

抑制数字图象中乘性噪声的方法

李朝晖

(中国科学院电子学研究所, 北京 100080)

摘要 本文通过研究数字图象中乘性噪声的特点, 提出了以加权相加为主的一些抑制方法。文中用典型的乘性噪声模型对理论进行了详细分析, 并采用真实的数据进行了实验验证。结果表明: 这些方法在处理图象噪声方面, 比传统的办法更优越。

关键词 数字图象处理; 乘性噪声; 等效信噪比; 加权

一、引言

数字图象处理中, 常常要遇到抑制噪声的问题。通常噪声包括乘性和加性两部分。加性噪声的抑制方法已比较成熟, 但乘性噪声则是图象处理中比较难于解决的问题。尤其当图象来自相干成象系统(如合成孔径雷达、相干光学系统等), 乘性噪声的问题尤为突出, 抑制乘性噪声成为提高图象质量最重要的环节之一。

乘性噪声的模型很多^[1], 通常令 $x = fv$, f 为信号, v 为噪声, x 为图象灰度值, v 的分布函数常用的有指数模型、 χ^2 模型、高斯模型等。随 v 的不同分布以及图象上各点之间相关性的变化, 可采用不同的方法来抑制乘性噪声。

图象处理中, 抑制乘性噪声的研究远不如抑制加性噪声那样多。在邻近点元之间相关性较小时, 一般是采用平均法来抑制^[2]。我们设想对同一幅画面多次成象(如用不同波段成象或合成孔径雷达中的多视分割), 所成的图象各对应部分除了噪声干扰外, 其它情况基本一致。平均法是将这几幅图作平均, 得到的图象即作为最后输出。这种方法处理办法简单, 运算速度快, 但抑制噪声的能力却较差。当邻近点元之间相关性较大时, 可先处理每一幅图象, 在对单一图象进行处理时, 一般采用同态滤波法抑制乘性噪声^[3]。后来, Langeman 等人^[4]又提出了自适应滤波等办法, 但由于运算量巨大, 而且过程复杂, 不易被人接受。本文从各个角度提出了几种抑制乘性噪声的新方法, 并力求简单明了。

二、模型和判断参量

为了对各种方法进行比较, 我们在这里采用指数模型, 并用等效信噪比作为衡量图象

1991.11.19 收到, 1992.12.18 定稿,

李朝晖 男, 1967年生, 助理工程师, 主要从事数字信号处理, 数字图象处理和合成孔径雷达成象系统等方面的研究工作。

质量的标准。指数模型是乘性噪声中较为典型的一种模型,它认为图象上某点的灰度 x 的分布函数服从

$$f(x) = (1/P_0)\exp(-x/P_0), \quad (x > 0) \quad (1)$$

其中 P_0 为 x 的平均功率,即地域在该点反射能量的均值。

等效信噪比是衡量乘性噪声的一种常用标准,它能较为客观地反映随机变量的特征,其值越大,表明随机度越小,图象质量也越好。它的定义为

$$\text{ESNR} = E(x)/\sigma \quad (2)$$

$E(x)$ 为 x 的平均值, σ 为 x 的均方差。

显然,未作处理时,有 $E(x) = P_0$, $\sigma = \sqrt{E(x^2) - E^2(x)} = P_0$, 故其 $\text{ESNR} = P_0/P_0 = 1$ 。为了与以后结果进行比较,我们对概率分布函数进行规范化,即令 $x' = x/E(x)$, 这样总有 $E(x') = 1$ 。这时易求得 x' 的分布为

$$f(x') = \exp(-x'), \quad (x' > 0) \quad (3)$$

如图 1 所示。

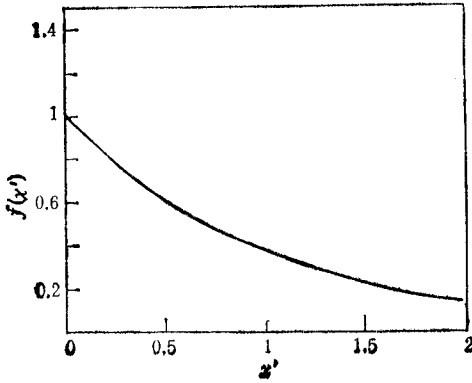


图 1

若某幅图上某一点的灰度值为 x_1 , 其它各幅图上对应的点分别为 x_2, x_3, \dots, x_N , 最终图象在该点的灰度为 x , 则常用的平均法是取

$$x = (x_1 + x_2 + \dots + x_N)/N \quad (4)$$

从而达到抑制噪声的目的。

三、邻近点元无关时的方法

当成象画面比较粗糙时,一般认为图象中邻近点元之间无关或相关性很小,这时一般不利用邻近点元的数据来平滑噪声,而只采用各幅图的对应数据来进行处理。在这种情况下,我们提出下列几种方法:

