

## 基于 sigmoid 函数的 Volterra 自适应有源噪声对消器<sup>1</sup>

张家树 \* \*\* 肖先赐 \*

\*(电子科技大学电子工程系 成都 610054)

\*\* (西南交通大学计算机与通信工程学院 成都 610031)

**摘 要** 该文介绍了一种新颖的非线性自适应有源噪声对消器——基于 sigmoid 函数的 Volterra 自适应有源噪声对消器, 并采用输入信号和瞬时误差归一化的 LMS 自适应算法调整其系数, 这种基于 sigmoid 函数的 Volterra 自适应有源噪声对消器具有参数少和便于实现的模块化结构等优点, 仿真结果表明: 这种基于 sigmoid 函数的 Volterra 自适应有源噪声对消系统具有良好的抗噪声性能。

**关键词** Volterra 滤波器, 基于 sigmoid 函数的 Volterra 自适应滤波器, 有源噪声对消

**中图分类号** TN911.4

### 1 引 言

在信号处理领域, 线性自适应滤波器因其简单容易分析和实现, 且能够处理一些时变和非线性、非平稳信号而广泛应用<sup>[1]</sup>。使用传统的自适应降噪算法的线性滤波器通常能够找到闭和解, 且当噪声为附加高斯噪声时, 在所有滤波运算方面它是最佳的<sup>[2]</sup>。当存在非高斯噪声或在高速通信信道、卫星链路、回声对消等存在非线性的场合, 由于线性自适应滤波器本质上的线性, 限制了它们在探究非线性信号的高阶统计冗余性方面的能力和逼近非线性函数的能力<sup>[3]</sup>, 致使线性滤波器的滤波性能很差。为了克服线性滤波器的缺点, 近年来人们已建立了多种非线性自适应滤波方法, 广泛应用于扩频通信<sup>[4,5]</sup>、系统辨识<sup>[6]</sup>、图像处理<sup>[7]</sup>和混沌预测<sup>[8-10]</sup>等领域。现有研究表明: 在非高斯和高斯背景下的最优滤波是非线性的, 非线性自适应滤波器常具有比线性自适应滤波器更好的性能<sup>[11]</sup>。

在各种非线性滤波模型中, 基于 Volterra 级数展开的非线性自适应滤波器由于综合利用了线性和非线性项, 本质上属于参数辨识模型, 因而较之其它非线性滤波模型具有更好的性能<sup>[2]</sup>。虽然高阶 Volterra 滤波器具有更好地滤波性能, 但由于存在更多的高阶非线性耦合项, 使其实现非常困难, 通常使用的仅为二阶 Volterra 自适应滤波器<sup>[2]</sup>。然而, 即使十分有效的二阶 Volterra 自适应滤波器也因非线性耦合项较多而造成不易实现等问题, 在实际应用中有较大的局限性。为此, 本文在二阶 Volterra 自适应滤波器的基础上, 提出了一种基于 sigmoid 的 Volterra 自适应滤波器, 并用它构造了一个非线性自适应有源噪声对消器。与神经网络自适应噪声对消器<sup>[12]</sup>相比, 这种基于 sigmoid 函数的 Volterra 自适应有源噪声对消器具有参数少和便于实现的模块化结构等优点。计算机仿真结果表明: 这种基于 sigmoid 函数的少参数 Volterra 滤波器自适应噪声对消系统具有良好的抗噪声性能。

### 2 基于 sigmoid 函数的 Volterra 自适应滤波器

当满足一定条件时, 非线性系统的输入与输出关系可用 Volterra 泛函数来描述<sup>[3]</sup>, 设离散时间非线性系统的输入为  $x(n)$ , 输出为  $y(n)$ , 则常见的具有非线性表达能力的二阶 Volterra

