第28卷第10期 电 子 与 信 息 学 报 Vol.28No.10
2006年10月 Journal of Electronics & Information Technology Oct.2006

直觉模糊条件推理与可信度传播

雷英杰①② 王宝树① 王晶晶②
①(西安电子科技大学计算机学院 西安 710071)
②(空军工程大学导弹学院 陕西三原 713800)

摘 要 针对直觉模糊逻辑及命题演算，基于直觉指数所表征的中立证据中支持与反对的程度呈均衡状态的假设，提出利用隶属度与犹豫度计算直觉模糊逻辑命题真值的对称合成方法，给出直觉模糊逻辑命题的运算规则。重点研究了基于直觉模糊逻辑的条件推理方法，包括直觉模糊蕴涵式推理、条件式推理、多重式推理、多维式推理及多重多维式推理等；推导了相关的推理合成运算公式。针对带有可信度因子的直觉模糊逻辑推理，包括典型的、加权的及狭义的直觉模糊推理；分析了规则中的可信度因子传播对结论可信度的影响；给出了相关的计算结论真值的公式。

关键词 计算智能，模糊集合，直觉模糊逻辑，近似推理，命题演算，可信度因子

中图分类号：TP182 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2006)10-1790-04

Intuitionistic Fuzzy Conditional Reasoning with the Confidence Spreading

Lei Ying-jie①② Wang Bao-shu① Wang Jing-jing②
①(*School of Computer Science and Engineering*, *Xidian University*, *Xi'an* 710071, *China*)
②(*Missile Institute*, *Air Force Engineering University*, *Sanyuan Shaanxi* 713800, *China*)

Abstract To the predicate calculus on Intuitionistic Fuzzy Logic (IFL), a symmetric synthetic method for finding the truth of IFL propositions using membership and hesitancy degree is proposed on the basis of the hypothesis of an equilibrium state of supportability and opposability of neutral evidences indicated in the intuitionistic index. The fundamental operation rules on IFL propositions are presented. The investigation is with an emphasis on the techniques for conditional reasoning on IFL, including the implications, the conditions, the multiplications, and the multi-dimensions on IFL, etc. The related sets of mathematical formulas of inference compositional operations are derived. To the IFL reasoning with confidence factors, including those of the typical, the weighted, and the narrow senses, the effects of confidence factors spreading abroad in rules on those of conclusions are analyzed. The related formulas for finding the true conclusions are exposed.

Key words Computational intelligence, Fuzzy sets, Intuitionistic Fuzzy Logic (IFL), Approximate reasoning, Calculus of propositions, Confidence factors

1 引言

直觉模糊集合(Intuitionistic Fuzzy Sets，IFS)是对Zadeh模糊集合的一种扩充和发展。IFS最初由保加利亚学者Atanassov于1986年提出[2-5]。他系统提出并定义了直觉模糊集及其一系列运算和定理，研究了直觉模糊集与L-模糊集、区间值模糊集相结合，从而形成L-直觉模糊集、区间值直觉模糊集等；提出了直觉模糊逻辑命题及“与”、“或”算子等概念，发展了直觉模糊逻辑。同时，许多学者对此开展研究。Kevin Lano提出了近似推理的基本框架[6]。李晓萍等研究了直觉模糊群与它的同态像[7]。雷英杰等研究了直觉模糊逻辑语义算子[8]、直觉模糊关系运算[9]、时态逻辑算子及扩展运算的若干性质[10]等。

从已经发表的文献来看，对于直觉模糊集开展研究，大多处于纯数学的角度，而将直觉模糊集理论作为一种新的数学方法引入知识处理领域的研究尚处于起步阶段。近年来，由于 Zadeh 模糊集理论及其在知识处理中的应用已渐趋成熟，且其局限性已逐渐显现，国内外学者对 IFS 的研究不约而同地转向知识处理领域。对此，包括文献[7,11-15]在内，公开发表的研究成果尚不多。本文的主要工作是针对直觉模糊条件推理进行有关研究，首先提出一种基于均衡状态假设求取直觉模糊逻辑真值的对称合成方法，接着研究了几种直觉模糊条件推理形式，将 Zadeh 模糊逻辑推理推广为直觉模糊逻辑推理，最后探讨了直觉模糊推理中的可信度因子传播问题。

