

# 口径天线在任意口径分布时的冲激响应

胡 汉 南

(上海船舶运输科学研究所)

## 提 要

本文从夫累涅尔-基尔霍夫标量衍射场方程出发,证明了任意形状的并馈口径天线在任意口径幅度分布时的冲激响应和端馈矩形口径天线在任意口径幅度分布时的冲激响应都可以用口径幅度分布表达出来;而矩形口径天线在口径分布可分离时的冲激响应和圆形口径天线在口径分布圆对称时的冲激响应则为上述一般情况的特例。

## 一、引 言

1969年有人曾强调指出<sup>[1]</sup>:“我们对于天线的瞬态响应知道得实在太少了,因而在这个颇受忽视的领域中的任何进展,必将具有极大的价值”。虽然此后又过了十五年,目前这个论述也许仍然正确。就口径天线的冲激响应而言,不久前仅知道一维端馈天线在均匀分布时的冲激响应<sup>[2]</sup>,而且它仅适用于某些特定条件<sup>[3]</sup>;最近才有文献发表<sup>[3,4]</sup>,给出了一维端馈天线在任意口径分布时的冲激响应、并馈和端馈矩形天线在口径分布可分离时的冲激响应以及并馈和中心串馈圆形天线在口径分布圆对称时的冲激响应。

本文和文献[3]、[4]一样,也从夫累涅尔-基尔霍夫标量衍射场方程出发,证明任意形状的并馈口径天线在任意幅度分布时的冲激响应和端馈矩形口径天线在任意幅度分布时的冲激响应都可用口径幅度分布表达出来,从而使口径天线的冲激响应问题获得初步的系统化解决。

## 二、任意形状的并馈口径天线

当角频率为 $\omega$ 的单频信号  $e^{j\omega t}$  激励任意形状的口径天线时(图1),在远场区球面坐标为 $(R, \theta, \varphi)$ 处的夫累涅尔-基尔霍夫衍射场为<sup>[2]</sup>

$$E(\omega, \theta, \varphi) = \frac{LW(1 + \cos\theta)}{16\pi Rc} j\omega e^{-j\omega \frac{R}{c}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y, \omega) \cdot \exp\left(j\omega \frac{T_{x0}}{2} \cos\varphi \sin\theta x + j\omega \frac{T_{y0}}{2} \sin\varphi \sin\theta y\right) dx dy, \quad (1)$$

式中 $L$ 和 $W$ 分别为天线口径沿 $\xi$ 方向和 $\eta$ 方向的最大线度, $c$ 为光速, $A(x, y, \omega)$ 为归

\* 1983年12月23日收到,1984年12月20日修改定稿。

一化口径分布,  $x = 2\xi/L$ ,  $y = 2\eta/W$ ,  $T_{x0} = L/c$ ,  $T_{y0} = W/c$ . 该天线在远场区的冲激响应为  $E(\omega, \theta, \varphi)$  的傅里叶反变换<sup>[3,4]</sup>:

$$h(\ell, \theta, \varphi) = \frac{LW(1 + \cos\theta)}{16\pi Rc} \frac{\partial}{\partial \ell} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y, \omega) \cdot \exp\left(j\omega\ell + j\omega \frac{T_{x0}}{2} \cos\varphi \sin\theta x + j\omega \frac{T_{y0}}{2} \sin\varphi \sin\theta y\right) dx dy d\omega \right], \quad (2)$$

式中  $\ell = t - R/c$  为延迟时间.

在并馈的情况下,  $A(x, y, \omega) = B(x, y)$ , 这里  $B(x, y)$  为归一化口径幅度分布. 这时式(2)可改变积分次序, 先对  $\omega$  积分:

$$h(\ell, \theta, \varphi) = \frac{LW(1 + \cos\theta)}{16\pi Rc} \frac{\partial}{\partial \ell} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(x, y) \cdot \delta\left(\ell + \frac{T_{x0}}{2} \cos\varphi \sin\theta x + \frac{T_{y0}}{2} \sin\varphi \sin\theta y\right) dx dy, \quad (3)$$