<sup>1</sup> 2000-05-28 收到, 2001-07-05 定稿

国家部级基金 (批准号: 98JS05.4.1.DZ0205) 资助课题

滤波器为

$$y(n) = h_0 + \sum_{i=0}^{m-1} h(i)x(n-i) + \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=i}^{m-1} h_2(i,j)x(n-i)x(n-j) \quad (1)$$

对应的滤波系数总个数为:  $M = 1 + m + m(m+1)/2$ 。由于二阶 Volterra 自适应预测滤波器同时包含有线性项和非线性项, 比线性滤波器具有更好的滤波性能<sup>[2]</sup>。然而, 当滤波器的阶数  $m$  较大时, 由于大量的非线性耦合的存在, 使得二阶 Volterra 滤波器的系数呈几何级数增长, 实现非常困难<sup>[3]</sup>。针对这一问题, 人们已作了大量的研究, 提出了多种实现方案<sup>[3-6,9,13,14]</sup>。

解决这一问题的根本出路是将非线性项解耦成线性组合, 其中一种解耦方式<sup>[12]</sup>为:

$$y(n) = \left( h_{1,0} + \sum_{i=1}^m h_{1,i}x(n-i) \right) \times \left( h_{2,0} + \sum_{j=1}^m h_{2,j}x(n-j) \right) \quad (2)$$

虽然 (2) 式描述的这种二次型少参数非线性滤波器在一定条件下等效于二阶 Volterra 滤波器, 但是这种非线性滤波器存在容易引起不稳定和逼近非线性函数不如二阶 Volterra 滤波器等问题。由于神经网络的非线性表达能力来自有界的 sigmoid 函数, 为此, 我们在 (2) 式的基础上, 引入 sigmoid 函数来构造非线性滤波模型, 以期在保证二阶 Volterra 滤波器逼近非线性函数能力的条件下减少其待定参数, 这种非线性滤波器定义如下:

$$\hat{y}(n) = a_0 + \sum_{i=0}^{m_1} a_i(n)x(n-i) + \left( b_0 + \sum_{i=0}^{n_1} b_i(n)x(n-i) \right) \times \text{sigm} \left( c_0 + \sum_{i=0}^{n_1} c_i(n)x(n-i) \right) + \varepsilon(n) \quad (3)$$

$$\text{sigm}(x) = (1 - \exp(x))/(1 + \exp(x)) \quad (4)$$

确定滤波器系数的相应代价函数定义为

$$J(\Theta) = E\{\varepsilon^2(n)\} = E\{|d(n) - y(n)|^2\} \quad (5)$$

其中  $\Theta = \{a_0, a_1, \dots, a_m; b_0, b_1, \dots, b_m; c_0, c_1, \dots, c_m\}$  为待优化的滤波系数;  $d(n)$  为未知系统的期望输出,  $\varepsilon(n)$  为输出误差。则这种非线性滤波器对应的滤波系数总个数为:  $M = 3m + 3$ 。当滤波器的阶数  $m$  较大时, 如  $m = 8$ , (3) 式所需的参数  $M = 27$ , 而 (1) 式所需的参数为  $M = 45$ , 显然, 其待定系数大大减少。与此同时, 由于  $|\text{sigm}(x)| \leq 1$ , (3) 式描述的这种非线性滤波器结构能够保证在有界输入时其输出有界, 在自适应过程中不需要象 (2) 描述的非线性滤波器对系统的稳定性进行检测。因此, 我们将 (3), (4) 式描述的这种非线性滤波模型称为基于 sigmoid 函数的 Volterra 滤波器。图 1 给出了相应的实现结构。

在现有的各种自适应算法中, 输入信号和瞬时误差归一化的 LMS(NLMS) 自适应算法具有良好的自适应性能<sup>[14]</sup>, 且控制收敛的参数选择范围大, 能够直接应用于存在相关和不相关信号背景下的非线性自适应滤波器。为了 (3), (4) 式能够利用这一 NLMS 算法来调整其待定参数, 重新定义滤波器的参数和输入矢量为

$$X(k) = [\mathbf{x}(k), \mathbf{x}(k)\text{sigm}(C^T \mathbf{x}(k))]^T \quad (6)$$

$$AB = [a_0, a_1, \dots, a_m, b_0, b_1, \dots, b_m]^T, \quad C = [c_0, c_1, \dots, c_m]^T \quad (7)$$

