

通道响应失配对DBF天线 旁瓣电平的影响

张林让 保 铮 张玉洪

(西安电子科技大学电子工程研究所 西安 710071)

摘要 本文研究了通道响应失配对数字波束形成(DBF)天线旁瓣电平的影响,然后分析了通道频率响应失配与脉冲响应失配的关系,进而得到通道间频率响应失配对天线旁瓣电平的影响。结果表明,用DBF技术实现超低旁瓣天线对通道频率匹配的要求相当高。最后计算机模拟验证了理论分析结果。

关键词 阵列天线,数字波束形成,容差,均衡

1 引 言

数字波束形成(DBF)天线在灵活性和自适应性等许多方面都具有明显的优越性,特别是在获得超低旁瓣性能方面具有很大的潜力,因而受到了人们的重视。

低旁瓣、超低旁瓣天线已成为高性能电子探测系统的重要组成部分,理论上可以设计出具有任意低旁瓣电平的天线,然而由于实际存在加工、装配等各种因素造成的误差,使天线波束产生随机旁瓣,从而限制了实际旁瓣电平的降低,故人们已对阵列天线的随机旁瓣作了大量的研究^[1,2]。采用DBF技术,理论上可以准确补偿这些误差,但人们以前的工作仅讨论了幅、相误差的影响,这对于单频信号或各个通道的频率特性完全一致的情况是适用的。大家知道,实际系统是有一定带宽的,将各路数字滤波特性做成一致是容易做到的,但对模拟电路则很困难。因此,当信号带宽不太窄,使整个通道特性不能完全由数字电路特性决定时,特性不一致的影响通常不能忽略。本文的主要工作就是研究这种通道特性不一致对DBF天线旁瓣电平的影响。

为了突出讨论频率特性失配的影响,这里暂忽略一些其它因素,即假定:(1)阵列是理想的,无误差;(2)各通道中心频率处的频响已作了理想校正。

我们的讨论限于窄带信号阵列处理,即信号频带的倒数比电波渡越阵列时间要短得多,这时各阵元在同时刻的信号复包络相同,只是载波有相位差。一般的雷达、通信阵列均属于这种窄带系统。我们知道,“窄带”是按上述定义对阵列而言的,对通道仍然是具有

1992-09-10收到,1994-11-24定稿

张林让 男,1966年生,讲师,现从事雷达信号处理的研究。

保 铮 男,1927年生,教授,博士生导师,中国科学院院士,现主要研究领域为信号处理和雷达系统。

张玉洪 男,1958年生,副教授,现从事信号和信息处理及其应用的研究。

一定频带的信号, 频率响应必须考虑。

可以想象到, 同样复包络的信号通过不同特性的通道, 它们的输出复包络是不一样的。由此而产生的随机旁瓣是时变的, 从时域分析易得到较清晰的概念。

2 分析模型

考虑由 N 个无方向阵元构成的等间隔(间隔为 d)DBF 线阵, 每个阵元的信号都要经过一个接收通道并变换成数字信号, 然后用数字的方法进行加权, 形成所需要的波束, 如图 1 所示, 图中 I_i 为通道加权或激励。

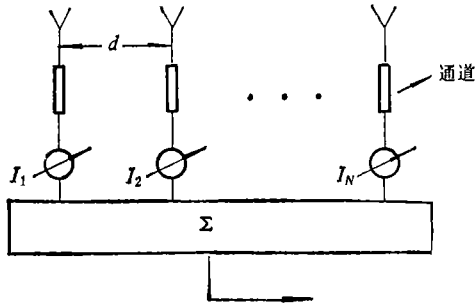


图 1 N 元线性 DBF 天线

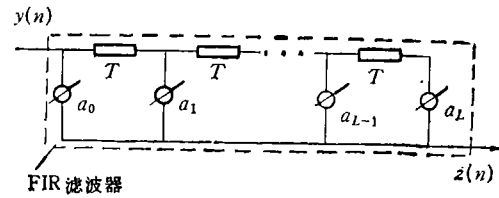


图 2 用 FIR 滤波器仿真通道

为简化分析, 而又不失普遍意义, 本文用如图 2 所示的 FIR 滤波器来从频率响应上仿真接收通道, 其中 $a_i, (i = 0, 1, \dots, L)$ 为滤波器无失真时的一组权系数(即通道的脉冲响应), 各路均相同。