2 真值对称合成方法

直觉模糊逻辑(IFL)是一种建立在IFS理论基础之上的扩

2005-01-24 收到，2005-07-25 改回
国家部级基金资助课题

展模糊逻辑，是模糊推理的重要工具。在IFL推理中，命题是由IFS表述的直觉模糊命题，也可以是作为特例的一般模糊命题。它以直觉模糊集理论为基础，进行不精确命题的近似推理。直觉模糊命题、直觉模糊逻辑也是对Zadeh模糊命题和模糊逻辑的扩充和发展[10]，而这种扩充和发展主要体现在对命题内涵的表述方面。

IFL命题P是关于某个没有明确界限的概念的语言陈述，它能表达人们的主观想法，而且对每个人而言其主观含义又略有差异。赋给直觉模糊命题P的真值可以是区间[0,1]上的任何值，赋值过程实际上是从区间[0,1]到命题论域U的一个真值映射T，即$T{:}u\in U\rightarrow\{0,1\}$。设命题$P$对应于直觉模糊集$\boldsymbol{A}$，则命题$P$的真值$T(P)$由下式给出：

$$T(P)=\mu_{\boldsymbol{A}}(x)+\frac{1}{2}\pi_{\boldsymbol{A}}(x) \tag{1}$$

$$T(\neg P)=1-T(P)=\gamma_{\boldsymbol{A}}(x)+\frac{1}{2}\pi_{\boldsymbol{A}}(x) \tag{2}$$

即命题的真实程度等于x对直觉模糊集$\boldsymbol{A}$的隶属度与犹豫度的对称合成。这里假设直觉指数$\pi_A(x)$所表征的中立证据中，支持与反对的程度呈均衡状态。

直觉模糊逻辑中的命题分为原子命题和复合命题。所谓原子直觉模糊命题是一个单独的陈述句。其形式为“x为$\boldsymbol{A}$”，这里x是语言变量，$\boldsymbol{A}$是语言变量x的值，即$\boldsymbol{A}$是一个定义在x的论域X上的直觉模糊集合。

定义1(直觉模糊逻辑运算)　设$\boldsymbol{A}\in\mathrm{IFS}(X)$, $\boldsymbol{B}\in\mathrm{IFS}(Y)$, 定义在$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$上的命题P, Q有如下运算：

(1) 否定(逻辑“非”)：$T(\neg P) = 1 - T(P)$ ；

(2) 析取(逻辑“或”)：$P\vee Q$，x属于$\boldsymbol{A}$或$\boldsymbol{B}$，$T(P\vee Q) = \max(T(P), T(Q))$ ；

(3) 合取(逻辑“与”)：$P\wedge Q$，x属于$\boldsymbol{A}$与$\boldsymbol{B}$，$T(P\wedge Q) = \min(T(P), T(Q))$ ；

(4) 蕴涵：$P\rightarrow Q$，如果x属于$\boldsymbol{A}$，则y属于$\boldsymbol{B}$，$T(P\rightarrow Q) =T(\neg P\vee Q) = \max(T(\neg P),T(Q))$ 。

蕴涵可以用基于规则的形式给出，并且与模糊关系$R=(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})\cup(\bar{\boldsymbol{A}}\times\boldsymbol{Y})$等价。经直觉化扩展后，$R$的隶属函数$\mu_R(x, y)$和非隶属函数$\gamma_R(x, y)$分别为

$$\mu_{\boldsymbol{R}}(x,y)=\max[(\mu_{\boldsymbol{A}}(x)\wedge\mu_{\boldsymbol{B}}(y)),\gamma_{\boldsymbol{A}}(x)] \tag{3a}$$

$$\gamma_{\boldsymbol{R}}(x,y)=\min[(\gamma_{\boldsymbol{A}}(x)\vee\gamma_{\boldsymbol{B}}(y)),\mu_{\boldsymbol{A}}(x)] \tag{3b}$$

3　直觉模糊条件推理

直觉模糊逻辑推理形式主要有：蕴涵式、条件式、多重式、多维式，以及多重多维式等，下面分别进行讨论。

3.1　蕴涵式直觉模糊推理

设$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}\in[0,1]$是直觉模糊命题，且$\boldsymbol{A}$在论域$\boldsymbol{X}$上取值，$\boldsymbol{B}$在论域$\boldsymbol{Y}$上取值。直觉模糊逻辑中的蕴涵式“若$\boldsymbol{A}$则$\boldsymbol{B}$”，记作“$\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}$”，其关系矩阵$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{A};\boldsymbol{B})$是一个双矩阵，即

