

相干信源波达方向估计的广义最大似然算法¹

王布宏* ** 王永良* 陈辉*

*(空军雷达学院雷达兵器运用工程全军重点实验室 武汉 430010)

** (空军工程大学电讯工程学院 西安 710077)

摘要: 论文基于广义导向矢量和广义阵列流形矩阵,建立了多相干源(组)情况下的阵列数据模型,然后提出了波达方向估计的广义最大似然算法。对于广义最大似然算法,入射信源可以是多相干源(组),阵列的几何结构也没有任何约束,而且它分辨的信源数还可以大于阵元数。随后,论文将广义最大似然算法与常规最大似然算法进行了理论比较,并给出了广义最大似然算法方位估计一致性的证明和方位估计方差计算公式。理论分析表明,在空间只存在非相干信源时,广义最大似然算法与常规的最大似然算法是等价的,而在空间存在多相干源(组)时,它的性能较常规最大似然算法有较大的改进,方位估计的方差更小。最后论文利用遗传算法实现了广义最大似然算法,并通过 Monte-Carlo 仿真实验证明了广义最大似然算法的有效性。

关键词: 波达方向估计, 最大似然估计, 遗传算法

中图分类号: TN911.23 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896 (2004) 03-0225-08

Generalized Maximum Likelihood Algorithm for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Sources

Wang Bu-hong* ** Wang Yong-liang* Chen Hui*

*(Key Research Lab., Air Force Radar Academy, Wuhan 430010, China)

** (Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract An original Generalized Maximum Likelihood(GML) algorithm for direction-of-arrival estimation is proposed in this paper. A new data model is established based on generalized steering vectors and generalized array manifold matrix. For the novel GML algorithm, the incident sources may be a mixture of multi-clusters of coherent sources, the array's geometry is unrestricted and more importantly, the number of sources resolved can be larger than the number of sensors. The comparison between the GML algorithm and conventional DML algorithm is presented based on their respective geometrical interpretation. Subsequently the estimation consistency of GML is proved and the estimation variance of GML is derived. Theoretical analysis shows that the performance of GML algorithm is consistent with DML's in incoherent sources case, and it improves greatly in coherent source case. Using the genetic algorithm, the GML algorithm is realized in the paper, and its efficacy is proved by means of the Monte-Carlo Simulations.

Key words Direction-of-arrival estimation, DML estimation, Genetic algorithm

1 引言

DOA(Direction-Of-Arrival)估计在阵列无源探测、智能天线、雷达、声纳及地震等方面的应用已经受到了人们广泛的重视。但通常的DOA估计方法其通用性较差,都有其各自的适用条件,特别是对信源间的相干性、阵列的几何结构都有一定的约束。如对于子空间类高分辨DOA估计算法(MUSIC算法^[1]、最小范数算法^[2]和ESPRIT算法^[3]等),当空间存在相干源时其

¹ 2002-05-29 收到, 2003-05-14 改回

全国高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划 (TRAPOYT)、国家自然科学基金 (No.60272086) 资助课题

性能几乎完全失效。空间平滑技术^[4]虽然解决了相干源问题,但它要求阵列具有平移不变性,而且由于对阵列有效孔径的损失,其对空间相干信源的分辨力有较大下降。最大似然 (ML) 算法^[5]和加权子空间拟合 (WSF) 算法^[6]是一类估计性能优良但运算量较大的参数类 DOA 估计算法,它们对阵列的几何形状没有特殊的约束,而且在相干信源存在的情况下仍然有效,但它们的优良性能同样也会随空间信源的相关程度的增加而恶化。此外,在阵列无源探测、智能天线等新型应用领域中,由于严重多径传播的存在,空间信源数通常都较阵元数要大,通常的 DOA 估计方法在这时往往都显得无能为力。因此寻求一种对空间信源的相干性和阵列的几何结构没有约束,而且分辨的信源数可以大于阵元数的 DOA 估计算法具有较大的实用价值。

本文通过引入广义导向矢量和广义流形矩阵,在常规最大似然估计算法的基础上提出了一种较通用的 DOA 估计算法,我们称之为广义最大似然算法 (GML, Generalized Maximum Likelihood)。它可以同时分辨多个相干源(组),对阵列的几何结构也没有任何的约束,更为重要的是它可以分辨的信源数可以大于阵元数 (GML 算法只要求相干源组数和最大的相干源数小于阵元数),这些特点对于无源阵列探测、智能天线等多径传播严重的应用环境具有重要的意义。