研究第 i 路通道, 其通道失配可以在原来的权系数 a_i 上加一个小的随机扰动 Δa_{ii} 来仿真。这时, 滤波器输出可表示为

$$z_i(n) = \sum_{l=0}^L (a_l + \Delta a_{il}) y(n-l), \quad (1)$$

其中 $y(n)$ 为第 n 时刻的输入信号。

因已假定在中心频率处无误差, 故 $\sum_{i=0}^L \Delta a_{ii} = 0, (i = 1, 2, \dots, N)$, 若信号从 θ (从阵法向算起的观察角) 方向入射到阵列上, 则 DBF 天线的输出为

$$F(u) = \sum_{i=1}^N I_i z_i(n) \exp(jk_i d u).$$

天线方向图为

$$\begin{aligned} f(u) = F(u)/F(0) &= \sum_{i=0}^L a_i \sum_{i=1}^N I_i y(n-l) \exp(jk_i d u) / F(0) \\ &+ \sum_{i=1}^N I_i \Delta z_i(n) \exp(jk_i d u) / F(0), \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\Delta z_i(n) = \sum_{l=0}^L \Delta a_{il} y(n-l)$, $u = \sin \theta$. (2) 式右边第一部分对应于原波束(理想波束), 第二部分为滤波器误差造成的随机波束. 由于 $\Delta z_i(n)$, ($i = 1, 2, \dots, N$) 随时间变化, 所以这一随机波束也是时变的. 假设 Δa_{ij} 和 Δa_{km} , ($i \neq k, j \neq m$) 为独立随机变量, 即

$$E[\Delta z_{ij}(n) \Delta z_{km}^*(n)] = 0, \quad (3)$$

因而由 $\sum_{i=1}^N I_i \Delta z_i(n) \exp(jk_i d u) / F(0)$ 形成的随机波束的均值为零.

我们知道, 随机旁瓣的影响应按其功率值来衡量, 为此应分析功率波束.

3 功 率 波 束

为了分析随机旁瓣的特点, 先对信号 $y(n)$ 作一些假设. 在一般电子系统里, 信号应与滤波器的特性相匹配, 为此设信号为白噪声 $X(n)$ (功率为 1) 经过所设通道 FIR 滤波器(无误差)输出的平稳随机过程. 即假设

$$y(n) = \mathbf{a}^T \mathbf{X}(n), \quad (4)$$

式中 $\mathbf{a}^T = [a_0 a_1 \dots a_L]$, $\mathbf{X}(n) = [x(n) x(n-1) \dots x(n-L)]^T$.

这时, 有

$$y(n) y^*(n-m) = \mathbf{a}^T \mathbf{X}(n) \mathbf{X}^H(n-m) \mathbf{a}^*. \quad (5)$$

因为 $X(n)$ 为白噪声, 故(5)式的均值为

$$E[y(n) y^*(n-m)] = \sum_{l=0}^{L-m} a_l^* a_{m+l} = b(m), \quad (6)$$

$$E[y(n-m) y^*(n)] = \sum_{l=0}^{L-m} a_l a_{m+l}^* = b(-m). \quad (7)$$

下面再来研究上述信号经过各通道的响应. 存在通道频率特性失配时, 经图 1 系统得到的输出为

$$F(u, t) = \sum_{n=1}^N I_n \exp(jk_n d u) \sum_{m=0}^L a_m (1 + \delta_{nm}) \exp(j\Phi_{nm}) y(t-m), \quad (8)$$