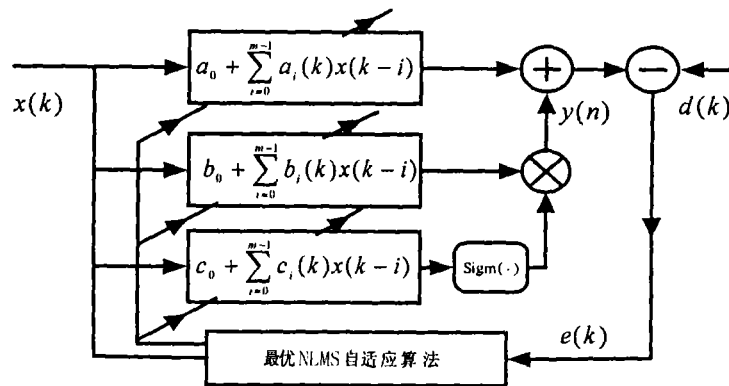


图 1 基于 Sigmoid 函数的少参数非线性自适应预测滤波器结构

根据 (5) 式定义的最小均方误差准则

$$\min J(k) = \min E\{e^2(k)\} = \min E\{[y(k) - AB^T(k)X(k)]^2\} \quad (8)$$

基于输入信号和瞬时误差归一化的 LMS(NLMS) 算法<sup>[14]</sup> 和 (6), (7) 式, 则有

$$\sigma_X^2(k) = \rho\sigma_X^2(k-1) + (1-\rho)(\|X(k)\|^2 + (2m+2)e^2(k)) \quad (9)$$

$$AB(k+1) = AB(k) + \mu_1 \frac{e(k)}{\mu_1 + \sigma_X^2(k)} X(k) \quad (10)$$

$$\sigma_x^2(k) = \rho\sigma_x^2(k-1) + (1-\rho)(\|x(k)\|^2 + (m+1)e^2(k)[b^T x(k)(1-\text{sigm}^2(\cdot))]^2) \quad (11)$$

$$C(k+1) = C(k) + \mu_2 \frac{e(k)}{\mu_2 + \sigma_x^2(k)} (1-\text{sigm}^2(\cdot))x(k)b^T x(k) \quad (12)$$

其中  $\mu_1$  和  $\mu_2$  分别为控制学习收敛的步长参数, 通常在  $0 < \mu_1, \mu_2 < 2$  取值,  $\rho = 0.1$ .

### 3 基于 sigmoid 函数的 Volterra 自适应有源噪声对消器

利用以上这种基于 sigmoid 函数的少参数 Volterra 自适应滤波器, 构成一个自适应噪声对消系统, 结构如图 2 所示。

设有用信号  $s_k$  被噪声  $n_k$  污染,  $n_k$  是由某个噪声源产生的  $r_k$  经一滤波器后形成的,  $r_k$  直接输入到这种基于 sigmoid 函数的少参数 Volterra 自适应滤波器。用在线误差  $e_k = (s_k + n_k - y_k)^2$  训练此少参数非线性滤波器, 使  $(n_k - y_k)^2$  的期望值最小化。如果基于 sigmoid 函数的少参数 Volterra 自适应滤波器输出的  $y_k$  接近  $n_k$ , 于是系统输出  $e_k$  中的噪声将基本被抑制, 达到消除噪声的目的。

图 2 中的噪声滤波器采用了非线性 IIR 滤波器<sup>[12]</sup> 由图 3 所示的噪声滤波器来实现, 即  $n_k$  由非线性差分方程产生

$$n_k = r_k + f_n(n_{k-1}) \quad (13)$$

其中,

$$f_n(n_{k-1}) = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{(n_{k-1}-1)^2}{2\sigma^2}\right) - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{(n_{k-1}+1)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (14)$$