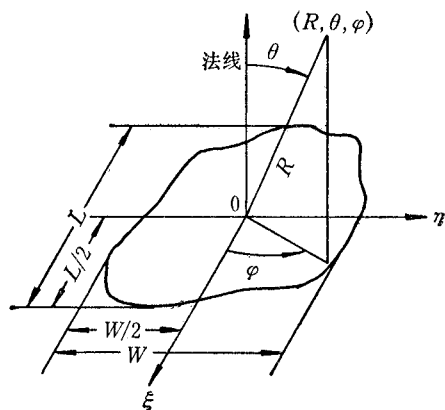


图1 任意形状口径天线

式中  $\delta(\ell)$  为狄拉克  $\delta$  函数. 因而, 在法线方向上,

$$h(\ell, 0, \varphi) = \frac{LW}{8\pi Rc} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(x, y) dx dy \cdot \frac{d}{d\ell} \delta(\ell); \quad (4)$$

在主平面  $\varphi = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \pi \end{matrix} \right\}$  内的非法线方向上,

$$h\left(\ell, \theta, \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \pi \end{matrix} \right\}\right) = \frac{LW(1 + \cos\theta)}{16\pi Rc} \frac{2}{T_{x0} \sin\theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \ell} \int_{-\infty}^{\infty} B\left(\frac{\mp 2\ell}{T_{x0} \sin\theta}, y\right) dy; \quad (5)$$

在主平面  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$  内的非法线方向上,

$$h\left(\ell, \theta, \pm \frac{\pi}{2}\right) = \frac{LW(1 + \cos\theta)}{16\pi Rc} \frac{2}{T_{y0} \sin\theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \ell} \int_{-\infty}^{\infty} B\left(x, \frac{\mp 2\ell}{T_{y0} \sin\theta}\right) dx; \quad (6)$$

不在上述两个主平面内时,

$$h(\ell, \theta, \varphi) = \frac{LW(1 + \cos\theta)}{16\pi Rc v_x v_y} \cdot \frac{\partial}{\partial \ell} \int_{-\infty}^{\infty} B\left(\frac{-2\tau}{T_{x0} \cos\varphi \sin\theta}, \frac{-2(\ell - \tau)}{T_{y0} \sin\varphi \sin\theta}\right) d\tau, \quad (7)$$

式中  $\tau$  为积分变量,

$$v_x = \left| \frac{T_{x0}}{2} \cos \varphi \sin \theta \right|, \quad v_y = \left| \frac{T_{y0}}{2} \sin \varphi \sin \theta \right|. \quad (8)$$

显然,当口径分布可分离时,上面这些式子就蜕化为文献[4]的结果. 在一般情况下,求积分式(4)–(7),关键在于求出它们的实际积分限. 实际积分限由口径几何形状和延迟时间  $\ell$  决定. 作为例子,下面讨论矩形口径和圆形口径的情况.

### 三、并馈矩形口径天线

在天线口径为矩形时(参看文献[4]的图1),式(4)–(6)的实际积分上、下限简单地为1和-1;而式(7)的实际积分限由  $B(x, y)$  的宗量的实际取值范围决定:

$$-1 \leq \frac{\tau}{v_x} \leq 1, \quad -1 \leq \frac{\ell - \tau}{v_y} \leq 1.$$