式中 δ_{nm} , Φ_{nm} 分别为第 n 个通道滤波器的第 m 个权的幅、相误差. 并设

$$E[\delta_{nm} \Phi_{rs}] = 0, \quad E[\delta_{nm}] = E[\Phi_{nm}] = 0,$$

$$E[\delta_{nm} \delta_{rs}] = \begin{cases} \sigma_a^2, & \text{当 } n=r \text{ 且 } m=s; \\ 0, & \text{其它;} \end{cases}$$

$$E[\Phi_{nm} \Phi_{rs}] = \begin{cases} \sigma_\phi^2, & \text{当 } n=r \text{ 且 } m=s; \\ 0, & \text{其它;} \end{cases}$$

则功率输出为

$$P(u, t) = F(u, t) F^*(u, t) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^L \sum_{r=1}^N \sum_{s=0}^L I_n a_m I_r^* a_s^* (1 + \delta_{nm})(1 + \delta_{rs})$$

$$\cdot \exp[jkdu(n-r)] \exp[j(\Phi_{nm} - \Phi_{rs})] y(t-m) y^*(t-s). \quad (9)$$

将(9)式对时间 t 取均值得

$$E_t[P(u, t)] = \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^L \sum_{r=1}^N \sum_{s=0}^L I_n a_m I_r^* a_s^* (1 + \delta_{nm})(1 + \delta_{rs}) \\ \times \exp[jkdu(n-r)] \exp[j(\Phi_{nm} - \Phi_{rs})] \cdot b(s-m). \quad (10)$$

上式是对一次误差样本计算得到的输出功率的时间平均值,为在宏观上衡量误差的影响,还应对误差取平均。将(10)式对误差取均值,并利用前面的误差模型得

$$E\{E_t[P(u, t)]\} = \Phi^2(1) \sum_{n=1}^N \sum_{r=1}^N I_n I_r^* \exp[j(n-r)kdu] \sum_{m=0}^L \sum_{s=0}^L a_m a_s^* \cdot b(s-m) \\ + [1 + \sigma_\delta^2 - \Phi^2(1)] \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^L |I_n|^2 b(0) |a_m|^2, \quad (11)$$

其中

$$\Phi(1) = E[\exp(j\Phi_{nm})] \approx 1 - \sigma_\delta^2/2. \quad (12)$$

从(11)式,设误差为零和 $u = 0$,可求得无误差时,主瓣方向的平均功率为

$$P_0 = \left| \sum_{n=1}^N I_n \right|^2 \sum_{m=0}^L \sum_{s=0}^L a_m a_s^* b(s-m);$$

有误差时,主瓣方向的平均功率为

$$P \approx |\Phi(1)|^2 \left| \sum_{n=1}^N I_n \right|^2 \sum_{m=0}^L \sum_{s=0}^L a_m a_s^* b(s-m) = |\Phi(1)|^2 P_0.$$

由于随机误差较小,对它的影响很小,所以用 P 对(11)式归一化可求得平均归一化功率方向图为

$$\overline{p(u)} = E\{E_t[P(u, t)]\} / P = p_0(u) + \overline{\Delta p}, \quad (13)$$

式中

$$p_0(u) = \left\{ \sum_{n=1}^N \sum_{r=1}^N I_n I_r^* \exp[j(n-r)kdu] \right\} / \left| \sum_{n=1}^N I_n \right|^2 \quad (14)$$

为无误差时的归一化功率方向图(原波束),而

$$\overline{\Delta p} = \left\{ [1 + \sigma_\delta^2 - \Phi^2(1)] \sum_{n=1}^N |I_n|^2 \sum_{m=0}^L |a_m|^2 b(0) \right\} \\ / \left[\Phi^2(1) \sum_{m=0}^L \sum_{s=0}^L a_m a_s^* b(s-m) \left| \sum_{n=1}^N I_n \right|^2 \right] \quad (15)$$

为平均随机功率波束。

若令

$$A = \left[b(0) \sum_{m=0}^L |a_m|^2 \right] / \left\{ \sum_{m=0}^L \sum_{s=0}^L [a_m a_s^* b(s-m)] \right\} \\ = \left[\sum_{m=0}^L |a_m|^2 \right]^2 / \left\{ \sum_{m=0}^L \sum_{s=0}^L [a_m a_s^* b(s-m)] \right\} \quad (16)$$