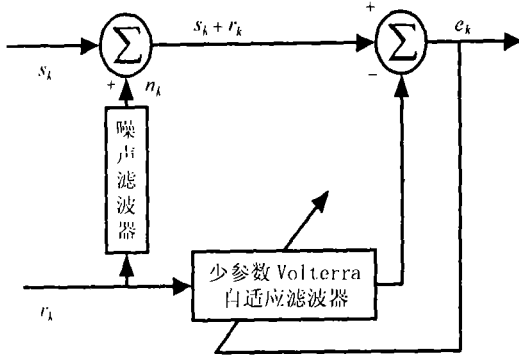


图 2 基于 sigmoid 函数的 Volterra 自适应噪声对消系统

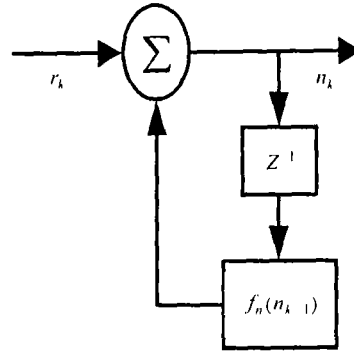


图 3 噪声滤波器

### 4 实验结果

现就前面描述的这种少参数 Volterra 自适应噪声对消系统进行计算机仿真。在仿真实验中，其输入噪声  $r_k$  为取值  $\{-1, 1\}$  的均匀分布白噪声， $\sigma^2 = 3$ ，基于 sigmoid 函数的少参数 volterra 自适应滤波器的滤波器阶数取为  $m = 4$ ，在下面三种情况下测试其抗噪性能。

(1) 所用信号为  $s_k = 0$ ，噪声为  $r_k, n_k$ 。

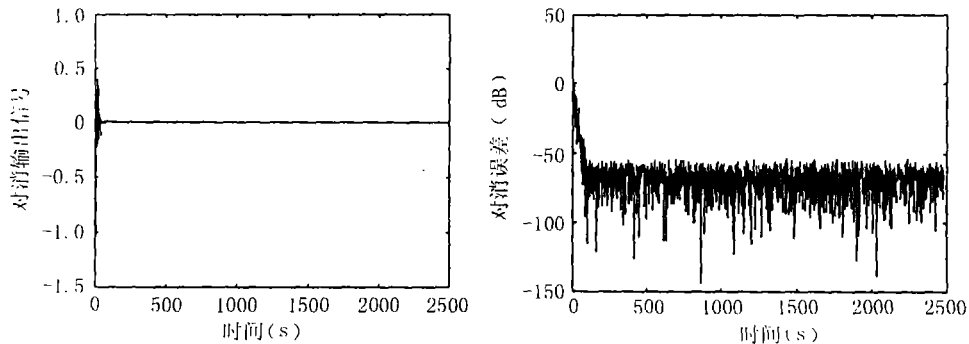
由图 4(b) 可知其降噪比为 68.5971dB，对消器输出信号同理论输入信号  $s_k = 0$  相比，失真极小。