1. 加权相加的方法

这一方法是取

$$x = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_N x_N \quad (5)$$

其中 a_1, a_2, \dots, a_N 为加权系数。

显然,当 $a_1 = a_2 = \dots = a_N = 1/N$ 时,此法就成了传统的平均法。这一方法的原理是由于各次成象对某一固定点的影响并不一样,即使各次成象对该点影响一样,由于乘性噪声随信号大小而变化,得到的随机值其权重也不应一样。比如大的随机值权重应重一些,小的应轻一些等。当然,这种情况下, a_1, a_2, \dots, a_N 并不是固定的,而是随不同位置而变化,此时这一方法是非线性的。

我们先看最简单的情况,设 $N = 2, x_1, x_2$ 的平均功率分别为 P_1 和 P_2 , 在平均法中,由于 $x = (x_1 + x_2)/2$, 而 $f(x_1), f(x_2)$ 均已知,由概率论原理^[1],易求得 x 的分布为

$$f_0(x) = \begin{cases} [2/(P_1 - P_2)][\exp(-2x/P_1) - \exp(-2x/P_2)], & (P_1 \neq P_2) \\ 4x \exp(-2x), & (P_1 = P_2) \end{cases} \quad (6)$$

若用加权相加, 则 $x = a_1 x_1 + a_2 x_2$, 同样可得 x 的分布为

$$f_w(x) = [1/(a_1 P_1 - a_2 P_2)][\exp(-2x/a_1 P_1) - \exp(-2x/a_2 P_2)] \quad (7)$$

由上二式可得

$$E_0(x) = (P_1 + P_2)/2 \quad (8)$$

故

$$\sigma_0 = \sqrt{E_0(x^2) - E_0^2(x)} = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}/2 \quad (9)$$

$$\text{ESNR}_0 = E_0(x)/\sigma_0 = (P_1 + P_2)/\sqrt{P_1^2 + P_2^2} \quad (10)$$

$$E_w(x) = a_1 P_1 + a_2 P_2 \quad (11)$$

故

$$\sigma_w = \sqrt{E_w(x^2) - E_w^2(x)} = \sqrt{a_1^2 P_1^2 + a_2^2 P_2^2} \quad (12)$$

$$\text{ESNR}_w = E_w(x)/\sigma_w = (a_1 P_1 + a_2 P_2)/\sqrt{a_1^2 P_1^2 + a_2^2 P_2^2} \quad (13)$$

为比较 ESNR_0 和 ESNR_w 的大小, 可令

$$P_2/P_1 = \lambda, \quad a_1/a_2 = \mu \quad (14)$$

故有

$$\text{ESNR}_0 = (1 + \lambda)/\sqrt{1 + \lambda^2} \quad (15)$$

$$\text{ESNR}_w = (a_1 + a_2 \lambda)/\sqrt{a_1^2 + a_2^2 \lambda^2} = (1 + \mu \lambda)/\sqrt{1 + \mu^2 \lambda^2} \quad (16)$$

$$\text{ESNR}_w^2 = (1 + \mu \lambda)^2 / (1 + \mu^2 \lambda^2) \quad (17)$$

$$(\text{ESNR}_w^2)'_{\mu} = \frac{2(1 + \mu \lambda)\lambda(1 + \mu^2 \lambda^2) - (1 + \mu \lambda)^2 2\mu \lambda^2}{(1 + \mu^2 \lambda^2)^2} \quad (18)$$

$$(1 + \mu^2 \lambda^2) - \mu \lambda - \mu^2 \lambda^2 = 0, \quad \mu = 1/\lambda \quad (19)$$

即 $\mu = 1/\lambda$ 时, ESNR_w 取得极值

$$\text{ESNR}_{w \max} = (1 + 1)/\sqrt{1 + 1} = \sqrt{2} \quad (20)$$

显然, $\text{ESNR}_{w \max} \geq \text{ESNR}_0$

如 $\lambda = 2$ 时, $\text{ESNR}_0 = (1 + 2)/\sqrt{1 + 4} = 3/\sqrt{5} = \sqrt{1.8} < \sqrt{2}$, 故总能找到 a_1, a_2 , 使加权相加的效果不差于简单平均法. 我们令 $K = \text{ESNR}_{w \max}/\text{ESNR}_0$, 图 2 显示了 K 随 λ 的变化状况, 由图可以看出, 仅当 $\lambda = 1$ 时, 平均法才能达到加权相加的效果. 当 λ 较大或较小时, 加权相加的效果都强于平均法.