2 多相干源组情况下的阵列模型

对于 N 元阵列,假设均为各向同性阵元。阵列远场中在 $\theta_k (k = 1, 2, \dots, M)$ 处有 M 个窄带点源以平面波入射(波长为 λ)。阵列接收的快拍数据可由下式表示为

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{X}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中 $\mathbf{Y}(t)$ 为 $N \times 1$ 阵列快拍数据矢量。 $\mathbf{N}(t)$ 为 $N \times 1$ 阵列噪声矢量,阵列噪声假定为空间和时间均独立的高斯白噪声,均值为 0,方差为 σ^2 。 $\mathbf{X}(t)$ 为信号矢量。 $\boldsymbol{\theta}$ 为信源方位矢量。 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})$ 为阵列的流形矩阵, $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1) \ \mathbf{a}(\theta_2) \ \dots \ \mathbf{a}(\theta_M)]$, 其中 $\mathbf{a}(\theta_k) k = 1, 2, \dots, M$ 为信源的导向矢量。阵列的协方差矩阵 \mathbf{R} 定义为

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_S\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}_N \quad (2)$$

其中 $\mathbf{R}_S = E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)]$ 为信源的协方差矩阵。 \mathbf{I}_N 为 N 阶单位阵。

若我们将空间信源分为 Q 个相干源组,其信源个数分别为 $d_1, d_2, \dots, d_Q (d_1 + d_2 + \dots + d_Q = M)$ 。相干源组对应的信号生成源记为 $X_i(t) (i = 1, 2, \dots, Q)$ (为分析方便,我们总假设各相干源组的生成源是相互独立的,但算法的适用性不受该假设的限制)。各相干源与生成源的相对幅度矢量记为 $\mathbf{P}_i = [p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}, \dots, p_{id_i}]^T (i = 1, 2, \dots, Q)$, 则阵列接收快拍数据模型 (1) 式可以重新表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}(t) &= [\mathbf{A}_1\mathbf{P}_1 \ \mathbf{A}_2\mathbf{P}_2 \ \dots \ \mathbf{A}_Q\mathbf{P}_Q]\mathbf{X}'(t) + \mathbf{N}(t) = [\mathbf{g}_1 \ \mathbf{g}_2 \ \dots \ \mathbf{g}_Q]\mathbf{X}'(t) + \mathbf{N}(t) \\ &= \mathbf{G}\mathbf{X}'(t) + \mathbf{N}(t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{A}_i\mathbf{P}_i \quad i = 1, 2, \dots, Q \quad (4)$$

$$\mathbf{G} = [\mathbf{g}_1 \ \mathbf{g}_2 \ \dots \ \mathbf{g}_Q] \quad (5)$$

其中 $\mathbf{X}'(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_Q(t)]^T$ 为各相干源组生成源构成的信号矢量, \mathbf{A}_i 为第 i 个相干源组对应的阵列流形矩阵, $\mathbf{g}_i (i = 1, 2, \dots, Q)$ 我们称为阵列的广义导向矢量,它是由相干源组内导向矢量以相对幅度矢量为权进行线性叠加构成的。矩阵 \mathbf{G} 我们称为由广义导向矢量构成的广义流形矩阵。基于以上的阵列模型,此时阵列协方差矩阵 \mathbf{R} 可以表示为:

$$\mathbf{R} = \mathbf{G}\mathbf{R}'_S\mathbf{G}^H + \sigma^2\mathbf{I}_N \quad (6)$$

其中 $\mathbf{R}'_S = E[\mathbf{X}'(t)\mathbf{X}'^H(t)]$ 为由相干源组各生成源形成的源协方差矩阵, 它为一对角矩阵. 通过引入广义导向矢量 \mathbf{g}_i 和广义流形矩阵 \mathbf{G} , 多相干源 (组) 情况下的 $M \times M$ 分块对角的信源协方差矩阵 \mathbf{R}_S 退化为相干源组各生成源的协方差矩阵 $\mathbf{R}'_S (Q \times Q$ 对角矩阵), 同文献 [1], 我们可以容易地证明此时阵列协方差矩阵 \mathbf{R} 的信号子空间与阵列广义流形矩阵 \mathbf{G} 张成的子空间相同, 在此不再赘述.