和

$$\sum_{n=1}^N |I_n|^2 / \left| \sum_{n=1}^N I_n \right|^2 = 1/(N\eta), \quad (17)$$

(A 是与滤波器参数有关的常数,)可以证明,它反比于滤波器长度,即可表示为

$$A = C/(L + 1), \quad (18)$$

其中 C 为与加权有关的常数。 η 为阵列加权效率指数,则平均随机波束可简写为

$$\overline{\Delta p} \approx (\sigma_a^2 + \sigma_b^2)C/[N\eta(L + 1)]. \quad (19)$$

从(18)式可以看出,若阵元无误差,则由于频率特性失配而引起的平均随机波束只与误差的大小、通道数、滤波器参数等有关,而与角度无关。

从(12)式可以看出,当失配误差和滤波器参数确定后,设计旁瓣电平 $p_0(u)$ 小到一定程度时(小于 $\overline{\Delta p}$),平均方向图主要由随机波束 $\overline{\Delta p}$ 确定,即使 $p_0(u)$ 再小,也起不了作用。所以与阵元误差相似,频率特性失配也限制了旁瓣的降低。

上面研究了随机功率旁瓣的统计平均值,在许多场合要求了解其峰值的情况,为此应先研究峰值旁瓣电平的概率分布。将(10)式对 P 归一化得:

$$p(u) = E[P(u, \tau)]/P. \quad (20)$$

令

$$p(u) = x_1 + jx_2, \quad (21)$$

由中心极限定理知, x_1, x_2 渐近正态分布。令 x_1 的方差为 σ_1^2 , x_2 的方差为 σ_2^2 , x_1 与 x_2 之间的协方差为 σ_{12} ,经过推导(推导过程略)得

$$\sigma_1^2 \approx \sigma_2^2 = \sigma^2 = (\sigma_a^2 + \sigma_b^2)A/(2N\eta), \quad (22)$$

$$\sigma_{12} \approx 0, \quad (23)$$

则归一化峰值旁瓣电平 $p(u)$ 服从广义瑞利分布。经过推导,极限旁瓣电平(实际旁瓣电平不超过此值的概率为 99.9%)为

$$\text{极限旁瓣电平} \approx 11\text{dB} + 10\lg [(\sigma_a^2 + \sigma_b^2)A/(2N\eta)]. \quad (24)$$

以上只考虑随机旁瓣,如果同时要考虑设计旁瓣,则为莱斯分布,同样可算出实际旁瓣电平。

举一个数字例子,当通道滤波器脉冲响应的均方根误差为 0.02($\sigma_a = \sigma_b = 0.02$) 时,极限旁瓣电平约为 -45dB。

4 通道频率特性失配与脉冲响应误差的关系

上面我们是以各通道的脉冲响应差异来表示通道不一致性的,工程上往往习惯于用频率特性来描述通道间的匹配性能,因此,本节先讨论脉冲响应误差与频率响应误差之间的关系,然后导出通道频率响应失配与旁瓣电平的关系。

对于图 2 所示的滤波器,传递函数为

$$H(\omega) = \sum_{l=0}^L a_l(1 + \delta_l)\exp(j\Phi_l)\exp(-j\omega lT_0), \quad (25)$$

式中 T_0 为采样间隔。

一般情况下,随机误差较小,对(25)式取近似,得:

$$H(\omega) \approx \sum_{l=0}^L a_l(1 + \delta_l + j\Phi_l)\exp(-j\omega l T_0) = H_0(\omega) + \Delta H(\omega), \quad (26)$$

其中

$$H_0(\omega) = \sum_{l=0}^L a_l \exp(-j\omega l T_0) \quad (27)$$

为不存在频带失配时的理想传递函数,在通带内 $H_0(\omega) \approx \sum_{l=0}^L a_l$. 而

$$\Delta H(\omega) = \sum_{l=0}^L a_l(\delta_l + j\Phi_l)\exp(-j\omega l T_0) \quad (28)$$

为误差引起的随机分量.

