动态多播最小生成树算法 [1]

胡光岷 李乐民 安红岩 *

(电子科技大学宽带光纤传输与通信系统技术国家重点实验室 成都 610054)

*(成都理工大学应用数学系 成都 610059)

摘 要 在 IP 多播网络中，如何选择合适的路由、优化配置、以减少开支，是 IP 多播业务推广使用的关键．该文针对 IP 多播动态路由选择的特点和现有算法的不足，提出了一种新的动态多播最小生成树算法 (DMPH)．随机网络模型的仿真结果表明： DMPH 算法生成的多播树总费用与静态算法基本一致，优于现有的动态算法；计算复杂性较静态算法有很大降低．

关键词 多播，最小代价，动态算法

中图号 TN919.3

1 引 言

IP 多播技术可以有效地解决单点发送多点接收、多点发送多点接收的问题．在多媒体会议、数据分发、分布式并行处理和分布式交互仿真等方面获得了广泛的应用．根据 IP 多播的基本模型，目标 IP 主机可以在任何时候，通过多播地址告诉路由器该主机希望加入或退出那一个多播组，即可实现多播成员的动态加入或退出．此时多播路由器必须生成和维护一棵多播生成树，而这棵多播生成树将随着多播组成员的变化处于动态变化中．

当多播组成员发生变化时，最小代价多播生成树的计算有两种方式：一种是丢掉现有的多播生成树，使用静态算法重新计算；另一种是使用动态算法，在现有多播生成树的基础上，进行适当的修改，获得适应目前情况的新的多播生成树．使用静态算法有两个缺点，一是计算复杂性较高，浪费大量的 CPU 时间．另一个缺点是由于最小代价多播生成树的计算是一个典型的 NP 完全问题 [1,2]，可计算得到的是一棵近似的最小代价生成树．而这样的近似生成树相当不稳定，它的形状随多播组中成员关系的改变而改变．使用静态算法重新计算很可能得到一棵与原生成树很不相同的生成树，造成网络中路由器频繁改变其路由表．即可能由于多播组成员关系的微小变化，带来网络路由表的显著变化，使网络处于不稳定状态．

针对动态多播最小生成树算法问题，人们提出了许多种解决方案，其中比较著名的有 DGA[3] (Dynamic Greedy Algorithm), SPT(Shortest Path Tree), GSDM[4](Geographic Spread Dynamic Multicast), VTDM[5](Virtual Trunk Dynamic Multicast) 和 DHMST[6](Dynamic Heuristic Minimal Spanning Tree) 等算法．其中 DGA, GSDM 和 VTDM 等算法具有计算速度快、与原生成树有较高的相似性等优点，但这些算法产生的生成树总费用一般较高，通常大于由静态 MPH 算法给出的生成树总费用．SPT 生成的是一颗最短路径树，保证根节点到每一个目标节点的路径最短 (或费用最低)，但并不保证生成树的总费用最低．DHMST 产生的生成树总费用较低，但计算复杂性较高，且增加节点后得到的生成树与原生成树的相似性较差．针对以上情况，本文提出一种适合于 IP 多播的动态多播最小生成树算法 DMPH．随机网络模型的仿真结果表明：DMPH 的生成树总费用大大低于前 4 种算法，也低于 DHMST 算法．计算复杂性、增加节点后得到的生成树与原生成树的相似性等优于 DHMST 算法和静态算法．

2 定义和术语

为简化对问题的讨论，我们将一个通信网络表示为一个带权无向图 $G = (V, A, C)$，其中 V

[1] 2001-07-16 收到， 2001-12-18 改回

代表网络中节点的集合； A 是一组边 (edge) 的集合，每条边用对应的两个节点 u, v 来表示：(u,v)，一对节点对应的两条边 (u,v) 和 (v,u) 费用相等，即这两条边对称； C 是各边对应费用 (cost) 的集合。图 G 中节点 v 的度 (degree) 是指与 v 关联的边的条数，在本文中路径最短和费用最小具有相同含义。

定义 1　给定一个无向图 $G=(V,A,C)$ ，一组端节点的集合 M ，一个源节点 s ，从 G 中生成一棵有向树 $T=(V_t,A_t)$ ，其中 $T\subseteq G, V_t\subseteq V, M\subseteq V_t, A_t\subseteq A$ 。源节点 s 到每一个端节点都有通路，并且 s 的入度为 0 ，树中其余节点的入度为 1 。端节点的出度大于或等于 0 ，其余节点的出度均大于或等于 1 。多播树 T 的总费用是树中的各边费用之和。多播树中源节点 s 和端节点 M 以外的节点称为 Steiner 节点。