3 波达方向估计的广义最大似然算法

我们知道, 常规的确定性最大似然 (DML, Deterministic ML) DOA 估计算法^[5] 是通过如下优化问题的求解来获得方位估计的:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \text{trace}[\mathbf{P}_A \mathbf{R}] \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_A = \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \quad (8)$$

基于此, 我们提出使用广义流形矩阵 \mathbf{G} 的投影矩阵 \mathbf{P}_G 替换 DML 算法中的阵列流形矩阵 \mathbf{A} 的投影矩阵 \mathbf{P}_A 从而得到广义最大似然估计算法 (GML). GML 算法的描述如下:

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \text{trace}[\mathbf{P}_G \mathbf{R}] \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_G = \mathbf{G}(\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^H \quad (10)$$

$$\mathbf{G}(\theta) = [\mathbf{g}_1 \quad \mathbf{g}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{g}_Q] = [\mathbf{A}_1 \mathbf{P}_1 \quad \mathbf{A}_2 \mathbf{P}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{A}_Q \mathbf{P}_Q] \quad (11)$$

GML 算法的特点:

(1) GML 算法同常规的 ML 算法一样对阵列的几何结构没有特殊的要求.

(2) 在阵列满足秩 $-(N-1)$ 无模糊的条件下 (即任意 N 个阵列导向矢量满足线性独立性), 理论上, GML 算法可以分辨的信号源数为 $(N-1)^2$. 为了保证方位参数的可辨识性, 我们需要保证广义导向矢量的个数 Q (相干源组数) 小于阵元数 N , 而为了保证方位参数的唯一辨识性, 在满足任意 N 个阵列导向矢量线性独立性的前提下, 我们要求构成广义导向矢量 \mathbf{g}_i 的阵列导向矢量个数 d_i (相干源组内的信源数) 也要小于 N , 从而在广义导向矢量 \mathbf{g}_i 和构成它的阵列导向矢量组之间建立一一映射的关系 (详细的参数唯一性证明见第 5 节中 GML 算法性能分析). 所以我们要求相干源的组数 Q 和最大的相干源数 $\max[d_1 \quad d_2 \quad \cdots \quad d_Q]$ 均应小于阵元数 N , 相应地, GML 算法可以分辨信源数的上限理论上应为 $(N-1)^2$.

(3) GML 算法利用了信号间的相干结构, 通过构造广义流形矩阵, 使分块对角的源协方差矩阵 \mathbf{R}_S 退化为对角阵 \mathbf{R}'_S . 所以, 在多相干源组存在时, GML 算法对相干源的分辨性能会与常规 DML 算法对独立源的分辨性能相似, 克服了常规 DML 算法对相干信源估计方差大的缺陷.

(4) 实际情况下, 各相干源组的相对幅度矢量 $\mathbf{P}_i = [p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}, \cdots, p_{id_i}] \quad i = 1, 2, \cdots, Q$ 是未知的, 我们可以利用“联合估计”的思想, 通过遗传算法将 \mathbf{P}_i 的估计与方位估计联合进行.

(5) GML 算法是在具有空间信源的相干结构先验知识的前提下提出的, 若信源的相干结构未知, 我们可以通过“平滑秩”^[7] 等方法对信源的相干结构进行估计. 同时我们注意到, 在一些实际应用环境中空间信源的相干结构往往是已知的, 例如我们可以根据阵列所处的地理环境对多径反射进行估计, 从而得到其相干结构.

所以在可以获时信源的相干结构先验知识的前提下, GML 算法是一个较为通用的算法, 它对于阵列结构没有特殊的要求, 而空间信源的相干性对其性能的影响也不大, 更为重要的是 GML 算法可以分辨的信源数可以大于阵列数, 这在移动通信、阵列无源探测等多径传播严重的应用环境中具有较为重要的意义.