例 取 $P_1 = 1, P_2 = 2$, 不难求得 $\lambda = 2$, 最佳 $\mu = 1/\lambda = 1/2$, 故可令 $a_1 = 2, a_2 = 1$, 这时 $f_0(x), f_w(x)$ 分别为

$$f_0(x) = 2[\exp(-x) - \exp(-2x)] \quad (21)$$

$$f_w(x) = 4x \exp(-2x), \quad (\text{通过求极限而得}) \quad (22)$$

再进行规一化, 取 $x' = x/E(x)$, 可得 $f_0(x')$ 和 $f_w(x')$ 为

$$f_0(x') = 3[\exp(-3x'/2) - \exp(-3x')] \quad (23)$$

$$f_w(x') = 4x' \exp(-2x') \quad (24)$$

其变化曲线如图 3 所示. 由图易知: $f_w(x')$ 的随机性比 $f_0(x')$ 小, 从而能更好地起到抑制噪声的作用.

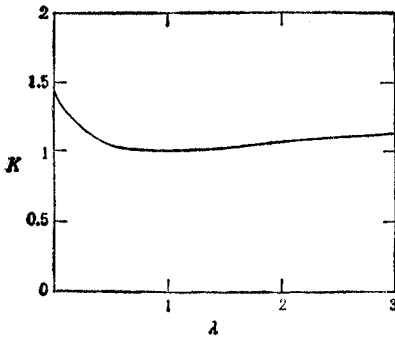


图 2

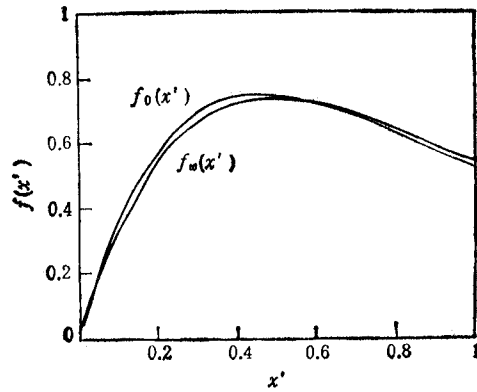


图 3

当 N 增大时, 情况变得很复杂. 从数学公式上进行严格推导颇为困难. 但我们可以从两个方面来理解加权相加的优点. 一方面, 我们可将 N 变成 $1 + (N - 1)$, 把 $(N - 1)$ 幅图处理后的图象当作一幅图, 这样就形成了与 $N = 2$ 一样的情况, 依次类推, 将 $N - 1$ 变为 $1 + (N - 2) \dots$, 由于 $N = 2$ 时加权相加要优于平均法, N 变大时这一结果也应成立.

另一方面, 我们可以看出, 平均法仅仅是加权相加的一种特殊情况, 而加权相加的系数总是取得使其图象达到最好的效果, 因此平均法不可能强于加权相加法对乘性噪声的抑制能力.

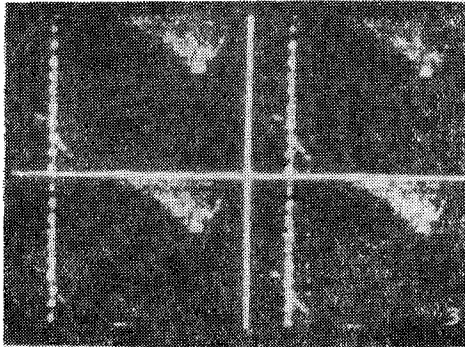


图 4

加权相加这一方法, 系数的确定是问题的关键, 它必须有理论上的估算和实践经验才能取得良好的效果. 在这里, 我们用真实的图象做模拟实验, 图象采自山东的崂山湾, 是用中国科学院电子学研究所的合成孔径雷达所成的图象. 它们是由对同一地域进行 8

次成像所得图组合而成. 相片上有 4 幅图, 它们分别对应不同的加权系数. 某一地域点元对应值有 8 个, 若 a_1 指最大值的加权系数. 则右下角是用传统的方法, 即 $a_1 = a_2 = \dots = a_3 = 1$ 时得到的图象, 其它几幅图对应的加权系数为:

左上角 $a_1 = 1, a_2 = 0.5, a_3 = 0.1, a_4 = a_5 = a_6 = a_7 = a_8 = 0$

左下角 $a_1 = 0.1, a_2 = 0.5, a_3 = 1, a_4 = 0.5, a_5 = a_6 = a_7 = a_8 = 0$

右上角 $a_1 = 0.5, a_2 = 1, a_3 = 0.5, a_4 = 0.1, a_5 = a_6 = a_7 = a_8 = 0$

可以看出, 它们的噪声都比传统方法处理后要小, 这一结果与理论推导是一致的.