假定  $v_x \geq v_y$ , 则对于不同  $\ell$  值的积分限由图2所示的菱形确定. 因而当  $v_x \geq v_y$  时,

$$\frac{h(\ell, \theta, \varphi)}{16\pi R c v_x v_y} = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial \ell} \int_{-v_x}^{\ell+v_y} B\left(\frac{-2\tau}{T_{x0} \cos \varphi \sin \theta}, \frac{-2(\ell-\tau)}{T_{y0} \sin \varphi \sin \theta}\right) d\tau, & -v_x - v_y \leq \ell \leq -v_x + v_y; \\ \frac{\partial}{\partial \ell} \int_{\ell-v_y}^{\ell+v_y} B\left(\frac{-2\tau}{T_{x0} \cos \varphi \sin \theta}, \frac{-2(\ell-\tau)}{T_{y0} \sin \varphi \sin \theta}\right) d\tau, & -v_x + v_y \leq \ell \leq v_x - v_y; \\ \frac{\partial}{\partial \ell} \int_{\ell-v_y}^{v_x} B\left(\frac{-2\tau}{T_{x0} \cos \varphi \sin \theta}, \frac{-2(\ell-\tau)}{T_{y0} \sin \varphi \sin \theta}\right) d\tau, & v_x - v_y \leq \ell \leq v_x + v_y; \\ 0, & |\ell| \geq v_x + v_y. \end{cases} \quad (9)$$

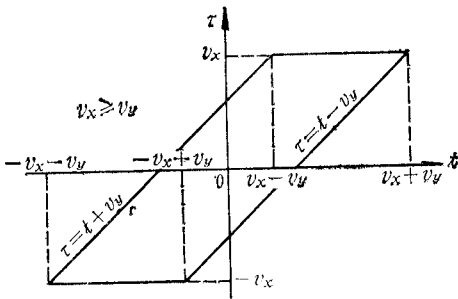


图2 式(7)的实际积分限的确定

均匀分布时,由式(9)很易得到文献[4]的式(17).

作为口径分布不可分离的实例,让我们讨论可以看作归一化口径幅度分布为  $B(r) = (1 - r^2) \text{rect}\left(r - \frac{1}{2}\right)$  的圆形口径天线对称地截成的矩形天线,这里  $r$  为该圆形天线口径中心至口径上任一点的归一化距离. 对于这个矩形天线,

$$B(x, y) = (1 - \kappa_x x^2 - \kappa_y y^2) \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{2}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{2}\right), \quad (10)$$

式中  $\kappa_x$  和  $\kappa_y$  为常数系数;因而

$$h(\ell, 0, \varphi) = \frac{LW}{2\pi R c} \left(1 - \frac{\kappa_x + \kappa_y}{3}\right) \frac{d}{d\ell} \delta(\ell), \quad (11)$$

$$h\left(\ell, \theta, \begin{Bmatrix} 0 \\ \pi \end{Bmatrix}\right) = -\frac{LW(1 + \cos\theta)}{4\pi Rc} \kappa_x \frac{2^2}{(T_{x0} \sin\theta)^2} \frac{2\ell}{T_{x0} \sin\theta}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{h(\ell, \theta, \varphi)}{LW(1 + \cos\theta)} \\ & \frac{16\pi Rc v_x v_y}{16\pi Rc v_x v_y} \\ & = \begin{cases} 1 - \kappa_x \left(\frac{\ell}{v_x} + \frac{v_y}{v_x}\right)^2 - \kappa_y \left(\frac{\ell}{v_y} + \frac{v_x}{v_y}\right)^2, & -v_x - v_y \leq \ell \leq -v_x + v_y; \\ -4\kappa_x \frac{v_y}{v_x} \frac{\ell}{v_x}, & -v_x + v_y \leq \ell \leq v_x - v_y; \\ -1 + \kappa_x \left(\frac{\ell}{v_x} - \frac{v_y}{v_x}\right)^2 + \kappa_y \left(\frac{\ell}{v_y} - \frac{v_x}{v_y}\right)^2, & v_x - v_y \leq \ell \leq v_x + v_y; \\ 0, & |\ell| \geq v_x + v_y; \end{cases} \cdot v_x \geq v_y. \end{aligned} \quad (13)$$