定义 2　最短路径：节点 $u,v\in V$ 之间的最短路径是指从 u 到 v 费用最小的路径，用 $P(u,v)$ 表示。节点到树的最短路径是指该节点到树的各节点最短路径中费用最小的那条，该路径用 $PS(u,v)$ 表示 $(u\in V-V_t, v\in V_t)$，其中节点 v 被称为节点 u 的最小接应节点。节点到树的最短路径也称为树到节点的最短路径，节点到树最短路径的费用称为节点到树的最小距离。

定义 3　路径节点：节点 $u(u\in V-V_t)$ 到生成树的最短路径上，节点与最小接应节点之间的 Steiner 节点称为该节点的路径节点。

定义 4　超父节点：对于任何一个端节点，若节点 u 是它的祖先，且是满足以下两个条件之一的节点中距离该端节点最小者： (1) u 是端节点； (2) u 的出度大于 1 。

为讨论方便，也为了动态修改后得到的生成树与原生成树的相似性，我们认为由静态算法生成的多播最小生成树是严格意义的最小生成树，即满足定义 2(由于多播最小生成树的计算也是一个 NP 完全问题，静态算法生成的多播最小生成树是近似的最小生成树) 。由此得到：

定理 1　最小代价多播生成树中的任意一个节点 u 到其父节点的距离小于或等于 u 到树中其它节点 v 的距离 (v 不是 u 的子孙节点) 。

证明　对最小代价多播生成树中的任意一个节点 u ，若树中存在一个节点 v' ，使 (u, v') 的费用小于 u 到其父节点 v 的距离，且 v' 不是 u 的子孙节点。那么存在另一棵满足定义 1 的生成树，该生成树与原最小代价多播生成树相比，没有边 (u,v) ，而有边 (u,v') 。由于 (u,v') 的费用小于 (u,v) 的费用，因而原最小代价多播生成树不满足定义 2 。根据已知条件原最小代价多播生成树满足定义 2 ，所以假设不成立。　　证毕

定理 2　最小代价多播生成树中的任意一个端节点 u 到其超父节点的距离小于或等于 u 到其它节点 v 的距离 (v 不是 u 的子孙节点且不在超父节点到 u 的路径上) 。

定理 2 的证明与定理 1 类似。

3 动态多播最小生成树算法

我们提出的动态多播最小生成树算法 DMPH 是以快速静态多播最小生成树算法 FMPH (Fast Minimum Path cost Heuristic) 为基础的，为此有必要对其作简单的介绍。

3.1 快速静态多播最小生成树算法 (FMPH)

MPH (Minimum Path cost Heuristic) 被认为是静态多播最小生成树算法中较好的一种，在此基础上我们提出了 FMPH 算法，通过改进最短路径节点的搜寻过程，以较小的存储空间为代价，获得了计算效率很高的快速最小代价多播生成树算法，且该算法生成的多播树与 MPH 算法完全相同。 FMPH 算法的基本思想如下：

(1) 初始化　令 $k=1$, 从源点 s 开始，将单节点 s 作为 T_1 . 此时 $T_k=T_1, V_k=V_1=\{s\}$. 计算 M_k 中所有端节点到生成树 T_k 的最小距离和最短路径，并记忆之。

(2) 从 M_k 中选出到生成树距离最小的端点，并将该端点和该端点到生成树最小路径上所有的 Steiner 节点 (即该端点的路径节点) 一起加入生成树，从 M_k 中删除该端点.

(3) 对新加入的节点重复以下过程：考察 M_k 中所有端点到新加入节点的距离，若该距离小于该端节点到生成树 T_k 的距离，将该距离作为端点到生成树 T_k 的距离，并记下该端点到生成树 T_k 的最短路径.

(4) 重复 (2) 、 (3) 直到 M_k 为空.

假设每一个端节点到每一个节点的最短路径已知，总节点数为 n ，端节点数为 m ，总边数为 e ，则 MPH 算法的计算时间复杂度约为 $O(m^2n+e)$ 。 FMPH 算法的计算时间复杂度约为 $O(m^2k+e)$ ，其中 k 为最小代价多播生成树中任意一个端节点的路径节点个数。与 MPH 算法相比， FMPH 算法增加了数组用于存放 M_k 中所有端点到生成树的最小距离. 若采用邻接矩阵表示图，存储开销由 MPH 算法的 $O(mn+w)$ 增加为 $O(mn+w+m)$, 其中 w 为生成树中所包含的节点总数.