2. 设置判决条件的加权相加方法

这是在上一种方法基础上发展起来的. 作加权相加时, 有时要针对图象中不同的随机数值采用不同的权函数, 比如, 当同一对应位置上各幅图灰度值的方差在某一范围内时用一组权函数, 在另一范围内时又用一组权函数, 这时可设置一个判决条件:

$$\sum_{k=1}^N [x_k - (1/N) \sum_{i=1}^N x_i]^2 \leq \sigma^2 \quad (25)$$

σ 为所规定的方差量。

在同一次处理中, 对不同位置的点根据是否满足条件决定用哪一组权数。用这种方法时, 要注意各组权函数都必须归一化。显然, 加权相加又只是这一方法的特殊情况, 故这一方法对乘性噪声的抑制力应强于加权相加, 更强于常用的平均法。

3. 从最小误差方面讨论抑制噪声的方法

这是从另一个角度进行处理方法的讨论, 它着重于对随机数值进行研究。当已知 x_1, x_2, \dots, x_N 时, 求 x 值, 使 x 与 x_i 之间误差最小, 它可分为以下几种情况:

(1) 最小绝对值误差 令

$$y = \sum_{i=1}^N |x - x_i| \quad (26)$$

当 y 最小时, x 的值为最终数据。不失一般性, 令 $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N$, 当 $N=2$, x 为 $[x_1, x_2]$ 中任意值; $N=3$, $x = x_2$, 此为中值; $N=4$, x 为 $[x_2, x_3]$ 中任意值; ……。一般说来, N 为奇, x 取中值, N 为偶时, x 为 $[x_{N/2}, x_{N/2+1}]$ 中任意值。

(2) 最小平方误差 令

$$y = \sum_{i=1}^N (x - x_i)^2 \quad (27)$$

当 y 最小时, x 值为最终数据。不难发现, 当 x_1, x_2, \dots, x_N 之间没有相关性时, $x = (1/N) \sum x_i$, 此为均值滤波。

(3) 最小 n 次方误差 此时令

$$y = \sum_{i=1}^N (x - x_i)^n \quad (28)$$

这种情况下, n 一般为偶数。这时情况比较复杂, 当 $n \rightarrow \infty$ 时, x 大约在 $[\min(x_i) + \max(x_i)]/2$ 左右。从最小误差方面探讨抑制方法, 是假设对噪声的性能一无所知, 只用手头已有的随机值。这一方法效果的好坏, 很大程度上取决于各 x_i 之间的相关性。但也可看出, 常用的平均法也是这一方法的一种特殊情况, 故这一方法的效果不会低于常规法。

4. 数值变换方式

它是对各 x_i 的值直接变换的一种处理方法, 包括以下几种变换形式:

(1) $\left(\prod_{i=1}^N x_i\right)^{1/N}$ 型 这是令 $x = \left(\prod_{i=1}^N x_i\right)^{1/N}$, 它的效果相当于把乘性噪声变为加性

噪声, 然后作平均, 再反变换回来这一过程, 亦即相当于下列一组变换:

$$y_i = a + (b \ln x_i) \quad (29)$$

$$y = (1/N) \sum_{i=1}^N y_i \quad (30)$$

$$x = \exp[(y - a)/b] \quad (31)$$

a, b 是为考虑运算范围而设置的参量。这一方法突出最大值和最小值。

(2) $\left[(1/N) \sum_{i=1}^N x_i^{1/m} \right]^m$ 型 当 $m = 1$ 时, 它成为均值滤波; $m \rightarrow \infty$ 时, $\min(x_i)$ 和

$\max(x_i)$ 对图象贡献差不多, 因此它能有效地控制突变情况。

(3) $\left[(1/N) \sum_{i=1}^N x_i^m \right]^{1/m}$ 型 当 $m \rightarrow \infty$ 时, $x \approx k \max(x_i)$ (k 为常数), 它突出了最