图 3 给出了式(13)的示意图。

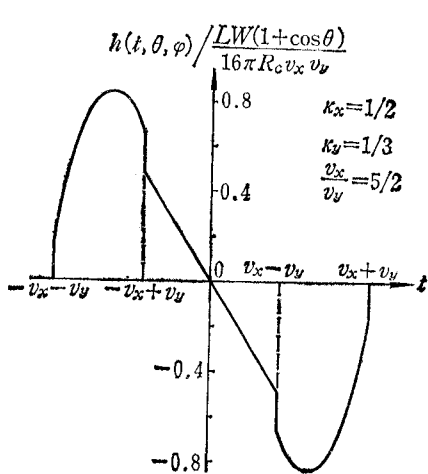


图 3 口径分布为式(10)的并馈天线冲激响应

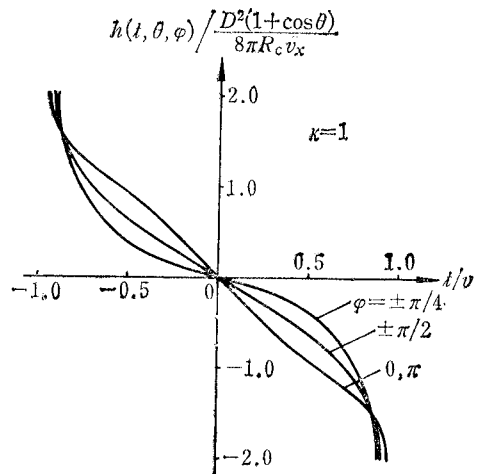


图 4 口径分布为式(19)的并馈天线冲激响应

#### 四、并馈圆形口径天线

对于并馈圆形口径天线(参看文献[4]的图 5), 式(4)~(7)中的  $L, W$  便为口径直径  $D$ , 这些式子的实际积分限由  $B(x, y)$  的宗量的实际取值范围  $x^2 + y^2 \leq 1$  确定。因而

$$h(\ell, 0, \varphi) = \frac{D^2}{8\pi Rc} \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} B(x, y) dx dy \frac{d}{dt} \delta(\ell), \quad (14)$$

$$h\left(\ell, \theta, \begin{Bmatrix} 0 \\ \pi \end{Bmatrix}\right) = \frac{D^2(1 + \cos\theta)}{16\pi Rc v} \frac{\partial}{\partial \ell} \int_{-\sqrt{1-\ell^2/v^2}}^{\sqrt{1-\ell^2/v^2}} B\left(\mp \frac{\ell}{v}, y\right) dy, \quad (15)$$

$$h\left(\ell, \theta, \pm \frac{\pi}{2}\right) = \frac{D^2(1 + \cos\theta)}{16\pi Rc v} \frac{\partial}{\partial \ell} \int_{-\sqrt{1-\ell^2/v^2}}^{\sqrt{1-\ell^2/v^2}} B\left(x, \mp \frac{\ell}{v}\right) dx, \quad (16)$$

$$h(\ell, \theta, \varphi) = \frac{D^2(1 + \cos\theta)}{16\pi R c v_x v_y} \frac{\partial}{\partial t} \int_{(v_x^2 - v_x v_y \sqrt{v^2 - \ell^2})/v^2}^{(v_x^2 + v_x v_y \sqrt{v^2 - \ell^2})/v^2} \cdot B\left(\frac{-2\tau}{T_{a0} \cos\varphi \sin\theta}, \frac{-2(\ell - \tau)}{T_{a0} \sin\varphi \sin\theta}\right) d\tau, \quad (17)$$

式中

$$T_{a0} = \frac{D}{c}, \quad v = \frac{T_{a0}}{2} \sin\theta, \\ v_x = \left| \frac{T_{a0}}{2} \cos\varphi \sin\theta \right|, \quad v_y = \left| \frac{T_{a0}}{2} \sin\varphi \sin\theta \right|. \quad (18)$$

可以证明,在口径分布圆对称时,式(14)和(17)分别蜕化为文献[4]的式(33)和(32);特别是在均匀分布时,由式(17)很易得到文献[4]的式(34)。

作为口径分布非圆对称的实例,让我们讨论可以看作由归一化口径幅度分布为  $B(x, y) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right) \text{rect}\left(\frac{x}{2}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{2}\right)$  的矩形口径天线对称地截成的圆形口径天线。对于该圆形天线,

$$B(x, y) = \cos(\kappa x) \text{rect}\left(\sqrt{x^2 + y^2} - \frac{1}{2}\right), \quad (19)$$