(2) 当噪声  $n_k$  中有附加的较强的码间串扰时，取  $n_k$  畸变为  $n_k + 0.2n_{k-1}$ 。

由图 5(b) 可知其降噪比为 67.4277dB，对消器输出信号同理论输入信号  $s_k = 0$  相比，失真极小。

(3) 当噪声  $n_k$  中有附加的较强的非线性畸变时，取  $n_k$  畸变为  $n_k + 0.2n_k^2$ 。

由图 6(b) 可知其降噪比为 47.9110dB，对消器输出信号同理论输入信号  $s_k = 0$  相比，失真极小。



(a) 为对消器输出信号

(b) 为收敛曲线

图 4

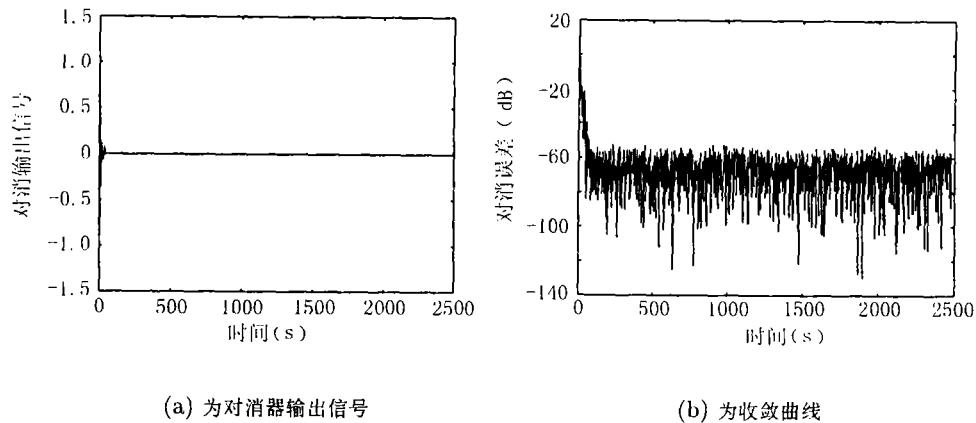


图 5

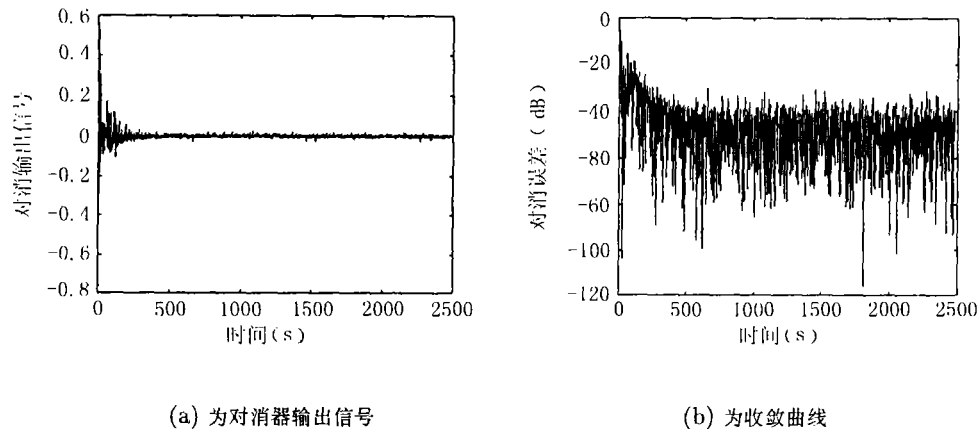


图 6

## 5 结束语

本文研究了基于 sigmoid 函数的少参数 Volterra 自适应滤波器用于有源噪声对消。计算机仿真研究结果表明: 对于噪声及其码间串扰和非线性畸变, 该对消系统都显示了良好的抗噪声性能。同时, 这种基于 sigmoid 函数的 Volterra 自适应滤波器不仅比 Volterra 滤波器具有更好的滤波性能; 与神经网络自适应噪声对消器<sup>[12]</sup>相比, 这种基于 sigmoid 函数的 Volterra 自适应有源噪声对消器具有参数少和便于实现的模块化结构等优点, 仅需用 3 个 FIR 滤波器即可实现, 这对工程实施是一个可取的方案。在实际有源噪声对消应用中, 不失为一种优选的非线性自适应滤波器。

## 参 考 文 献

- [1] S. Haykin, Adaptive filter theory, 3rd ed., Englewood cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1996, 1-10.
- [2] A. Zerguine, M. Bettayeb, C. F. N. Cown, Hybrid LMS-LMF algorithm for adaptive echo cancellation, IEE Proc. -Vis. Image Signal Process., 1999, 146(4), 173-180.
- [3] V. J. Mathews, Adaptive polynomial filters, IEEE Signal Processing Magazine, 1991, 8(4), 10-26.