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}}&=(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})\cup(\bar{\boldsymbol{A}}\times\boldsymbol{Y})\\&=\int_{\boldsymbol{X}\times\boldsymbol{Y}}\langle\mu_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}}(x,y),\quad\gamma_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}}(x,y)\rangle/(x,y)\end{aligned} \tag{4}$$

其中

$$\mu_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}}(x,y)=(\mu_{\boldsymbol{A}}(x)\wedge\mu_{\boldsymbol{B}}(y))\vee\gamma_{\boldsymbol{A}}(x) \tag{5}$$

$$\gamma_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}}(x,y)=(\gamma_{\boldsymbol{A}}(x)\vee\gamma_{\boldsymbol{B}}(y))\wedge\mu_{\boldsymbol{A}}(x) \tag{6}$$

其真值为

$$T(\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B})=(T(\boldsymbol{A})\wedge T(\boldsymbol{B}))\vee(1-T(\boldsymbol{A})) \tag{7}$$

其中$T(\boldsymbol{A})$与$T(\boldsymbol{B})$的值由IFL命题演算规则求得，即按式(1)进行计算。

若已知$\boldsymbol{B}_1$，则$\boldsymbol{A}_1$可由$\boldsymbol{R}$与$\boldsymbol{B}_1$的合成运算推理求得，即

$$\boldsymbol{A}_1=\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}}\circ\boldsymbol{B}_1=\int_{\boldsymbol{X}}\langle\mu_{\boldsymbol{A}_1}(x),\quad\gamma_{\boldsymbol{A}_1}(x)\rangle/x \tag{8}$$

其中

$$\mu_{\boldsymbol{A}_1}(x)=\bigvee_{y\in Y}(\mu_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}}(x,y)\wedge\mu_{\boldsymbol{B}_1}(y)) \tag{9}$$

$$\gamma_{\boldsymbol{A}_1}(x)=\bigwedge_{y\in Y}(\gamma_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}}(x,y)\vee\gamma_{\boldsymbol{B}_1}(y)) \tag{10}$$

3.2　条件式直觉模糊推理

设$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$,$\boldsymbol{C}\in[0,1]$是直觉模糊命题，且$\boldsymbol{A}$在论域X上取值，$\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$在论域$\boldsymbol{Y}$上取值。直觉模糊逻辑中的条件式“若$\boldsymbol{A}$则$\boldsymbol{B}$否则$\boldsymbol{C}$”，记作“$\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B},\bar{\boldsymbol{A}}\rightarrow\boldsymbol{C}$”，其关系矩阵$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{A};\boldsymbol{B},\boldsymbol{C})$为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B},\bar{\boldsymbol{A}}\rightarrow\boldsymbol{C}}&=(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})\cup(\bar{\boldsymbol{A}}\times\boldsymbol{C})\\&=\int_{\boldsymbol{X}\times\boldsymbol{Y}}\langle\mu_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B},\bar{\boldsymbol{A}}\rightarrow\boldsymbol{C}}(x,y),\ \gamma_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B},\bar{\boldsymbol{A}}\rightarrow\boldsymbol{C}}(x,y)\rangle/(x,y)\end{aligned} \tag{11}$$

其中

$$\begin{aligned}\mu_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B},\bar{\boldsymbol{A}}\rightarrow\boldsymbol{C}}(x,y)&=(\mu_{\boldsymbol{A}}(x)\wedge\mu_{\boldsymbol{B}}(y))\vee(\mu_{\bar{\boldsymbol{A}}}(x)\wedge\mu_{\boldsymbol{C}}(y))\\&=(\mu_{\boldsymbol{A}}(x)\wedge\mu_{\boldsymbol{B}}(y))\vee(\gamma_{\boldsymbol{A}}(x)\wedge\mu_{\boldsymbol{C}}(y))\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}\gamma_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B},\bar{\boldsymbol{A}}\rightarrow\boldsymbol{C}}(x,y)&=(\gamma_{\boldsymbol{A}}(x)\vee\gamma_{\boldsymbol{B}}(y))\wedge(\gamma_{\bar{\boldsymbol{A}}}(x)\wedge\gamma_{\boldsymbol{C}}(y))\\&=(\gamma_{\boldsymbol{A}}(x)\vee\gamma_{\boldsymbol{B}}(y))\wedge(\mu_{\boldsymbol{A}}(x)\wedge\gamma_{\boldsymbol{C}}(y))\end{aligned} \tag{13}$$

