

计算场发射系统尖端形状系数的 半经验公式*

杨德清 宋红江 王 智 陈尔纲

(云南大学物理系,昆明)

摘要 本文提出了一般场发射系统尖端形状系数 β 的计算公式: $\beta \approx 0.2 / [(r_0 + h) \ln(2h/r_0)]$. 用该公式和数值算法以及 D. Selidovkin, W. Swanson 和 P. Dyke 等人提出的相应公式, 分别对尖端呈半球形、椭球形、旋转抛物形和双曲形四种场发射系统的 β 值进行了计算和比较. 结果表明, 用本文的公式所得的 β 值与电子计算机的数值计算结果基本上是一致的.

关键词 场发射; 系统发射尖端; 尖端形状系数

1. 引言

目前利用场发射原理, 制成的场发射电子源 (FES), 具有束斑小、亮度高、功耗低、寿命长和能量分散小等特点, 已被广泛应用于 SEM^[1], STEM^[2], 电子束曝光和俄歇电子谱仪等各种大型电子光学仪器中. 但在 FES 的设计、制作和应用中, 仍有许多亟待改进和提高的问题, 如何精确地确定尖端形状系数 β 值就是其中之一. 在确定 β 值方面, 当前除了能对几种简单有规则的电极系统如平行板、同心球等进行精确计算外, 对一般形状的电极系统几乎是难于用解析式表述的. 不少学者提出了各种模型, 得到一些近似计算关系^[3-5]. 但还不能满足 FES 实际发展的要求. 本文进行了一系列分析、实验和综合的尝试, 得到一些有意义的结果.

2. 基本考虑和做法

事实表明, 一方面我们从制作实用场发射尖端的实践中观察到^[6], 不论采用那一种制作方法^[7], 所得的尖端形状虽近似于旋转抛物面或双曲面, 但很难做到完全规则 and 对称; 另一方面, 从 FES 一般源体结构来看, 它毕竟是很简单的, 仅由阴极尖端和阳极组成. 对这样的系统, 无论尖端形状是多么的不规则, 在不考虑空间电荷的影响下, 其尖端表面电场强度无疑是与阳极电位成正比^[8], 即

$$\varepsilon = \beta_0 U_0 \quad (1)$$

式中 β_0 为尖端形状系数; U_0 为阳极电位.

由于 β_0 只与电极的几何形状和大小有关, 而阳极电位 U_0 又能精确测量. 因此, 如果能对一些具有代表性的尖端电极系统, 经过精确测量或计算尖端表面电场强度, 找出其变化的特点和规律, 就有可能由(1)式找到精确计算 β_0 的某种关系. 我们选择了尖端形

* 1988年12月8日收到.

状分别为半球形、椭球形、旋转抛物形和双曲面四种场发射系统。它们的尖端曲率半径 r_0 (r_0 为 $1.05 \times 10^{-3}\text{cm}$) 相等,尖端至阳极间距 d (d 为 0.7cm) 一样,阳极皆为平板。通过电解槽模拟法^[9]和电子计算机分别对上述四种场发射系统的极间电位分布和尖端表面电场强度,利用逐次放大逼近模拟^[10]的方式,进行了精密测量和数值计算。其做法是:先用模拟法将待测系统(如尖端呈半球形系统)的各电极,按比例放大 100 倍,置于劈形电解槽中,引入自来水并在极间加电位 U_0 ,用 DG-2 型自动电子轨迹仪作出 $0.1U_0, 0.2U_0, \dots, 0.9U_0$ 九条等位线;然后以 $U_1 = 0.5U_0$ 等位线为新的“阳极”,将尖端至 $0.5U_0$ 等位线之间的区域再放大 50 倍,同样作出 $0.1U_1, 0.2U_1, \dots, 0.9U_1$ 九条等位线。依次类推逐步逼近阴极尖端四次,总放大倍数为 9×10^5 。将最后一次模拟所得的系统边界电位值输入电子计算机,迭代精度优于 10^{-4} ,对尖端前约 $0.75 \mu\text{m}$ 范围内的电位分布和尖端表面电场强度进行计算,结果如图 1 所示。其它三种也作类似模拟和计算,结果如图 2,3 和 4 所示。

这里还须说明,在进行第一次电极放大 100 倍的模拟测量中,我们是用直径为 1mm 曲率半径小于 0.01mm 的一般钢针作为发射尖端的。这时 $0.5U_0$ 等位线位于尖端前 1.6cm 处。由于这段距离远大于钢针曲率半径,因此更小的尖端曲率半径和形状,对 $0.5U_0$ 。