式中  $\kappa$  为常数系数;因而

$$h(\ell, 0, \varphi) = \frac{D^2}{4Rc} \frac{J_1(\kappa)}{\kappa} \frac{d}{d\ell} \delta(\ell), \quad (20)$$

$$h\left(\ell, \theta, \left\{ \begin{matrix} 0 \\ \pi \end{matrix} \right\}\right) = -\frac{D^2(1 + \cos\theta)}{8\pi R c v^2} \left[ \frac{\ell/v}{\sqrt{1 - \ell^2/v^2}} \cos \frac{\kappa\ell}{v} \right. \\ \left. + \kappa \sqrt{1 - \ell^2/v^2} \sin \frac{\kappa\ell}{v} \right] \text{rect}\left(\frac{\ell}{2v}\right), \quad (21)$$

$$h\left(\ell, \theta, \pm \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{D^2(1 + \cos\theta)}{8\pi R c v^2} \frac{\ell/v}{\sqrt{1 - \ell^2/v^2}} \\ \cdot \cos(\kappa \sqrt{1 - \ell^2/v^2}) \text{rect}\left(\frac{\ell}{2v}\right), \quad (22)$$

$$h(\ell, \theta, \varphi) = -\frac{D^2(1 + \cos\theta)}{8\pi R c v^2} \left[ \frac{\ell/v}{\sqrt{1 - \ell^2/v^2}} \cos\left(\kappa \frac{\ell}{v} \frac{v_x}{v}\right) \right. \\ \cdot \cos\left(\kappa \frac{v_y}{v} \sqrt{1 - \frac{\ell^2}{v^2}}\right) + \frac{v_x}{v_y} \sin\left(\kappa \frac{\ell}{v} \frac{v_x}{v}\right) \\ \left. \cdot \sin\left(\kappa \frac{v_y}{v} \sqrt{1 - \frac{\ell^2}{v^2}}\right) \right] \text{rect}\left(\frac{\ell}{2v}\right). \quad (23)$$

不同  $\varphi$  值的  $h(\ell, \theta, \varphi) \sim \ell$  曲线见图 4。

## 五、二维端馈矩形口径天线

馈源端在  $\xi = -L/2, \eta = -W/2$  的二维端馈矩形口径天线(参看文献[4]的图 1)

的归一化口径分布为

$$A(x, y, \omega) = B(x, y) \exp \left[ -j \frac{T_x}{2} (\omega - \omega_c) x - j \frac{T_y}{2} (\omega - \omega_c) y \right], \quad (24)$$

式中  $B(x, y)$  为归一化口径幅度分布,  $T_x$  和  $T_y$  分别为射频脉冲沿  $\xi$  方向和沿  $\eta$  方向从天线一端传输至另一端的时间,  $\omega_c$  为天线中心角频率. 将式 (24) 代入式 (2) 后, 先对  $\omega$  积分, 再对  $x$  积分, 并作必要的积分变量变换, 可得

$$h(\ell, \theta, \varphi) = \frac{LW(1 + \cos \theta)}{16\pi R c v_x v_y} \cdot \frac{\partial}{\partial \ell} \int_{-\infty}^{\infty} B\left(\frac{\tau}{v_x}, \frac{\ell - \tau}{v_y}\right) e^{j \frac{\omega_c}{v_x} \tau + j \frac{\omega_c}{v_y} (\ell - \tau)} d\tau, \quad (25)$$

式中

$$a_x = 1 - \frac{T_{x0}}{T_x} \cos \varphi \sin \theta, \quad a_y = 1 - \frac{T_{y0}}{T_y} \sin \varphi \sin \theta, \quad (26)$$

$$v_x = \frac{a_x}{2} T_x, \quad v_y = \frac{a_y}{2} T_y. \quad (27)$$

显然, 当口径幅度分布可分离时, 式 (25) 便蜕化为文献 [4] 的式 (24). 式 (25) 的实际积分限和并馈矩形天线时一样, 当  $v_x \geq v_y$  时由图 2 所示的菱形确定, 这时的  $v_x$  和  $v_y$  当然由式 (27) 定义. 对于窄带射频信号, 式 (25) 中的  $\partial/\partial \ell$  可用  $j\omega_c$  代替<sup>[3,4]</sup>.

