* - \gamma A Q \phi^* A^*)$  的秩为  $p$ 。如果  $\gamma = \exp(j\omega_i)$ , 则  $(I - \gamma \phi^*)$  的第  $i$  列为零, 这样

$$\rho[I - \exp(j\omega_i) \cdot \phi^*] = p - 1 \quad (45)$$

其中  $\rho[\cdot]$  表示矩阵的秩, 此时  $(R_{\tilde{y}\tilde{y}} - \gamma R_{\tilde{y}\tilde{y}})$  的秩降为  $(p - 1)$ 。由广义特征值的定义可知,  $\gamma = \exp(j\omega_i)$  实际上是矩阵对  $\{R_{\tilde{y}\tilde{y}}, R_{\tilde{y}\tilde{y}}\}$  的广义特征值。又由于矩阵对中两个矩阵描述的是同一个空间, 它们的共同零空间对应的广义特征值必为零。因此, 矩阵对  $\{R_{\tilde{y}\tilde{y}}, R_{\tilde{y}\tilde{y}}\}$  的  $p$  个广义特征值位于单位圆上, 并与矩阵  $\phi$  的对角线元素相等, 而其余  $(m - p)$  个广义特征值位于原点。

这样, 本文算法可以归纳为如下步骤:

第一步 由给定的有噪观测值  $y(n)$ ,  $(n = 1, 2, \dots, N)$ , 计算样本三阶累积量  $\hat{c}_{3y}(m_1, m_2)$ ;

第二步 由(4)式构造方程组, 并采用整体最小二乘(TLS)方法确定非高斯 ARMA 噪声  $w(n)$  的 AR 阶次  $n_b$  和 AR 参数  $b(k)$ ,  $(k = 1, 2, \dots, n_b)$ ;

第三步 利用估计的 AR 参数和(6)式对  $y(n)$  进行预滤波, 得到滤波输出过程  $\tilde{y}(n)$ ;

第四步 计算  $\tilde{y}(n)$  的样本自相关函数  $\hat{R}_{\tilde{y}}(l)$ ,  $(l = \hat{n}_d + 1, \hat{n}_d + 2, \dots, \hat{n}_d + 2m)$ , 并由(40), (41)两式构造矩阵  $R_{\tilde{y}\tilde{y}}$  和  $R_{\tilde{y}\tilde{y}}$  (这里选择  $m > p$ ,  $\hat{n}_d \geq n_d$ );

第五步 计算矩阵对  $\{R_{\tilde{y}\tilde{y}}, R_{\tilde{y}\tilde{y}}\}$  的广义特征值, 位于单位圆上的  $p$  个广义特征值决定了矩阵  $\phi$  的对角线元素, 从而确定了谐波频率  $\omega_i$ , 而其余  $(m - p)$  个广义特征值为零。

由于本方法同时利用了二阶和三阶统计量, 故称之为基于二阶和三阶统计量的杂交 ESPRIT 方法。

## 4 仿真实验

设数据  $y(n)$  由下式产生

$$y(n) = \exp(j2\pi f_1 n) + \exp(j2\pi f_2 n + \pi/4) + w(n). \quad (46)$$

独立地服从指数分布的随机变量  $e(n)$  当作非高斯 ARMA 噪声  $w(n)$  的输入。各例均作 20 次独立试验, 每次试验都包含 1024 个采样点。

为了分析算法的性能, 用三种方法来实现, 即自相关 ESPRIT 方法<sup>[3]</sup>、四阶累积量 ESPRIT 方法<sup>[13]</sup>和本文的杂交 ESPRIT 方法。有关参数选择为  $\hat{n}_d = 2$ ,  $m = 6$ 。

例 1 谐波信号频率为  $f_1 = 0.15$ ,  $f_2 = 0.2$ , 非高斯 ARMA(2,2) 噪声  $w(n)$  为  $w(n) - 1.7w(n-1) + 0.8w(n-2) = e(n) - 0.75e(n-1) - 2.5e(n-2)$ 。

$$(47)$$

$w(n)$  的噪声谱在  $f = 0.05$  附近有一明显谱峰, 调节其方差至  $\sigma_w^2 = 1$ , 即 SNR=0dB, 表 1 列出了利用本文方法估计的噪声模型 AR 参数统计值(均值和均方差); 表 2 列出了利用三种方法估计的谐波频率统计值。

例 2 谐波信号频率较为靠近,  $f_1 = 0.18$ ,  $f_2 = 0.2$ ,  $w(n)$  模型和信噪比同例 1. 表 3 列出了本文方法估计的噪声模型 AR 参数统计值; 表 4 列出了利用三种方法估计的谐波频率统计值.