4 GML 算法与最大似然 (ML) 算法的比较

我们知道, GML 算法与常规 DML 算法的根本区别在于它考虑了空间信源的相干结构, 使用阵列广义流形矩阵 \mathbf{G} 的投影矩阵 \mathbf{P}_G 替换了 DML 中的阵列流形矩阵 \mathbf{A} 的投影矩阵 \mathbf{P}_A 。

对于 DML 算法, 其几何意义我们可以从下式得出

$$\text{Trace}\{\mathbf{P}_A \hat{\mathbf{R}}\} = \frac{1}{K} \sum_{t=1}^K \|\mathbf{P}_A \mathbf{y}(t)\|^2 \quad (12)$$

可见, DML 算法将阵列接收的快拍数据矢量投影到阵列的流形矩阵 \mathbf{A} 张成的子空间中, 并将其能量进行算术平均。当空间仅存在非相干源时, 由阵列模型式 (1) 可知, 阵列接收的快拍数据本身就是阵列流形矩阵的列矢量以信号幅度矢量为权进行线性叠加而形成的, 阵列快拍矢量本身就存在于流形矩阵 \mathbf{A} 张成的子空间中。所以当估计方位矢量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 向真实的方位矢量 $\boldsymbol{\theta}$ 逼近, 估计的阵列流形矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 向真实的阵列流形矩阵 \mathbf{A} 逼近时, 式 (12) 中对应的能量平均应取最大值。但当空间存在多相干源 (组) 时, 由阵列模型式 (3) 可知, 此时快拍数据存在的子空间应由阵列的广义流形矩阵 \mathbf{G} 的列矢量张成, 它包含于流形矩阵 \mathbf{A} 张成的子空间中, 所以我们用广义流形矩阵的投影矩阵 \mathbf{P}_G 来替换流形矩阵的投影矩阵 \mathbf{P}_A 可以更精确地反映快拍数据矢量在阵列数据模型中的投影关系, 这将有利用方位估计精度和性能的提高。

文献 [8, 9] 中对常规 DML 算法的估计性能进行了详细的讨论, 并指出 DML 算法的优良性能会随空间信源间的相关程度的增加而损失。可以预见, 当空间信源完全相干时, DML 算法虽然不会完全失效, 但其性能会进一步地恶化。可见如何解决 DML 算法在相干源存在时的性能损失是一个有待解决的问题。GML 算法为我们提供了一种有效的解决途径。当空间只存在非相干源时, 由于 $\mathbf{G} = \mathbf{A}$, GML 算法与 DML 算法是等价的, 它具有与 DML 相同的对非相干源的良好分辨能力。而当空间存在相干源时, GML 算法考虑了信源的相干结构, 将原信源协方差矩阵由分块对角阵等效处理为对角阵, 这样当相干源存在时, 在阵列满足无秩 $-(N-1)$ 模糊时, 利用广义导向矢量与其对应的导向矢量组间的一一对应关系, GML 将有 DML 在非相干源时的估计性能。它克服了常规 DML 在相干源情况下的性能损失。

5 GML 算法估计性能一致性证明和估计方差的计算

下面我们给出 GML 算法方位估计渐近无偏的证明:

当阵列快拍数 $N \rightarrow \infty$ 时, 样本协方差矩阵满足:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \mathbf{Y}(i) \mathbf{Y}^H(i) \rightarrow \mathbf{R} \quad (13)$$

则 GML 算法方位估计等效为对下面函数最小化问题的求解:

$$\begin{aligned} \text{Trace}\{(\mathbf{I} - \hat{\mathbf{G}}(\hat{\mathbf{G}}^H \hat{\mathbf{G}})^{-1} \hat{\mathbf{G}}^H) \mathbf{R}\} &= \text{Trace}\{(\mathbf{I} - \hat{\mathbf{G}}(\hat{\mathbf{G}}^H \hat{\mathbf{G}})^{-1} \hat{\mathbf{G}}^H)(\mathbf{G} \mathbf{R}'_S \mathbf{G}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_N)\} \\ &= \text{Trace}\{(\mathbf{I} - \hat{\mathbf{G}}(\hat{\mathbf{G}}^H \hat{\mathbf{G}})^{-1} \hat{\mathbf{G}}^H) \mathbf{G} \mathbf{R}'_S \mathbf{G}^H\} + \sigma^2(N - Q) \\ &\geq \sigma^2(N - \theta) \end{aligned} \quad (14)$$