作为口径分布不可分离的实例, 我们给出口径幅度分布为式 (10) 的二维端馈矩形天线在法线方向上对于窄带射频信号的冲激响应  $h(\ell, 0, \varphi)$  (假定  $v_x \geq v_y$ ):

$$\frac{h(\ell, 0, \varphi)}{j \frac{LW\omega_c}{8\pi R c v_x v_y} e^{j\omega \ell}} = \begin{cases} \ell + v_x + v_y - \frac{\kappa_x}{3v_x^2} [(\ell + v_y)^3 + v_x^3] - \frac{\kappa_y}{3v_y^2} [(\ell + v_x)^3 + v_y^3], & -v_x - v_y \leq \ell \leq -v_x + v_y; \\ 2v_y \left[ 1 - \frac{\kappa_y}{3} - \frac{\kappa_x}{3v_x^2} (3\ell^2 + v_y^2) \right], & -v_x + v_y \leq \ell \leq v_x - v_y; \\ -\ell + v_x + v_y + \frac{\kappa_x}{3v_x^2} [(\ell - v_y)^3 - v_x^3] + \frac{\kappa_y}{3v_y^2} [(\ell - v_x)^3 - v_y^3], & v_x - v_y \leq \ell \leq v_x + v_y; \\ 0, & |\ell| \geq v_x + v_y; \end{cases} \quad (28)$$

式中  $v_x = \frac{T_x}{2}$ ,  $v_y = \frac{T_y}{2}$ .  $h(\ell, 0, \varphi)$  的示意曲线见图 5.

## 六、一维端馈一维并馈矩形口径天线

$\xi$  方向为端馈(馈源端在  $\xi = -L/2$  处)、 $\eta$  方向为并馈的矩形口径天线的  $A(x, y, \omega)$  可表示为

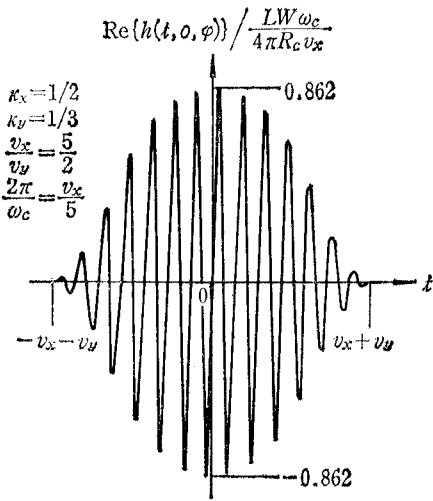


图5 口径幅度分布为式(10)的二维端馈矩形天线在法线方向上对于窄带射频信号的冲激响应

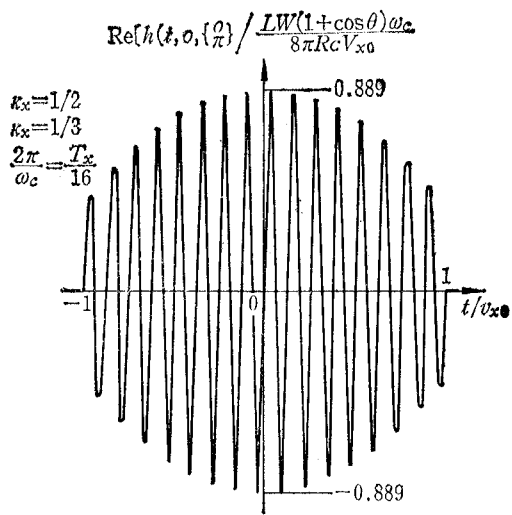


图6 口径幅度分布为式(10)的一维端馈一维并馈矩形天线在主平面  $\varphi = \left\{ \frac{0}{\pi} \right\}$  内对于窄带射频信号的冲激响应

$$A(x, y, \omega) = B(x, y) \exp \left[ -j \frac{T_x}{2} (\omega - \omega_c) x \right]. \tag{29}$$