其真值为

$$T(\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B},\bar{\boldsymbol{A}}\rightarrow\boldsymbol{C})=(T(\boldsymbol{A})\wedge T(\boldsymbol{B}))\vee((1-T(\boldsymbol{A}))\wedge T(\boldsymbol{C})) \tag{14}$$

其中$T(\boldsymbol{A})$、$T(\boldsymbol{B})$及$T(\boldsymbol{C})$的真值由IFL命题演算规则求得，即按式(1)进行计算。

若已知$\boldsymbol{A}_1$，则$\boldsymbol{B}_1$可由$\boldsymbol{A}_1$与关系矩阵$\boldsymbol{R}$的合成运算推理求得，即

$$\boldsymbol{B}_1=\boldsymbol{A}_1\circ\boldsymbol{R}^*=\int_{\boldsymbol{Y}}\ \langle\mu_{\boldsymbol{B}_1}(y),\gamma_{\boldsymbol{B}_1}(y)\rangle/y \tag{15}$$

其中

$$\mu_{\boldsymbol{B}_1}(y)=\bigvee_{x\in X}(\mu_{\boldsymbol{A}_1}(x)\wedge\mu_{\boldsymbol{R}^*}(x,y)) \tag{16a}$$

$$\gamma_{\boldsymbol{B}_1}(y)=\bigwedge_{x\in X}(\gamma_{\boldsymbol{A}_1}(x)\vee\gamma_{\boldsymbol{R}^*}(x,y)) \tag{16b}$$

式中$\boldsymbol{R}^*$为$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B},\bar{\boldsymbol{A}}\rightarrow\boldsymbol{C}}$，即$\mu_{\boldsymbol{R}^*}(x,y)$与$\gamma_{\boldsymbol{R}^*}(x,y)$分别取为$\mu_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B},\bar{\boldsymbol{A}}\rightarrow\boldsymbol{C}}(x,y)$和$\gamma_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B},\bar{\boldsymbol{A}}\rightarrow\boldsymbol{C}}(x,y)$。

这一推理合成运算也适应于蕴涵式直觉模糊推理规则，亦即式中R^*可以取为$R_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}}$，即$\mu_{\boldsymbol{R}^*}(x,y)$与$\gamma_{\boldsymbol{R}^*}(x,y)$分别取为$\mu_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}}(x,y)$和$\gamma_{\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}}(x,y)$。

3.3　多重式直觉模糊推理

设$\boldsymbol{A}_i$, $\boldsymbol{B}_i\in[0,1]$是直觉模糊命题，且$\boldsymbol{A}_i$在论域X上取值，$\boldsymbol{B}_i$在论域$\boldsymbol{Y}$上取值，$\boldsymbol{A}_i\rightarrow\boldsymbol{B}_i$有关系$R_i$, $i = 1, 2,\cdots,n$, 则$(\boldsymbol{A}_1\rightarrow\boldsymbol{B}_1, \boldsymbol{A}_2\rightarrow\boldsymbol{B}_2,\cdots, \boldsymbol{A}_n\rightarrow\boldsymbol{B}_n)$称为多重条件推理，其总的合成关系$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{A}_1\rightarrow\boldsymbol{B}_1, \boldsymbol{A}_2\rightarrow\boldsymbol{B}_2,\cdots, \boldsymbol{A}_n\rightarrow\boldsymbol{B}_n)$为

$$\boldsymbol{R}_{A_1\to \boldsymbol{B}_1, A_2\to \boldsymbol{B}_2,\cdots,A_n\to \boldsymbol{B}_n} = \bigcup_{i=1}^{n} \boldsymbol{R}_i(\boldsymbol{A}_i,\boldsymbol{B}_i)$$
$$= \int_{\boldsymbol{X}\times \boldsymbol{Y}} \langle \mu_{A_1\to \boldsymbol{B}_1, A_2\to \boldsymbol{B}_2,\cdots,A_n\to \boldsymbol{B}_n}(x,y),$$
$$\gamma_{A_1\to \boldsymbol{B}_1, A_2\to \boldsymbol{B}_2,\cdots,A_n\to \boldsymbol{B}_n}(x,y)\rangle/(x,y) \quad (17)$$