为提高动态多播最小生成树算法的计算效率，在静态计算多播最小生成树时应适当地保留一些数据结构，以备动态算法使用. 在使用 FMPH 算法静态计算多播最小生成树时，保留各端节点加入的顺序 $(v_1, v_2, \cdots, v_m)$ 和加入时端节点到生成树距离 dist[i] .

3.2 删除一个节点 y

从原生成树中删除一个多播结点 y 的方法是：如果 y 是多播树中的叶结点，则直接删除 y 及与 y 相连的连接. 若 y 是中间结点，删除 y 后，将 y 的子孙节点中的端节点组成一个集合 M_d ，将删除了集合 M_d 的子树记为 T_t, 采用如下算法将 M_d 中的节点加入生成树：

(1) 初始化　计算 M_d 中每一个节点到子树 T_t 的最短距离，记为 T-DIS, 并令集合 Q 为空.

(2) 在 M_d 不为空的条件下，选择 M_d 中到 T_t 距离最短或在原生成树中到接应节点距离最短 (且接应节点在 T_t 中) 的端节点 x ，将 x 和 x 到生成树最小路径上所有的 Steiner 节点和 x 在原生成树中所有的子孙节点一起加入生成树，从 M_d 中删除所有已加入生成树的端点. 若 M_d 不为空，转下一步，否则程序结束.

(3) 若 x 目前的接应节点与在原生成树中的接应节点不同，则在生成树中每加入一个接应节点 u ，判断其是否是原生成树中的节点. 若不是，则将该节点加入 Q . 每在 Q 中加入一个节点，考察新加入节点到 M_d 中每一节点 v 的距离，若该距离小于节点 v 到子树 T_t 的距离，则将该距离作为节点 v 到子树 T_t 的距离. 转 (2) .

3.3 加入多个端节点

加入多个端节点的算法如下：

(1) 初始化　令 $k=1$, 从源点 s 开始，将单节点 s 作为 T_1 . 此时 $T_k=T_1, V_1=V_k=\{s\}$, 并将所有要加入的节点组成集合 N ，将 N 中每一个节点到 s 的距离作为节点到 T_k 的距离，记为 y-DIS[i] . 并令集合 Q 为空，令 M_k 中所有节点到集合 Q 的距离为无穷大.

(2) 根据静态计算多播最小生成树时，各端点加入的顺序，在 M_k 和 N 不为空的条件下，依次比较 dist[k] 与 N 到 T_k 的最短距离 y-DIS-min . 若 dist[k] 不大于 y-DIS-min ，则将相应的端点和该端点到生成树最小路径上所有的 Steiner 节点一起加入生成树 (即该端点的路径节点) ，从 M_k 中删除该端点. 比较 N 中每一个节点到每一个新加入节点的距离，若该距离小于 y-DIS[i] ，则将该距离作为 y-DIS[i] . 每加入一个节点， k 的值加 1 ，重复本步骤. 若 dist[k] 大于 y-DIS-min 或 M_k 为空，则将 y-DIS-min 对应的端点 y 和 y 到 z(z 为 y 的接应节点) 的路径上所有的 Steiner 节点一起加入生成树. 若 M_k 不为空，转下一步，否则程序结束.

(3) 生成树每加入一个节点 u ，判断新加入的节点是否是原生成树中的节点. 若不是，则将该节点加入 Q .

(4) 每在 Q 中加入一个节点，考察新加入节点到 M_k 中每一节点 v 的距离，若该距离小于节点 v 到集合 Q 的距离，则将该距离作为节点 v 到集合 Q 的距离．并在 M_k 中选出到集合 Q 距离最近的节点．

(5) 设 M_k 中到集合 Q 距离最近的节点到集合 Q 的距离为 D_t，比较 y-DIS-min 、 dist[k], D_t 三者的大小，若 dist[k] 最小，则将相应的端点 v_k 和该端点到生成树最小路径上所有的 Steiner 节点一起加入生成树 (生成树每加入一个节点 u，考察 u 到集合 N 中每一个元素 i 的距离，若小于 y-DIS[i], 则令 y-DIS[i] 为 u 到元素 i 的距离，令 u 为元素 i 的接应节点)．从 M_k 中删除该端点 (若 M_k 为空，程序结束)．若 v_k 就是 M_k 中到集合 Q 距离最近的节点，则从 M_k 中重新选择一个到集合 Q 距离最近的节点．令 $k=k+1$ 直到 $V_k \in M_k$，重复步骤 (5)．若 D_t 最小，则将 M_k 中到集合 Q 距离最近的端点和该端点到生成树最小路径上所有的 Steiner 节点一起加入生成树从 M_k 中删除该端点 (若 M_k 为空，程序结束)，转 (3)．若 y-DIS-min 最小，将 y-DIS-min 对应的端点 y 和 y 到 z(z 为 y 的接应节点) 的路径上所有的 Steiner 节点一起加入生成树和集合 Q，转 (4)．