令 $\overline{\Delta H}$ 为传递函数的相对误差,即

$$\overline{\Delta H} = \frac{\Delta H(\omega)}{H_0(\omega)} \approx \left[\sum_{l=0}^L a_l(\delta_l + j\Phi_l)\exp(-j\omega l T_0) / \sum_{l=0}^L a_l \right], \quad (29)$$

则

$$\begin{aligned} E[|\overline{\Delta H}|^2] &= E[\overline{\Delta H} \cdot \overline{\Delta H}^*] \\ &= E \left[\sum_{l=0}^L \sum_{i=0}^L [a_l a_i^* (\delta_l + j\Phi_l)(\delta_i - j\Phi_i) \exp(-j\omega(l-i)T_0)] / \left| \sum_{l=0}^L a_l \right|^2 \right] \\ &= (\sigma_\delta^2 + \sigma_\Phi^2) \cdot \sum_{l=0}^L |a_l|^2 / \left| \sum_{l=0}^L a_l \right|^2 = (\sigma_\delta^2 + \sigma_\Phi^2) / [(L+1)\eta_a], \end{aligned} \quad (30)$$

式中 η_a 为滤波器效率指数.

令 $\sigma_\omega^2 = E[|\overline{\Delta H}|^2]$, 为频率特性失配引起的频率特性起伏方差, 则利用频率特性失配方差表示的平均随机波束为

$$\Delta p = \sigma_\omega^2 (L+1) \eta_a A / (N\eta). \quad (31)$$

结合(18)式,若令

$$A_1 = (L+1) \eta_a A = \eta_a C, \quad (32)$$

则 A_1 与滤波器长度几乎无关. 表 1 以几种典型的加权为例, 给出了参数 A_1 与滤波器参数的关系. 结果表明, 滤波器加权和阶数对 A_1 的影响均很小. 这就是说, 频率特性失配引起的平均随机波束与假设的理想滤波器参数关系较小, 主要取决于频率失配误差的大小和通道数.

表 1 A_1 与滤波器参数的关系

		A_1						
		5	9	10	16	20	32	
加权	切比雪夫加权	-20dB	1.38	1.41	1.42	1.46	1.41	1.58
		-40dB	1.38	1.39	1.39	1.39	1.38	1.39
	等加权	1.47	1.49	1.49	1.50	1.50	1.50	

同理,用频率特性失配方差表示的极限旁瓣电平为

$$\text{极限旁瓣电平} \approx 11\text{dB} + 10\lg[\sigma_{\omega}^2 A_1 / (2N\eta)]. \quad (33)$$

表 2 给出 32 个通道,阵列采用 -80dB 切比雪夫加权 ($\eta = -2.5\text{dB}$)时,频率特性失配均方根误差与极限旁瓣电平的的关系。由表可见,为使天线峰值旁瓣电平低于 -40dB ,则对通道间的频率失配(标准差)要求约为 1%。

表 2 频率特性失配均方根误差与极限旁瓣电平的的关系

频率失配均方差	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
旁瓣电平 (dB)	-43	-37	-34	-31	-29	-28	-26	-25

5 模拟结果

取通道数为 32,采用 -40dB 切比雪夫加权。图 3 为滤波器阶数为 9、滤波器权系数采用 -40dB 切比雪夫加权、频率特性失配均方根误差为 5% 的误差方向图(5 次随机样本)。从前面的峰值旁瓣概率分布可知,此时峰值旁瓣不超过 -30dB 的概率为 98%,模拟

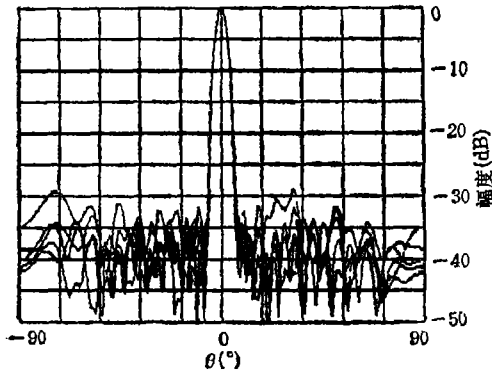


图 3 误差方向图 ($\sigma_{\omega} = 0.05, L = 9$)