对应的有

$$\mu_{A_1\to \boldsymbol{B}_1, A_2\to \boldsymbol{B}_2,\cdots,A_n\to \boldsymbol{B}_n}(x,y)$$
$$= \bigvee_{i=1}^{n}(\mu_{\boldsymbol{A}_i}(x)\wedge \mu_{\boldsymbol{B}_i}(y))$$
$$= (\mu_{\boldsymbol{A}_1}(x)\wedge \mu_{\boldsymbol{B}_1}(y))\vee(\mu_{\boldsymbol{A}_1}(x)\wedge \mu_{\boldsymbol{B}_1}(y))\vee\cdots$$
$$\vee(\mu_{\boldsymbol{A}_1}(x)\wedge \mu_{\boldsymbol{B}_1}(y)) \quad (18a)$$

$$\gamma_{A_1\to \boldsymbol{B}_1, A_2\to \boldsymbol{B}_2,\cdots,A_n\to \boldsymbol{B}_n}(x,y)$$
$$= \bigwedge_{i=1}^{n}(\gamma_{\boldsymbol{A}_i}(x)\vee \gamma_{\boldsymbol{B}_i}(y))$$
$$= (\gamma_{\boldsymbol{A}_1}(x)\vee \gamma_{\boldsymbol{B}_1}(y))\wedge(\gamma_{\boldsymbol{A}_1}(x)\vee \gamma_{\boldsymbol{B}_1}(y))\wedge\cdots$$
$$\wedge(\gamma_{\boldsymbol{A}_1}(x)\vee \gamma_{\boldsymbol{B}_1}(y)) \quad (18b)$$

其真值为

$$T(\boldsymbol{A}_1\to \boldsymbol{B}_1, \boldsymbol{A}_2\to \boldsymbol{B}_2,\cdots,\boldsymbol{A}_n\to \boldsymbol{B}_n) = \bigvee_{i=1}^{n}(T(\boldsymbol{A}_i)\wedge T(\boldsymbol{B}_i)) \quad (19)$$

若已知 $\boldsymbol{A}^*$，则 $\boldsymbol{B}^*$可由 $\boldsymbol{A}^*$与 $\boldsymbol{R}_{A_1\to \boldsymbol{B}_1, A_2\to \boldsymbol{B}_2,\cdots,A_n\to \boldsymbol{B}_n}$ 的合成运算 $\boldsymbol{B}^*=\boldsymbol{A}^*\circ \boldsymbol{R}_{A_1\to \boldsymbol{B}_1, A_2\to \boldsymbol{B}_2,\cdots,A_n\to \boldsymbol{B}_n}$ 求得。反之，若已知 $\boldsymbol{B}^*$，则 $\boldsymbol{A}^*$可由 $\boldsymbol{R}_{A_1\to \boldsymbol{B}_1, A_2\to \boldsymbol{B}_2,\cdots,A_n\to \boldsymbol{B}_n}$ 与 $\boldsymbol{B}^*$的合成运算求得，$\boldsymbol{A}^* = \boldsymbol{R}_{A_1\to \boldsymbol{B}_1, A_2\to \boldsymbol{B}_2,\cdots,A_n\to \boldsymbol{B}_n}\circ \boldsymbol{B}^*$。

3.4 多维式直觉模糊推理

设$\boldsymbol{A}_i$, $\boldsymbol{B}\in[0,1]$是直觉模糊命题，且$\boldsymbol{A}_i$在论域X上取值, $\boldsymbol{B}$在论域Y上取值, $i = 1, 2,\cdots, n$，则直觉模糊多维条件推理的形式为“若$\boldsymbol{A}_1$且$\boldsymbol{A}_2$且 ⋯ 且$\boldsymbol{A}_n$，则$\boldsymbol{B}$”，记作：$\boldsymbol{A}_1\times\boldsymbol{A}_2\times\cdots\times\boldsymbol{A}_n\to\boldsymbol{B}$。此时，令$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_1\times\boldsymbol{A}_2\times\cdots\times\boldsymbol{A}_n$，则上式可简记为$\boldsymbol{A}\to\boldsymbol{B}$，亦即