显然上式最小化的充要条件为

$$\hat{\mathbf{G}} = \mathbf{G} \quad (15)$$

可见 GML 对于阵列的广义流形矩阵 \mathbf{G} 来讲当 $N \rightarrow \infty$ 是一致估计。下面只要证明广义导向矢量与构成它的阵列导向矢量组之间的一一对应关系, 便可以证明 GML 对角度估计一致性。任一广义导向矢量可以表示为

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{P}_i = \mathbf{a}(\theta_1) p_1 + \mathbf{a}(\theta_2) p_2 + \cdots + \mathbf{a}(\theta_{d_i}) p_{d_i} \quad (16)$$

它是 d_i 个导向矢量的线性叠加。若我们假设有下式成立:

$$\mathbf{a}(\theta_1)p_1 + \mathbf{a}(\theta_2)p_2 + \cdots + \mathbf{a}(\theta_{d_i})p_{d_i} = \mathbf{a}(\theta'_1)p'_1 + \mathbf{a}(\theta'_2)p'_2 + \cdots + \mathbf{a}(\theta'_{d_i})p'_{d_i}, \quad (17)$$

则由于我们通常假设阵列是无秩 $-(N-1)$ 模糊的, 即任意 N 个阵列导向矢量是线性独立的。所以由 $[\mathbf{a}(\theta_1) \ \mathbf{a}(\theta_2) \ \cdots \ \mathbf{a}(\theta_{d_i})]$ 张成的 d_i 维子空间, 具有阵列导向矢量形式的基是唯一的 (因为若还有另外的一组基 $[\mathbf{a}(\theta'_1) \ \mathbf{a}(\theta'_2) \ \cdots \ \mathbf{a}(\theta'_{d_i})]$ 存在的话, 由于相同空间的基之间可以进行线性表示, 所以就有 d_i+1 个导向矢量之间的线性相关性, 这与任意 $N(N > d_i)$ 个导向矢量的线性独立性假设相矛盾), 相应的对于广义导向矢量 \mathbf{g}_i 在该基下的坐标也是唯一的。所以式 (17) 成立的充要条件是

$$\theta'_1 = \theta_1, \theta'_2 = \theta_2, \cdots, \theta'_{d_i} = \theta_{d_i}, \quad p'_1 = p_1, p'_2 = p_2, \cdots, p'_{d_i} = p_{d_i}, \quad (18)$$

这样我们就证明了 GML 算法方位估计的一致性。

基于以上对 GML 算法角度估计的一致性, 下面对 GML 算法的估计方差的计算进行讨论。文献 [8, 9] 中推导了 DML 算法估计方差的计算公式。由于 GML 算法的优化函数式 (9) 与常规 DML 算法的优化函数式 (7) 具有类似的结构, 所以我们借鉴文献 [9] 中对 DML 算法估计方差的推导, 对 GML 算法的估计方差推导如下: GML 算法中优化函数的大样本近似可以表示为:

$$h(\boldsymbol{\theta}) = \text{trace}[\mathbf{G}^H \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{G} \mathbf{R}'_S] \quad (19)$$

式中 \mathbf{U}_N 的列为 \mathbf{R} 噪声子空间对应的特征矢量。我们将 $h'(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = 0$ 在方位的真值处泰勒展开, 并省略高阶项有

$$0 = h'(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = h'(\boldsymbol{\theta}) + h''(\boldsymbol{\theta})(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}) \quad (20)$$

由于广义导向矢量是相干源组内导向矢量的线性叠加。所以有下式成立:

$$\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \theta_i} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \theta_i} = p_i \frac{d\mathbf{a}(\theta)}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_i} = p_i d(\theta_i) = p_i \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta_i} \quad (21)$$

因此,

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i} &= \text{trace} \left[\frac{\partial \mathbf{G}^H}{\partial \theta_i} \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H \mathbf{G} \mathbf{R}'_S \right] + \text{trace} \left[\mathbf{R}'_S \mathbf{G}^H \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \theta_i} \right] \\ &= 2\text{Re}\{p_i d^H(\theta_i) \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H \mathbf{G} \mathbf{R}'_{S_i}\} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\frac{\partial^2 h(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} = 2\text{Re}\{p_i d^H(\theta_i) \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H p_j d(\theta_j) \mathbf{R}'_{S_{ij}}\} + 2\text{Re} \left\{ p_i \frac{\partial d^H(\theta_j)}{\partial \theta_j} \hat{\mathbf{U}}_N \hat{\mathbf{U}}_N^H \mathbf{G} \mathbf{R}'_{S_j} \right\} \quad (23)$$