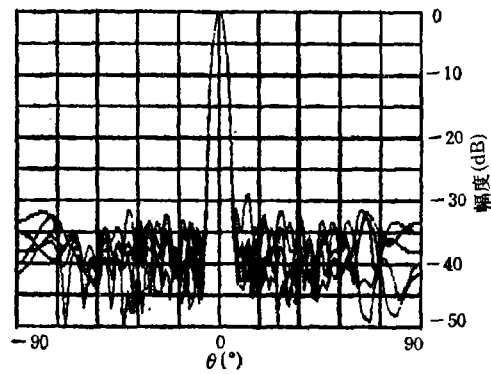


图 4 误差方向图 ($\sigma_{\omega} = 0.05, L = 5$)

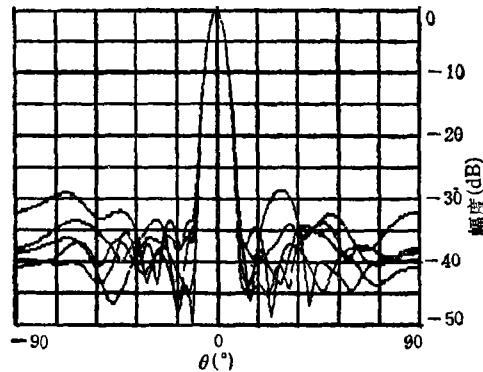


图 5 极限旁瓣电平 ($\sigma_{\omega} = 0.05$)

结果与理论分析相符。可以看出,频率特性失配对低、超低旁瓣天线旁瓣电平影响较大。图 4 为滤波器阶数为 5 的误差方向图(其它参数同图 3)。可以看出,滤波器阶数影响很小,频率特性失配对旁瓣的影响主要由失配误差和通道数决定。

从表 2 可以看出,当频率特性失配均方根误差为 5% 时,极限旁瓣电平为 -29dB 。图 5 为通道采用 -80dB 切比雪夫加权时(其它参数同图 3)的误差方向图。可以看出,与理论分析基本一致。

6 结 束 语

上述分析和计算机模拟结果表明,通道间频率特性失配对旁瓣电平影响较大。常规数字波束形成系统通常在每一个通道用一个复权进行调整,这对各通道的频率特性不一致是无能为力的。无论普通的或自适应的数字波束形成,通道频率特性不一致均会使其性能受到限制。为了得到超低旁瓣(对普通 DBF 天线)或很深的局部凹口(对自适应 DBF 天线),都应保证所有通道的传递函数基本一致。解决通道失配的办法是在每个通道中接入一个自适应均衡器^[3],实现与频率有关的幅度和相位调整,矫正频率特性失配。我们将另文讨论。

参 考 文 献

- [1] Allen J L, *et al.* Phased Array Studies. Technical Report, No. 236, MIT Lincoln Laboratory, Nov. 1961.
- [2] Hsiao J K. Array sidelobe, Error tolerance, Gain and Beamwidth, AD A147004, 1984.
- [3] Teitelbaum K.A Flexible Processor for a Digital Adaptive Array Radar, IEEE AES Magazine, 1991, AES-6(1):18-22.

EFFECT OF INTERCHANNEL MISMATCH ON THE SIDELobe LEVEL OF A DBF ARRAY

Zhang Linrang Bao Zheng Zhang Yuhong

(*Institute of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071*)

Abstract This paper discusses the effect of impulse response aberration between channels on the sidelobe level of a DBF array, and then derives the relationship between the frequency response mismatch and the impulse response aberration of a channel, by which the effect of frequency response mismatch between channels on the antenna sidelobe level is acquired. It shows that frequency response mismatch degrades sidelobe considerably. Finally, the results by computer simulations are demonstrated.

Key words Array antenna, Digital beam-forming, Tolerance, Equalization