$$\mu_{\boldsymbol{A}}(x) = \bigwedge_{i=1}^{n}\mu_{A_i}(x) = \mu_{A_1}(x)\wedge\mu_{A_2}(x)\wedge\cdots\wedge\mu_{A_n}(x) \quad (20a)$$

$$\gamma_{\boldsymbol{A}}(x) = \bigvee_{i=1}^{n}\gamma_{A_i}(x) = \gamma_{A_1}(x)\vee\gamma_{A_2}(x)\vee\cdots\vee\gamma_{A_n}(x) \quad (20b)$$

关系矩阵$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{A}_2,\cdots, \boldsymbol{A}_n, \boldsymbol{B})$为

$$\boldsymbol{R}_{A_1\times A_2\times\cdots\times A_n\to \boldsymbol{B}}$$
$$= (\boldsymbol{A}_1\times\boldsymbol{A}_2\times\cdots\times\boldsymbol{A}_n\times\boldsymbol{B})\cup(\overline{\boldsymbol{A}_1\times\boldsymbol{A}_2\times\cdots\times\boldsymbol{A}_n}\times\boldsymbol{Y})$$
$$= \int_{\boldsymbol{X}\times\boldsymbol{Y}}\langle\mu_{A_1\times A_2\times\cdots\times A_n\to\boldsymbol{B}}(x,y),\ \gamma_{A_1\times A_2\times\cdots\times A_n\to\boldsymbol{B}}(x,y)\rangle/(x,y) \quad (21)$$

上式也可简化为式(4)的形式，且对应的有

$$\mu_{A_1\times A_2\times\ldots\times A_n\to\boldsymbol{B}}(x,y) = (\mu_{\boldsymbol{A}}(x)\wedge\mu_{\boldsymbol{B}}(y))\vee\gamma_{\boldsymbol{A}}(x) \quad (22a)$$

$$\gamma_{A_1\times A_2\times\ldots\times A_n\to\boldsymbol{B}}(x,y) = (\gamma_{\boldsymbol{A}}(x)\vee\gamma_{\boldsymbol{B}}(y))\wedge\mu_{\boldsymbol{A}}(x) \quad (22b)$$

式中的 $\mu_{\boldsymbol{A}}(x)$ 与 $\gamma_{\boldsymbol{A}}(x)$ 按式(20a)、(20b)进行合成计算。规则的真值为

$$T(\boldsymbol{A}_1\times\boldsymbol{A}_2\times\ldots\times\boldsymbol{A}_n\to\boldsymbol{B}) = \left(\bigwedge_{i=1}^{n}T(\boldsymbol{A}_i)\right)\wedge T(\boldsymbol{B}) \quad (23)$$

若已知 $\boldsymbol{A}^* = \boldsymbol{A}_1^*\times\boldsymbol{A}_2^*\times\cdots\times\boldsymbol{A}_n^*$，则 $\boldsymbol{B}^*$可由，$\boldsymbol{A}^*$与$\boldsymbol{R}_{A_1\times A_2\times\ldots\times A_n\to\boldsymbol{B}}$ 的合成运算求得，$\boldsymbol{B}^* = \boldsymbol{A}^*\,\boldsymbol{R}_{A_1\times A_2\times\ldots\times A_n\to\boldsymbol{B}}$。

3.5 多重多维式直觉模糊推理

对于直觉模糊多重多维式，即既含有多重推理又含有多维推理的形式，可以分解进行推理合成运算，亦即先进行多重推理计算，即按式(17)−式(19)进行推理合成运算，再进行多维推理计算，即按式(20)−式(23)进行推理合成运算。限于篇幅，本文从略。

4 可信度的传播

若直觉模糊推理规则带有可信度因子CF_i，则其结论的可信度CF将要受到规则所表达知识的可信度的影响，称为可信度的传播。

4.1 典型直觉模糊推理中的可信度

典型的含有可信度因子的直觉模糊推理及可信度因子的传播情形有以下几种：

(1) 已知“x是P→y是Q，CF_1”和“x是P，CF_2”，那么，结论“y是Q”的CF为

$$\mathrm{CF}\ (\text{“}y\text{是}Q\text{”}) = \mathrm{CF}_1\bullet\mathrm{CF}_2 = \min\{\mathrm{CF}_1,\ \mathrm{CF}_2\} \quad (24)$$