式中 \mathbf{R}'_{S_i} 为 \mathbf{R}'_S 的第 i 列, $\mathbf{R}'_{S_{ij}}$ 为 \mathbf{R}'_S 的第 j 行、第 i 列的元素。可见, 上面两式与文献 [9] 中的 DML 对应的优化函数对方位的一阶、二阶偏导数表达式结构相同, 只不过用广义流形矩阵 \mathbf{G} 替换了流形矩阵 \mathbf{A} , 用 $Q \times Q$ 的对角源协方差 \mathbf{R}'_S 矩阵替换了 $M \times M$ 的分块对角的源协方差矩阵 \mathbf{R}_S 。所以, 我们可以利用文献 [8, 9] 中的公式来计算 GML 算法方位估计的方差, 只不过每次只能从不同的相干源组内取 Q 个非相干源 (每个相干源组内取一个) 进行估计方差

的计算, 而对于其它方位的估计方差可以重复上面的步骤, 其相应的计算公式为

$$C_{\text{GML}} = \frac{\sigma^2}{2K} [\text{Re}(\mathbf{H}' \bullet \mathbf{R}_S'^T)]^{-1} + \frac{\sigma^2}{2K} [\text{Re}(\mathbf{H}' \bullet \mathbf{R}_S'^T)]^{-1} \{ \text{Re}[\mathbf{H}' \bullet (\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-T}] \} \\ \times [\text{Re}(\mathbf{H}' \bullet \mathbf{R}_S'^T)]^{-1} \quad (24)$$

$$\mathbf{H}' = \mathbf{D}'^H \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{D}' = \mathbf{D}'^H [\mathbf{I} - \mathbf{G}(\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^H] \mathbf{D}' \quad (25)$$

$$\mathbf{D} = \left[p_1 \left. \frac{d\mathbf{a}(\theta)}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_1} \quad p_2 \left. \frac{d\mathbf{a}(\theta)}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_2} \quad \cdots \quad p_Q \left. \frac{d\mathbf{a}(\theta)}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_Q} \right] \quad (26)$$

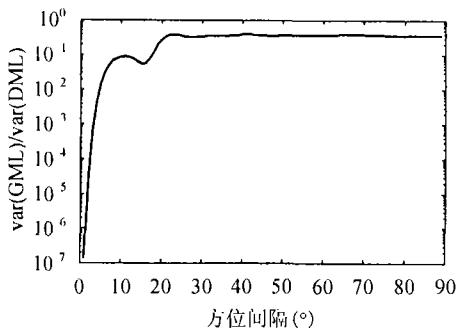


图 1 GML 算法与 DML 算法方位估计方差的比较曲线

在图 1 中我们给出了 GML 算法与 DML 算法估计方差的理论比较曲线。对于阵元间距为 0.5 倍波长的 8 阵元均匀线阵, 当两等功率相干信源 (信噪比为 20dB) 入射时, 信源 1 方位固定 (0°), 信源 2 方位从 1° 变化到 89° 时, 图 1 中给出了 GML 算法与 DML 算法对角信源 2 方位的估计方差的比值曲线。可见 GML 算法的估计方差较 DML 低许多, 克服了通常 DML 在相干源情况下估计方差大的缺点。下面第 6 节中的仿真实验也证实了我们的理论分析。

6 计算机仿真结果

我们使用阵元间距为 0.5 倍波长的均匀线阵, 快拍数 200。分别使用遗传算法实现的 GML 算法和 DML 算法对信源方位进行估计。遗传算法^[10]的参数选择如表 1 所示。

表 1 遗传算法的参数选择

个体编码	实数多参数级联编码
初始群体	随机产生
选择算子	Roulette 比例选择算子
交叉算子	算术交叉 + 启发式交叉
变异算子	均匀变异 + 非均匀变异
终止条件	最大代数