大值。当 $m \rightarrow \infty$ 时, 实际上是最大值滤波; m 稍小时, 则接近第二或第三值滤波。

数值变换方式, 是对平均法和同态处理乘性噪声的方法进行的一种拓宽, 它包含了常用的处理乘性噪声的方法, 同时又作了域的扩展, 因此, 选取合适的 m 值, 总能达到超过一般处理方法的效果。

四、邻近点元间相关性较大时的处理方法

邻近点元之间相关性较大时, 除可用前述的方法外, 还可利用邻近点元的信息进行乘性噪声的抑制。我们可把已有的对一幅图象的处理方法稍作扩充, 进而用到我们的处理上。

1. 模板法滤波

这与通常的“模板法”图象处理方法近似, 只不过是三维的模板而已。令

$$x(i, j) = 1/(2r + 1)^2 \sum_{m=1}^N \sum_{l=-r}^r \sum_{k=-r}^r x_m(i + l, j + k) a_{mlk} \quad (32)$$

其中 a_{mlk} 是第 m 幅图相对位置为 (l, k) 的模板因子, r 为模板大小, $x(i, j)$ 为位置在 (i, j) 处图象灰度值。当 $r = 0$ 时, 这一方法即成为加权相加法。模板法滤波, 模板因子 a_{mlk} 的设置是问题的关键, 可以用固定的参数, 也可以采用自适应方法, 用动态因子。

2. 同态滤波

同态滤波即将乘性噪声经对数运算变为加性噪声, 然后按加性噪声处理方法进行滤波, 再反变换回来。在这里, 我们可将已有的同态处理法经扩充用到我们的处理上。此时, 可将 N 幅图作为一维数据, 这样, 原来的二维数据处理成为三维的数据处理。滤波器的设置, 可借用常规的理想滤波器、巴特沃思滤波器、指数滤波器、梯形滤波器等。此时, 滤波器的另一维可由自己设置, 可取常数, 也可取变量, 以能达到最佳效果为准。

另外, 也可将 Langeman 的自适应方法扩充到三维进行处理, 这一过程比较复杂, 大致含以下几部分: (1) 作对数变换; (2) 作均值滤波; (3) 梯度计算, 求得最大梯度方向的因子和细微的边界长度; (4) 将上面得到的数据变换成自适应滤波参数; (5) 滤波器系数计算; (6) 滤波; (7) 反对数变换。

五、结 论

将上述各种方法作一个粗略的比较, 可以得到表 1。可以看出, 采用新的处理方法, 可以用较少的速度为代价, 更好地抑制乘性噪声。加权相加和设置判决条件的加权相加是从更宽的范围来提高处理能力, 并在理论上得到证实。其它几种新方法是不同角度

表 1

方 法	抑制噪声的效果	运算时间	参数的确定
邻近点元无关时	平均法	很差	无
	加权相加法	好	易
	设置判决条件的加权相加	好	较长
	最小误差法	较好	较短
	数值变换法	较好	短
邻近点元相关时	模板法	好	难
	同态滤波法	较好	较易
	自适应方法	很好	很难

来对抑制噪声进行探讨,其详细研究有待进一步深入,但我们可以清楚地看出:它们是在现有方法的基础上发展起来的,能在更广泛的范围内对乘性噪声进行抑制,并取得更好的效果。

参 考 文 献

- [1] J. W. Goodman, *J. Opt. Soc. Am.*, 66 (1976) 11, 1305—1311.
 [2] Jong-sen Lee, *IEEE Trans. on SMC*, SMC-13 (1983)1,85—88.
 [3] A. V. 奥本海姆,数字信号处理,科学出版社,北京,1980年,第十一章。
 [4] M. Langeman, SAR-Image Speckle Suppression and Data Compression Algorithms, ESA Final report, NLR TR 85085, (1984), pp. 15—18.
 [5] 中山大学,概率论及数理统计,人民教育出版社,北京,1980年, pp139—145.

THE METHODS FOR REDUCING THE MULTIPLYING NOISE IN THE DIGITAL IMAGES

Li Zhaohui

(Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing 100080)

Abstract Some new methods for reducing the multiplying noise in the digital images, which are mainly the one of weighting and adding methods, are proposed, after that the characteristics of the noise is studied. The theory is analysed with the common model of multiplying noise and proved by the experiments with real data. It is clear that these methods have more advantages than traditional ones in processing digital images.

Key words Digital image processing; Multiplying noise; Equivalent signal noise rate; Weighting