(2) 已知“x是P→y是Q，CF_1”和“x是P'，CF_2”，那么，结论“y是Q'”的CF为

$$\mathrm{CF}\ (\text{“}y\text{是}Q'\text{”}) = f\ (S(P,\ P'),\ \mathrm{CF}_1,\ \mathrm{CF}_2) \quad (25)$$

其中$f\ (u,\ v,\ w)$为$u,\ v,\ w$的非减函数，$f\ (u,\ v,\ w)\le v$和$f\ (u,\ v,\ w)\le w$，且

$$f(u,v,w) = u\cdot v\cdot w = u\cdot\min(v,w)$$

$S(P, P')$为衡量 P 与 P'相似度或贴近度的函数。

(3) 已知“x是P→y是Q，CF_1”和“x是P，CF_2”，那么，结论“y是Q'”的CF为

$$\mathrm{CF}\ (\text{“}y\text{是}Q'\text{”}) = f(\ S(Q, Q'), \mathrm{CF}_1, \mathrm{CF}_2) \quad (26)$$

其中$f\,(u, v, w)$ 的意义同上，$S(Q, Q')$ 为衡量Q与Q'相似度或贴近度的函数。

4.2 加权直觉模糊推理中的可信度

加权模糊推理的规则形式为

$$w_1\cdot P_1, w_2\cdot P_2,\cdots, w_n\cdot P_n\to Q, \mathrm{CF}, \lambda$$

其中P_i, Q为直觉模糊命题谓词，在区间[0, 1]取值。$w_i\ge 0$, $i = 1, 2,\cdots, n$, 且$\sum_{i=1}^{n}w_i = 1$，CF为该规则所表示的知识的可信度因子，它既可以是一个确定的实数，也可以是一个模糊数或模糊语言值，CF的值由领域专家在给出知识时同时给出；λ是阈值，用于指出相应知识在什么情况下可被应用。规则的含义是：当 $t = \sum_{i=1}^{n}w_i\cdot T(P_i)\geqslant\lambda$ 时，该规则可被应用，且结论的可信度为

$$T(Q) = t\wedge\mathrm{CF} \quad (27)$$

4.3 侠义直觉模糊推理中的可信度

设$P_1, P_2,\cdots, P_n$和Q为狭义模糊谓词，即取[0, 1]间的实数作为的模糊谓词值。推理规则的形式为

$$P_1, P_2,\cdots, P_n\to Q, \mathrm{CF}, \lambda$$

其中CF为规则的可信度，$\mathrm{CF}\in[0, 1]$；λ为规则的可应用阈值，

$\lambda\in[0, 1]$。

该规则的含义是，当直觉模糊谓词公式$P_1\wedge P_2\wedge\cdots\wedge P_n$的真值$t=\min\{T(P_1), T(P_2),\cdots, T(P_n)\}\geq\lambda$时，这里$T(P_i)$为$P_i$的真值，规则可被启用。应用该规则的结果是推出结论$Q$，其真值$T(Q)$为

$$T(Q) = t\wedge \mathrm{CF} = t\bullet \mathrm{CF} \tag{28}$$

称这种结论的真值≤前提的真值的规则推理为主观不充分置信推理。

当同时有多条规则可应用，且都可推出同一个结论时，即

$$\begin{gathered} P_1\to Q, \mathrm{CF}_1, \lambda_1 \\ P_2\to Q, \mathrm{CF}_2, \lambda_2 \\ \vdots \\ P_n\to Q, \mathrm{CF}_n, \lambda_n \\ T(P_i)\geq\lambda_i,\quad i=1, 2, \cdots, n \end{gathered}$$

可以采用求极大值法：

$$T(Q) = \bigvee_{i=1}^{n} T_i(Q) = \bigvee_{i=1}^{n} (T(P_i)\wedge \mathrm{CF}_i) \tag{29}$$

或采用加权法：

$$T(Q) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\mathrm{CF}_i}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{CF}_i\cdot T(P_i) \tag{30}$$