实验 1 多相干源组时 GML 算法与 DML 算法性能比较。(遗传算法的初始群体规模为 $P = 100$; 终止条件为最大代数 200)

阵元数为 8, 空间有 3 个等功率信源分别位于以阵列法线为参考的 15° , 20° 和 30° 处, 其中 15° 和 20° 的信源构成相干源组, 30° 的信源与它们相独立。在初始群体相同, 信噪比为 5dB 的情况下, 图 2, 图 3 分别给出一次 GML 算法和 DML 算法方位估计收敛曲线。为了得到估计性能的统计特性, 当信噪比从 0dB 变化到 20dB 时, 我们对 GML 算法和 DML 算法分别进行

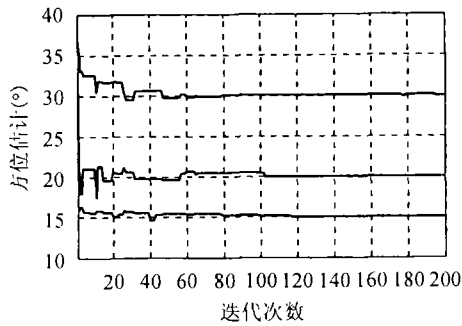


图 2 5dB 时 GML 中遗传算法方位估计的收敛曲线

了 50 次 Monte-Carlo 统计实验 (每次实验均保证了遗传算法的初始群体相同)。图 4- 图 6 给出了两种算法的估计成功概率、估计偏差、估计方差的比较曲线。(对 15° 和 20° 信源的估计, 方位估值与真实信源方位相差小于等于 1° 时认为估计成功。对 30° 信源的估计, 方位估值与真实信源方位相差小于等于 2° 时认为估计成功) 实验的结果表明, GML 算法的对空间信源的分辨性能明显优于 DML 算法。

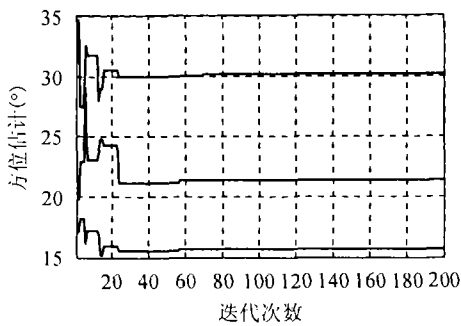


图 3 5dB 时 DML 算法中遗传算法方位估计的收敛曲线

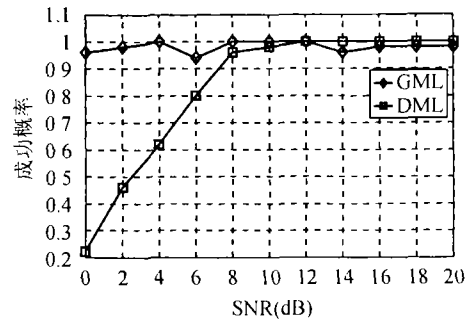


图 4 GML 算法与 DML 算法估计成功概率的比较曲线

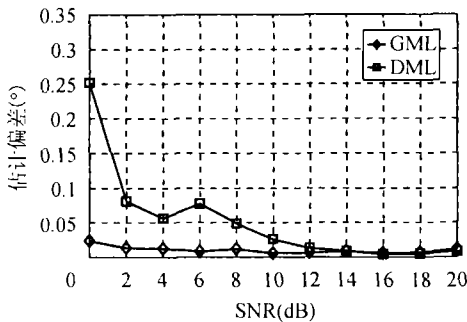


图 5 GML 算法与 DML 算法估计偏差的比较曲线

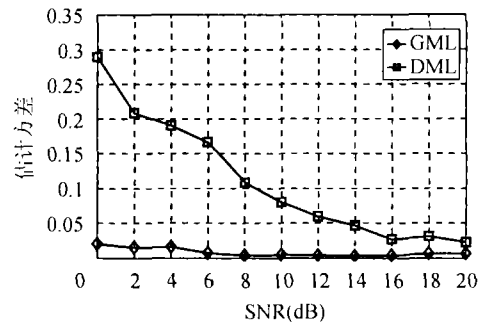


图 6 GML 算法与 DML 算法估计方差的比较曲线

实验 2 信源数大于阵列数时 GML 算法的性能 (遗传算法的初始群体规模为 $P = 200$; 终止条件为最大代数 300)