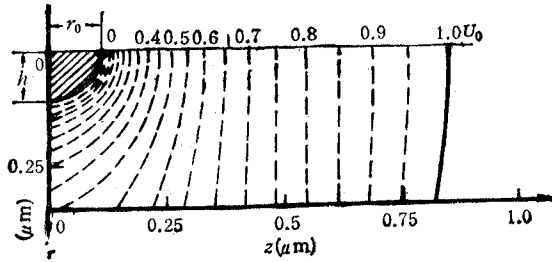


图 1 尖端为半球形的电场分布 ($r_0 = 0.105 \mu\text{m}$)

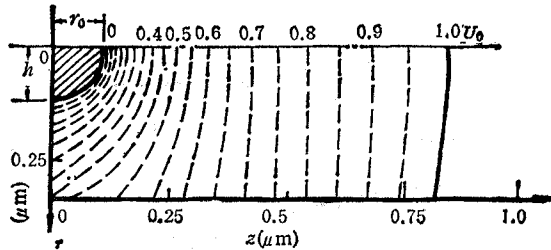


图 2 尖端为椭球形的电场分布 ($r_0 = 0.105 \mu\text{m}$)

等位线的位置和形状的影响,实际上是可以忽略的。在其它三次模拟放大中,尖端形状和尺寸则是严格要求制成的。

3. 分析与比较

从上述对四种尖端场发射系统电位分布的分析,以及尖端表面电场强度的计算中,可以看到:(1)在同一种尖端系统里,等位线的分布是不均匀的。愈接近尖端分布愈密集,变

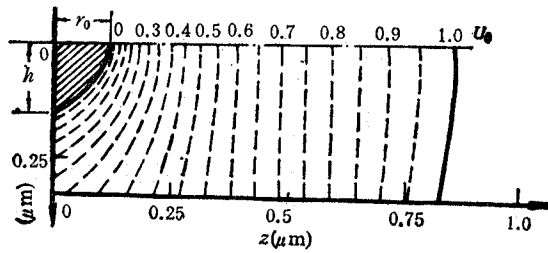


图 3 尖端为抛物线形的电场分布 ($r_0 = 0.105\mu\text{m}$)

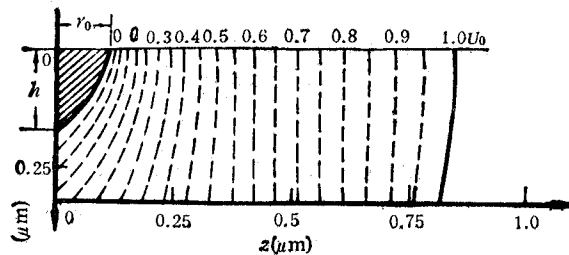


图 4 尖端为双曲线形的电场分布 ($r_0 = 0.105\mu\text{m}$)

化愈大；反之则稀疏，并趋于均匀。表明表面场强主要由尖端曲率半径所决定，而尖端至阳极间距和阳极形状，相对说来影响较小。表面场强还与极角大小有关。在极角为 $0^\circ - 30^\circ$ 之间，表面电场强度变化较小，可视为常数；当极角大于 30° 后，表面电场强度则随极角的增大迅速减小，结果如图 5 所示。(2)在不同尖端的系统中，尽管它们的曲率半径相等，尖端至阳极的距离和阳极形状相同，彼此等位线的分布状况和密集程度则不一样。尖端呈半球形的最密集，呈双曲形的最稀疏。若用 \mathcal{E}_0 表示尖端为半球形系统的表面

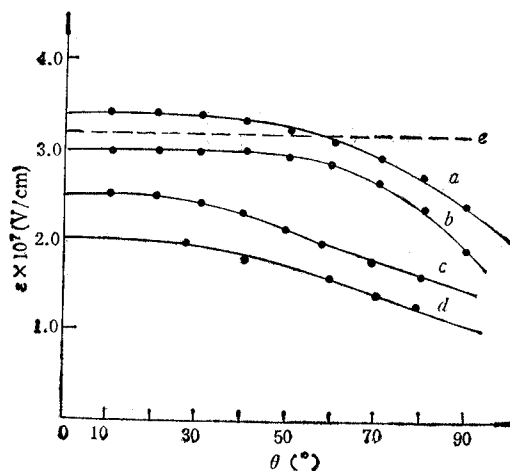


图 5 不同尖端表面电场与极角的关系

• 为半球形 b 为椭球形 c 为抛物形 d 为双曲形 e 为球形(阳极在无限远处)