利用前面的方法, 不难证明该天线的冲激响应为

$$h(\ell, \theta, \varphi) = \frac{LW(1 + \cos \theta)}{16\pi R_c v_x v_y} \frac{\partial}{\partial \ell} \int_{-\infty}^{\infty} B\left(\frac{\tau}{v_x}, \frac{-2(\ell - \tau)}{T_{y0} \sin \varphi \sin \theta}\right) e^{j \frac{\omega_c}{v_x} \tau} d\tau, \tag{30}$$

式中

$$v_x = \frac{a_x}{2} T_x, \quad v_y = \left| \frac{T_{y0}}{2} \sin \varphi \sin \theta \right|, \tag{31}$$

其余符号同前。在主平面  $\varphi = \left\{ \frac{0}{\pi} \right\}$  内,

$$h\left(\ell, \theta, \left\{ \frac{0}{\pi} \right\}\right) = \frac{LW(1 + \cos \theta)}{16\pi R_c v_{x0}} \frac{\partial}{\partial \ell} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} B\left(\frac{\ell}{v_{x0}}, y\right) dy e^{j \frac{\omega_c}{v_{x0}} \ell} \right], \tag{32}$$

式中

$$a_{x0} = 1 \mp \frac{T_{x0}}{T_x} \sin \theta, \quad v_{x0} = \frac{a_{x0}}{2} T_x.$$

显然, 当口径幅度分布可分离时, 式(30)和(32)分别蜕化为文献[4]的式(19)和(21)。式(30)的实际积分限在  $v_x \geq v_y$  时, 仍由图2所示的菱形确定, 这时的  $v_x$  和  $v_y$  当然由式(31)定义。对于窄带射频信号, 式(30)和(32)中的  $\partial/\partial t$  也可用  $j\omega_c$  代替。

作为口径分布不可分离的实例, 我们给出口径幅度分布为式(10)的一维端馈一维并馈矩形天线在主平面  $\varphi = \left\{ \frac{0}{\pi} \right\}$  内对于窄带射频信号的冲激响应:

$$h\left(\ell, \theta, \left\{ \frac{0}{\pi} \right\}\right) = j \frac{LW(1 + \cos \theta) \omega_c}{8\pi R_c v_{x0}} \left( 1 - \frac{x_y}{3} \right)$$

$$-k_x \frac{\ell^2}{v_{x0}^2} e^{j\frac{\omega}{v_{x0}}\ell} \text{rect}\left(\frac{\ell}{2v_{x0}}\right). \quad (33)$$

$h\left(\ell, \theta, \left\{\begin{smallmatrix} 0 \\ \pi \end{smallmatrix}\right\}\right)$  的示意图见图 6.

## 七、结 束 语

本文证明了任意形状的并馈口径天线在任意幅度分布时的冲激响应和端馈矩形口径天线在任意幅度分布时的冲激响应都可用口径幅度分布表达出来, 而并馈与端馈矩形天线在口径分布可分离时的冲激响应和并馈圆形天线在口径分布圆对称时的冲激响应则是这种一般情况的特例.

## 参 考 文 献

- [1] R. E. Collin and F. J. Zucker, *Antenna Theory*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1969, Vol. 1, Chap. 8.
- [2] M. I. Skolnik, *Radar Handbook*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1970, chap. 9 and 13.
- [3] 胡汉南, 电子科学学刊, **6**(1984), 235.
- [4] 胡汉南, 电子科学学刊, **7**(1985), 28.

## IMPULSE RESPONSES OF APERTURE ANTENNAS WITH ARBITRARY APERTURE DISTRIBUTIONS

Hu Hannan

(Shanghai Ship and Shipping Research Institute)

On the basis of the equation of Fresnel-Kirchhoff scalar diffraction field, it is shown that the impulse responses of parallel-fed aperture antennas of arbitrary configurations with arbitrary aperture amplitude distributions and those of end-fed rectangular aperture antennas with arbitrary aperture amplitude distributions can all be expressed in the aperture amplitude distributions, and that the impulse responses of rectangular aperture antennas with separable aperture distributions and those of circular aperture antennas with circularly symmetric distributions are special cases of the above general ones.