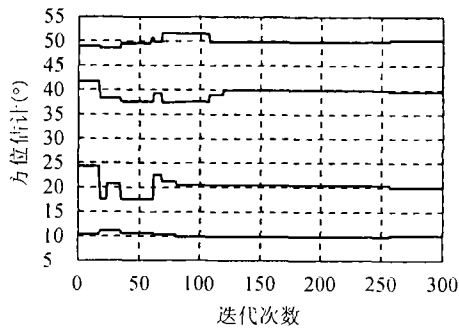


图 7 四信源时 GML 算法中遗传算法方位估计的收敛曲线

阵元数为 3, 空间有 4 个等功率相干信源, 分别位于 10° , 20° , 40° 和 50° , 其中 10° 和 20° 信源构成相干源组, 而 40° 和 50° 信源构成相干源组。实验结果表明, 在信源数大于阵列数时 GML 算法仍能有效对空间信源进行分辨。当信噪比为 20dB 时, 图 7 给出了 GML 算法适应度函数和方位估计的收敛曲线。

7 结论

本文提出了 DOA 估计的广义最大似然算法, 它可以同时分辨多个相干源组, 对阵列的几何结构也没有任何的约束, 更为重要的是它可以分辨的信源数可以大于阵元数 (只要相干源组数和最大的相干源数小于阵元数), 这些特点对于无源探测、智能天线等多径传播严重的应用环境具有重要的意义。但本文算法的实现需要对空间信源数和信源的相干结构有准确的估计或先验知识。理论分析和计算机仿真实验均表明: 在相干源存在时, GML 算法的方位估计性能明显优于常规的 DML 算法。

参 考 文 献

- [1] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimations [J]. *IEEE Trans. on AP*, 1986, AP-34(3): 276-280.
- [2] Kumaresan R, Tufts D W. Estimating the angle of arrival of multiple plane waves [J]. *IEEE Trans. on AES*, 1983, AES-19(1): 134-139.
- [3] Roy R, Kailath T. ESPRIT—estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. *IEEE Trans. on ASSP*, 1989, ASSP-37(7): 984-995.
- [4] Shan T J, Wax M, Kailath T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals [J]. *IEEE Trans. on ASSP*, 1985, ASSP-33(4): 806-811.
- [5] Bresler Y, Macovski A. Exact maximum likelihood parameter estimation of superimposed exponential signals in noise [J]. *IEEE Trans. on ASSP*, 1986, ASSP-34(5): 1081-1089.
- [6] Viberg M, Ottersten B, Kailath T. Detection and estimation in sensor arrays using weighted subspace fitting [J]. *IEEE Trans. on SP*, 1991, SP-39(11): 2436-2449.
- [7] Shan T J, Paulraj A, Kailath T. On smoothed rank profile tests in eigenstructure methods for directions-of-arrival estimation [J]. *IEEE Trans. on ASSP*, 1987, ASSP-35(10): 1377-1385.
- [8] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound [J]. *IEEE Trans. on ASSP*, 1989, ASSP-37(5): 720-741.
- [9] Stoica P, Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound: further results and comparisons [J]. *IEEE Trans. on ASSP*, 1990, ASSP-38(12): 2140-2150.
- [10] Michalewicz Z. Genetic Algorithm+Data Structures=Evolution Program [M]. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1994, Chapter 5.

王布宏: 男, 1975 年生, 博士生, 已发表论文 10 余篇, 主要从事阵列信号处理、空间谱估计研究。

王永良: 男, 1965 年生, 教授, 博士生导师, 博士后, 现为武汉空军雷达学院雷达兵器运用工程全军重点实验室主任。中国电子学会高级会员。已发表论文 100 多篇, 收入三大检索 40 多篇。出版《空时自适应信号处理》专著一部, 曾获省部级科技进步一等奖、二等奖、三等奖各一项。曾获教育部“全国青年教师奖”和人事部“中国优秀博士后”。主要研究领域为: 雷达技术、阵列信号处理、自适应信号处理等。

陈 辉: 男, 1974 年生, 讲师。已发表论文 10 余篇。主要研究方向: 超分辨谱估计、阵列信号处理。