- [4] G. M. Raz, B. Van Veen, Baseband Volterra filters for implementing carrier based nonlinearities, *IEEE Trans. on SP.*, 1998, SP-46(1), 103-114.
- [5] E. Bilglieri, *et al.*, Adaptive cancellation of nonlinear intersymbol interference for wideband data transmission, *IEEE J. On SAC.*, 1984, 2(5), 765-777.
- [6] E. Roy, R. W. Stewart, T. S. Durrani, High-order system identification with an adaptive recursive second-order polynomial filter, *IEEE Signal Processing Letters*, 1996, 3(10), 276-279.
- [7] 张永平, 郑南宁, 李翠华, 图像边缘提取的自适应 Volterra 滤波器设计, *电子学报*, 1999, 27(4), 75-78.
- [8] 张家树, 肖先赐, 混沌时间序列的 Volterra 自适应预测, *物理学报*, 2000, 49(3), 403-408.
- [9] Zhang Jia-Shu, Xiao Xian-Ci, Predicting hyperchaotic time series using higher-order nonlinear FIR filters, *Chin. Phys. Lett.*, 2001, 18(3), 337-340.
- [10] 张家树, 肖先赐, 混沌时间序列的自适应高阶非线性滤波预测, *物理学报*, 2000, 49(7), 1220-1226.
- [11] Q. P. Li, H. K. Kwan, Nonlinear adaptive IIR digital filters for linear system modeling, *IEEE Trans. on SP.*, 1995, SP-43(9), 2190-2193.
- [12] 杨家兴, 周舜云, 神经网络自适应噪声对消器仿真, *数据采集与处理*, 1998, 13(1), 74-77.
- [13] Zhang Jia-Shu, Wan Ji-Hong, Xian-Ci Xiao, Adaptive nonlinear feedback control of chaotic system based on reduced parameter quadratic predictor, *Chinese Physics*, 2001, 10(2), 97-102.
- [14] 张家树, 肖先赐, 用一种少参数非线性自适应滤波器自适应预测低维混沌时间序列, *物理学报*, 2000, 49(12), 2333-2339.

## SIGMOID-BASED VOLTERRA ADAPTIVE ACTIVE NOISE CANCELLATION FILTERS

Zhang Jiashu\* \*\*      Xiao Xianci\*

*\*(Dept. Of Electron. Eng., UEST of China, Chengdu 610054, China)*

*\*\* (School of Computer and Commun. Eng., Southwest Jiaotong Univ., Chengdu 610031, China)*

**Abstract** A novel class of nonlinear adaptive active noise cancellation filter—sigmoid-based Volterra adaptive active noise cancellation filter is introduced. The normalized data and instantaneous error LMS algorithm is modified to update the coefficients of this sigmoid-based Volterra filter. Because the sigmoid-based Volterra adaptive filter, equivalent to second-order Volterra filter, is of the reduced coefficients and modularity, it is applied for adaptive active noise cancellation. Experimental results of adaptive active noise cancellation show that the proposed sigmoid-based Volterra adaptive active noise cancellation filter not only has good anti-noise performance, but also can be easily implemented.

**Key words** Volterra filters, Sigmoid-based Volterra adaptive filters, Active noise cancellation

张家树: 男, 1965 年生, 博士, 教授, 信息传输与处理研究所所长。主要从事图像分析与处理、非线性自适应信号处理、混沌信号分析设计与处理、计算智能、模式识别及其在通信、雷达中的应用研究, 获部级科技进步二等奖一项, 已公开发表论文 50 余篇, 其中, 被《SCI》收录的论文 10 余篇。

肖先赐: 男, 1933 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事现代信号处理及其通信、雷达中的应用研究。