使用上述算法的思路，我们还可以方便地推导出加入一个端节点、删除多个端节点和同时加入并删除多个端节点的动态算法，由于篇幅关系，不再一一列出．本算法要求保留用 FMPH 算法静态计算多播最小生成树时，各端节点加入的顺序和加入时端节点到生成树距离．同时增加了数组用于存放 M_k 中所有端点到生成树的最小距离，使用存储空间增加量的数量级为 $O(m)$，存储空间需求的增加量不影响算法的可实现性．

4 仿真试验及分析

为了验证我们提出方法的正确性和有效性，我们采用了随机网络模型进行试验，比较 DMPH 、 VTDM 、 DGA 和 FMPH 算法生成最小代价多播生成树的总代价或计算时间．结果发现在所有的随机网络模型中， DMPH 算法生成最小代价多播生成树的总代价远小于 VTDM 和 DGA 算法，计算时间远小于 FMPH 算法．

为了产生具有实际网络特征的随机网络图，我们采用文献 [4] 中的方法生成随机网络模型．n 个节点随机地分布在直角坐标系内 (节点的坐标均为整数)，节点之间的欧氏距离作为其费用．节点之间的连通性由连通概率 $P(u,v)$ 决定， $P(u,v)$ 的值由 u,v 之间的距离决定： $P(u,v)=\beta e^{-d(u,v)/L\alpha}$．这里 $d(u,v)$ 是 u 和 v 之间的距离， L 是任意两节点间的最大距离， α 和 β 是调节网络图特征的参数．当 α 增加时，长边相对短边的比增加； β 增加，节点的度也随着增加．调整 α 和 β 可以产生不同类型的随机网络图，使之更接近实际网络．为讨论方便起见，我们采用与文献 [4] 中相同的参数： $\alpha=0.4, \beta=0.4$．本文中所有的仿真试验均在 1.3GHz 的 Pentium IV 计算机 (内存 256M) 上完成．

图 1 是网络节点数固定为 200 个，原端节点数为 40 个，端节点数增加 1–100 个时 (每次增加 1 个端节点)，用 VTDM ， DGA ， MPH 和 DMPH 等 4 种算法计算的最小代价多播生成树总费用增加量随端节点数增加的变化曲线．从图中可以看出 VTDM 算法总费用增加量最大， DGA 算法次之． MPH 和 DMPH 两种算法的总费用增加量相差不大 (有时 DMPH 算法的总费用增加量还有可能小于 MPH 算法的总费用增加量，但在大多数情况下， MPH 算法的总费用增加量略小于 DMPH 算法的总费用增加量)，均小于前两种算法的总费用增加量．

图 2 是节点数固定为 300，端节点数从 30–180 个，端节点数的增加量为原端节点数的 50% 时 (每次增加 1 个端节点)，用 DGA ， MPH 和 DMPH 等 3 种算法计算的最小代价多播生成树总费用增加量随端节点数增加的变化曲线．与图 1 类似， DGA 算法总费用增加量最大． MPH 和 DMPH 两种算法的总费用增加量相差不大，均小于前一种算法的总费用增加量．

图 3 是节点数从 50–300 个，端节点数为的网络节点数 40%，端节点数减少为原节点数的 20% 时 (每次减少 1 个端节点)，用 DGA,MPH,DHMST 和 DMPH 等 4 种算法计算的最小代价多播生成树总费用减少量随总节点数的变化曲线。从图中可以看出 DGA 算法总费用减少量最小，DHMST 算法次之，MPH 和 DMPH 两种算法的总费用减少量相差不大 (大多数情况下，DMPH 算法的总费用减少量略小于 MPH 算法的总费用减少量)，均大于 DGA 和 DHMST 算法的总费用减少量。