场强,用 \mathcal{E} 表示其它尖端形状系统的表面场强,则 $\mathcal{E}/\mathcal{E}_0$ 随 r_0/h (h 为尖端颈部的宽度) 的变化如图 6 所示。从图可见,尖端表面场强不仅强烈依赖于曲率半径的大小,同时也强烈依赖于尖端颈部的粗细和对称性。

为了在 β 的计算关系中,能如实地反映上述的实验事实,在文献[3]的基础上,经过多次实验、计算、分析和综合,得到以下计算一般 FES 尖端形状系数 β 的半经验公式:

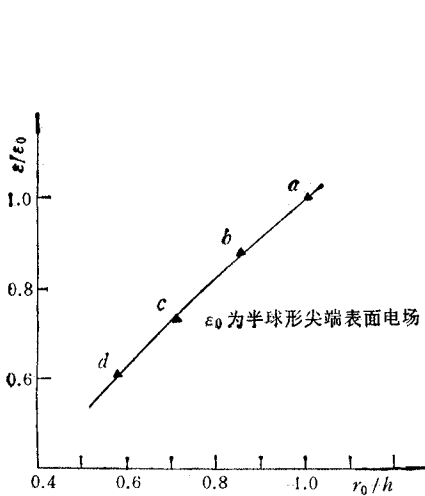


图 6 $\mathcal{E}/\mathcal{E}_0$ 随 r_0/h 的变化关系

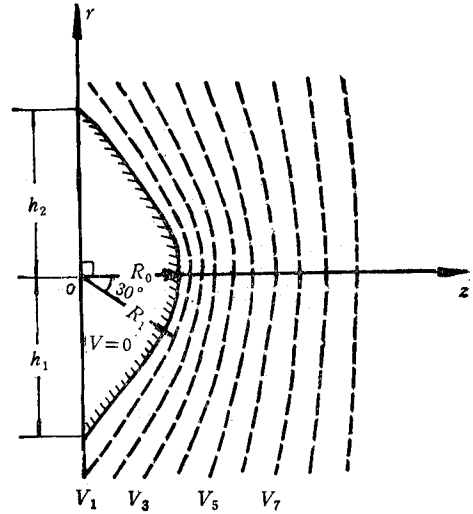


图 7 发射尖端同心球模型

(R_0 为放大后的曲率半径, h_1, h_2 为放大后尖端上下颈的宽度)

$$\beta = 0.2 / \left\{ \left[r_0 + \frac{(h_1 + h_2)}{2} \right] \ln \left[\frac{(h_1 + h_2)d}{r_0(h_1 + h_2 + d)} \right] \right\} \quad (2)$$

式中, r_0 为尖端曲率半径; h_1 和 h_2 分别为尖端颈部上下宽度; d 为尖端至阳极间距。

(2) 式表明: (1) 尖端的曲率半径和颈部的宽度对 β 的影响是相当的; (2) 尖端颈部上下宽度不同, β 值也不一样。表明 β 值还与尖端的对称性有关; (3) 尖端至阳极距离 d 在表达式中处于对数项内, 相对 r_0 和 h 而言, 它对 β 的影响较小。

若令 $h_1 = h_2 = h$, 且 $(h_1 + h_2) \ll d$, 则(2)式可简化为

$$\beta \approx 0.2 / [(r_0 + h) \ln(2h/r_0)] \quad (3)$$

为证明(3)式的可靠性和精确性,用以下三种途径来比较和说明。

(1) 用电子计算机对各尖端系统进行数值计算, 精确地确定出尖端表面场强 \mathcal{E} 值, 再与阳极电位 U_0 (在我们实验中取 $U_0 = 3kV$) 之比, 求出相应的 β_0 值。用该值与(3)式计算的 β 值进行比较。结果如表 1 所示。

(2) 从分析图 1, 2, 3 和 4 的等位线分布特点中可见, 尽管各尖端形状差别很大, 但在极角小于 30° 的阴极部分和相邻的第一个等位面, 均可视为如图 7 所示的两个同心球面。若令阴极电位为零, 第一个等位面电位为 V_1 。经求解 Laplace 方程可以证明, 其阴极表面电场强度为

$$\mathcal{E}_s = R_1 M V_1 / [R_0 (R_1 - R_0)] \quad (4)$$

式中 M 为电极放大倍数; R_0 和 R_1 分别为放大后的尖端曲率半径和第一个等位面的曲率半径。因为

$$V_1 = n U_0 \quad (5)$$

式中 n 为电位比例系数(在我们实验条件下, n 为 1.2×10^{-2})。

将(5)式代入(4)式,则得其形状系数为

$$\beta_s = R_1 n M / [R_0 (R_1 - R_0)] \quad (6)$$

因为 R_0 和 R_1 可直接从电位分布图中测量,故 β_s 可以确定。同样将 β_s 与 β 进行比较(见表 1)。

(3) 将上述 r_0 和 d 值以及极角 α 为 10° 等参数分别代入 D. Selidovkin^[3], W. Swanson^[4] 和 P. Dyke^[5] 等人所提出计算 β 的公式,并求出相应的 β 值,(见表 1)。