表 1 例 1 噪声模型 AR 参数估计统计值

真实值	$b(1) = -1.7$	$b(2) = 0.8$
估计值	-1.6907(0.0914)	0.8128(0.0597)

表 2 例 1 谐波频率估计统计值

真实值	$f_1 = 0.2$	$f_2 = 0.15$	$f_3$
自相关方法	0.2002(0.0024)	0.1484(0.0096)	0.0479(0.0165)
累积量方法	0.2012(0.0042)		
杂交方法	0.2005(0.0007)	0.1493(0.0024)	

表 3 例 2 噪声模型 AR 参数估计统计值

真实值	$b(1) = -1.7$	$b(2) = 0.8$
估计值	-1.6046(0.0719)	0.7532(0.0593)

表 4 例 2 谐波频率估计统计值

真实值	$f_1 = 0.2$	$f_2 = 0.18$	$f_3$
自相关方法	0.2015(0.0020)	0.1740(0.0063)	0.0475(0.0041)
累积量方法	0.2067(0.0046)		
杂交方法	0.2024(0.0019)	0.1771(0.0051)	

从实验结果可以看出, 自相关方法尽管能给出两个实际谐波的频率, 但由于伪峰  $f_3$  的存在, 难于将真实频率与伪峰频率区分开来; 四阶累积量不能正确估计谐波频率; 而本文方法即使在谐波频率较为靠近时, 也能正确估计出谐波信号的频率.

## 5 结 论

本文研究了非高斯 ARMA 噪声中的谐波恢复问题. 已经证明, 当有噪观测值被噪声模型的 AR 多项式滤波后, 滤波输出过程的自相关函数构造的两个特殊矩阵对的广义特征值正好确定了谐波频率. 基于这一点, 我们提出了一种利用二阶和三阶统计量的杂交 ESPRIT 方法. 由于该方法先利用有噪观测值的三阶累积量估计噪声模型的 AR 阶次和参数, 因而不需要预知噪声模型, 这是现有方法所不能比拟的. 本文最后还通过仿真实验验证了本方法的有效性和高分辨率.

## 参 考 文 献

- [1] Pisarenko V F. Geophys. J. Roy. Astronom Soc., 1973, 33(9):347-366.

- [2] Schmidt R O. IEEE Trans. on AP, 1986, AP-34(3): 276—280.
- [3] Roy R. Paulraj A, Kailath T. IEEE Trans. on ASSP, 1986, ASSP-34(3): 1340—1342.
- [4] Kay S M, Marple S L. IEEE Proc., 1981, 69(11): 1380—1419.
- [5] Cadzow J A. IEEE Proc., 1982, 70(9): 907—939.
- [6] Kumacesan R, Tufts D W. IEEE Trans. on ASSP, 1982, ASSP-30(6): 833—840.
- [7] Bresler Y. Macovski A. IEEE Trans. on ASSP, 1986, ASSP-34(4): 1081—1089.
- [8] Dragosević M V, Stanković S S. IEEE Trans. on ASSP, 1989, ASSP-37(6): 805—819.
- [9] Mataušek M R, Stanković S S, Radović D V. IEEE Trans. on ASSP, 1983, ASSP-31(6): 1456—1463.
- [10] Sherman P J, Frazho A E. High Resolution Spectral Estimation of Sinusoids in Colored Noise Using a Modified Pisarenko Decomposition, Proc. ICASSP-86, Tokyo, Japan, 1986, 181—184.
- [11] Chatterjee C, Kashyap R L, Boray G. IEEE Trans. on ASSP, 1987, ASSP-35(3): 328—337.
- [12] Swami A, Mendel J M. IEEE Trans. on SP, 1991, SP-39(5): 1099—1109.
- [13] 梁应敞, 王炳勋, 戴逸松, 电子学报, 1994, 22(4): 6—12.
- [14] Wegman E J, Schwartz S C, Thomas J B. Eds, Topics in Non-Gaussian Signal Processing. New York: Springer-Verlag, 1989.
- [15] Kassam S A. Signal Detection in Non-Gaussian Noise. New York: Springer-Verlag, 1988.
- [16] Giannakis G B, Mendel J M. IEEE Trans. on ASSP, 1990, ASSP-38(8): 1411—1422.
- [17] Swami A, Mendel J M. IEEE Trans. on AC, 1992, AC-37(2): 268—273.

## THE HYBRID ESPRIT APPROACH TO HARMONIC RETRIEVAL IN NON-GAUSSIAN ARMA NOISE

Liang Yingchang

(Tsinghua University, Beijing 100084)

Dai Yisong Wang Shuxun

(Jilin University of Technology, Changchun 130025)

**Abstract** This paper addresses the harmonic retrieval problem in non-Gaussian ARMA noise. A hybrid ESPRIT approach using second- and third-order statistics is proposed. First, third-order statistics are used to identify the AR part of the non-Gaussian noise process, then the noisy measurements are filtered by AR polynomial, finally, the harmonic signal parameters are estimated. Simulation examples show the effectiveness and high resolution of the new approach.

**Key words** Non-Gaussian ARMA noise, Harmonic retrieval, Hybrid ESPRIT approach