来确定结论Q的真值$T(Q)$。

5　讨论与结论

IFS由于增加了非隶属度$\gamma_{\boldsymbol{A}}(x)$，具有了犹豫测度(即直觉指数)$\pi_{\boldsymbol{A}}(x)$，故其数学描述更加符合客观世界模糊对象的本质[15]，因而形成新的研究热点。

由上可知，通过运用本文提出的真值对称合成方法，亦即命题真值式(1)和式(2)，使得 IFL 推理与 Zadeh 模糊逻辑(ZFL)推理具有了相同的演算形式，这一点已体现在文中的定义 1(直觉模糊逻辑运算)和规则真值演算式(7)–式(9)和式(23)中，但其逻辑真值的内涵发生了改变，ZFL 命题的真值演算只考虑单一隶属度，而 IFL 还需考虑非隶属度和中立度的影响，可见真值的内涵得到了深化和拓广。也就是说，ZFL是 IFL 的一种特例，IFL 是 ZFL 的推广形式，而 IFL 更具普适性。例如，式(7)演算时，$T(\boldsymbol{A})$与 $T(\boldsymbol{B})$的真值由 IFL 命题演算规则求得，即按式(1)进行计算求值，而式(1)中用到的$\mu_A(x)$, $\gamma_A(x)$ 和 $\pi_A(x)=1-\mu_A(x)-\gamma_A(x)$ 等则必须按式(4)或式(5a)和式(5b)进行计算。

本文的主要贡献是：(1)针对 IFL 命题演算，基于直觉指数所表征的中立证据中支持与反对的程度呈均衡状态的假设，提出利用隶属度与犹豫度(即直觉指数)计算 IFL 命题真值的对称合成方法，给出 IFL 命题的运算规则。(2)研究了 IFL 的条件推理方法，包括 IFL 蕴涵式推理、条件式推理、多重式推理、多维式推理及多重多维式推理等，推导了相关的推理合成运算公式。(3)针对带有可信度因子的 IFL 推理，包括典型的、加权的或侠义的直觉模糊推理，分析了规则中的可信度因子传播对结论可信度的影响，给出了相关的计算结论真值的公式。

参 考 文 献

[1]　Zadeh L A. Fuzzy sets [J]. *Information and Control*, 1965, 8 (3): 338–353.

[2]　Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1986, 20 (1): 87–96.

[3]　Atanassov K. More on intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1989, 33 (1): 37–46.

[4]　Atanassov K. New operations defined over the intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1994, 61 (2): 137–142.

[5]　Atanassov Krassimir T, Kacprzyk Janusz, Szmidt Eulalia, *et al*.. On separability of intuitionistic fuzzy sets [J]. Lecture Notes *in Artificial Intelligence*, 2003, 2715: 285–292.

[6]　Kevin Lano. Formal frameworks for approximate reasoning [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 51(2): 131–146.

[7]　李晓萍, 王贵君. 直觉模糊群与它的同态像. 模糊系统与数学, 2000, 14 (1): 45–50.

[8]　雷英杰, 王宝树. 直觉模糊逻辑的语义算子研究 [J]. 计算机科学, 2004, 31 (11): 4–6.

[9]　雷英杰, 王宝树. 直觉模糊关系及其合成运算 [J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(2): 113–118.

[10]　雷英杰, 王宝树. 直觉模糊集时态逻辑算子与扩展运算性质. 计算机科学，2005, 32(2): 180–181, 225.

[11]　雷英杰, 王涛, 赵晔. 直觉模糊匹配的语义距离与贴近度[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2005, 6 (1): 69–72.

[12]　Mitchell H B. Pattern recognition using type-II fuzzy sets. *Information Sciences*, 2005, 170(2-4): 409–418.

[13]　雷英杰, 赵晔, 王涛. 直觉模糊匹配的相似性度量[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2005, 6 (2): 83–86.

[14]　Bustince H. Application to approximate reasoning based on interval-valued fuzzy sets [J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2000, 23 (2): 137–209.

[15]　雷英杰, 李续武, 王坚. 直觉模糊推理的语义匹配度[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2005, 6 (3): 42–46.

雷英杰：　男，1956 年生，教授，博士生导师，主要研究方向为智能信息处理与智能决策.

王宝树：　男，1941 年生，教授，博士生导师，主要研究方向为智能信息处理与模式识别.

王晶晶：　女，1979 年生，博士生，研究方向为智能信息处理与智能决策.