从表 1 中可见,在完全相同的条件下,用本文的公式所得的 β 值与用电子计算机和(6)式所得的结果基本上是一致的。表明(3)式是正确的。因为它不仅考虑了尖端曲率半径而且还考虑了尖端颈部的粗细和对称性对 β 的影响。

表 1 各种计算结果的比较¹⁾

比较 \ 尖端形状	半球形	椭球形	抛物形	双曲形
尖端曲率半径 $r_0(10^{-5}\text{cm})$	1.05	1.05	1.05	1.05
尖端颈的宽度 $h(10^{-5}\text{cm})$	1.05	1.23	1.49	1.81
尖端表面场强 $\mathcal{E}(10^7\text{V/cm})$	3.4126	2.9459	2.4818	2.0675
$\beta_0(10^4\text{cm}^{-1})$	1.1375	0.9819	0.8273	0.6892
$\beta_s(10^4\text{cm}^{-1})$	1.1531	0.9221	0.8012	0.6334
$\beta(10^4\text{cm}^{-1})$	1.3740	1.0303	0.7708	0.5662
D. Selidovkin $\beta_s(10^4\text{cm}^{-1})$		6.3725	1.6141	1.5246
W. Swanson $\beta_w(10^4\text{cm}^{-1})$	2.0103	2.0103	2.0103	2.0103
P. Dyke $\beta_d(10^4\text{cm}^{-1})$	1.1743	1.1743	1.1743	1.1743

1) 表中 β_0 为电子计算机计算的结果; β_s 为用(6)式计算的结果; β 为用(3)式计算的结果。

4. 结束语

用本文提出的公式计算尖端形状系数,不仅可靠,而且简单方便。在计算时,不必考虑尖端的具体形状,只要在制作尖端时,对其曲率半径和颈部上下宽度作精确测量即可。这在广泛应用光学显微镜和 SEM 的今天,是极容易做到的。计算出 β 值后,就能确定尖端表面场强和电流密度。这对 FES 的设计、发射特性的改善和提高都是有帮助的。

参 考 文 献

- [1] A.V. Crewe, et al., *J. Mol. Bio.*, **48**(1970)3, 375—382.
- [2] A.V. Crewe, et al., *J. Appl. Phys.* **39**(1968)13, 5861—5868.
- [3] A.D. Selidovkin, *Radio Eng. and Electronic Phys.*, **28**(1983)7, 105—110.
- [4] L.W. Swanson, et al., *J. Appl. Phys.*, **46**(1975)5, 2029—2031.
- [5] W.P. Dyke, et al., *J. Appl. Phys.*, **24**(1953)5, 570—576.

- [6] 杨德清等, 微细加工技术, 1988 年, 第 1 期, 30—34 页.
[7] 杨德清等, 云南大学学报, 10(1988)2, 167—171.
[8] 承欢等, 阴极电子学, 西北电讯工程学院出版社, 西安, 1986 年, 第 102 页.
[9] 尼谢, 任晴科著, 电子光学教程, 人民教育出版社, 北京, 1961 年, 第 42 页.
[10] 杨德清, 云南大学学报, 10(1988)3, 217—221.

A SEMIEMPIRICAL FORMULA FOR THE SHAPE FACTOR OF EMISSION TIP IN GENERAL FIELD EMISSION SYSTEM

Yang Deqing Song Hongjiang Wang Zhi Chen Ergang
(Yunnan University, Kunming)

Abstract A new formula ($\beta \approx 0.2 / [(r_0 + h) \ln(2h/r_0)]$) which is used to determine the shape factor of field emission tip is reported. By using of this formula, the calculation of β with the tip shape of half spheroid, rotational ellipsoid, rotational paraboloid and rotational hyperboloid have been made and compared with the calculated value of β by D. Selidovkin, W. Swanson and P. Dyke and numerical method. It is shown that the value of β calculated by using of the new formula is consistent with the result of calculation by computer and is more precise than that calculated by using of other method.

Key words Field emission system; Emission tip; Shape factor of emission tip