图 4 是节点数固定为 300，端节点数从 40–200 个，对每种情况增加 1 个端节点。动态算法 DMPH 与静态算法 FMPH 和 DHMST 算法的计算时间比较曲线。从图中可以看出，静态算法 FMPH 的时间复杂度最大，DHMST 算法次之，动态算法 DMPH 计算复杂度最低。

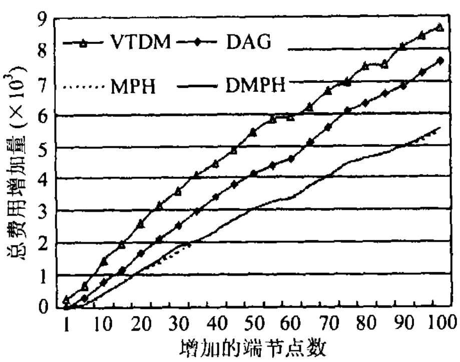

图 1 总费用增加量随端节点数增加的变化曲线

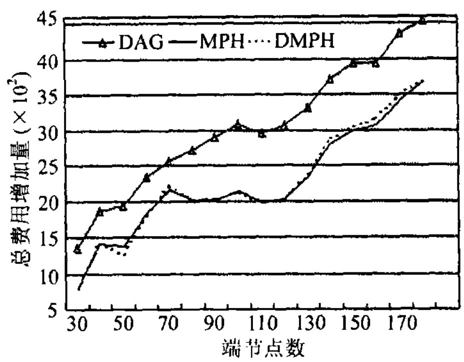

图 2 总费用增加量随端节点数变化曲线

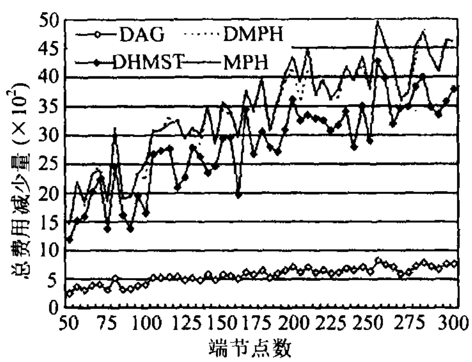

图 3 总费用减少量随网络节点数变化曲线

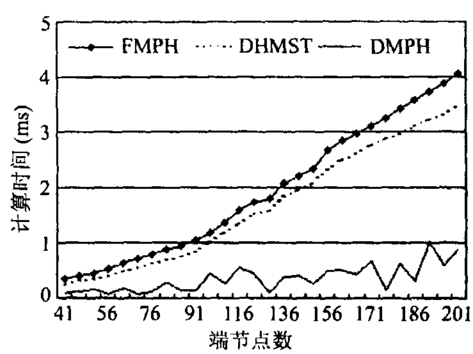

图 4 减少一个节点时，计算时间随网络节点数变化曲线

5 结 论

本文提出了一种动态的多播最小生成树算法 DMPH，该算法通过适当地保留静态计算时得到的一些数据，以较小的存储空间为代价，获得了计算效率较高的动态的多播最小生成树算法。随机网络模型的仿真结果和理论分析表明：DMPH 算法的生成树总费用大大低于现有的动态算法，计算复杂性大大低于 DHMST 算法和静态算法。该算法的提出为动态多播最小生成树的计算提供了一种新的选择。

参 考 文 献

[1] P. Winter, Steiner problem in networks: a survey , Networks, 1987, 17(2), 129-167.

[2] Wang Bin, C. Jennifer Hou, Multicast routing and its QoS extension: problem, algorithms and protocols, IEEE Network, 2000, 14(1), 22-35.

[3] B. M. Waxman, Routing of multipoint connections, IEEE J. on Selected Areas in Communications, 1988, 6(9), 1617-1622.

[4] J. Kadirire, G. Knight, Comparison of dynamic multicast routing algorithms for wide-area packet switched network, IEEE INFOCOM'95, Boston, IEEE, 1995, 212-219.

[5] Hwa-Chun Lin, Shou-Chuan Lai, VTDM—A dynamic multicast routing algorithm, IEEE INFOCOM'98, San Francisco, IEEE, 1998, 1426-1432.

[6] 龙元香，廖建新，陈俊亮，动态启发式最小生成树多播路由算法，北京邮电大学学报， 1999, 22(3), 29-33.

DYNAMIC MINIMUM PATH COST HEURISTIC ALGORITHM

Hu Guangmin Li Lemin An Hongyan*

(*National Key Lab of Fiber Communication, UEST of China, Chengdu* 610054, *China*)

*(*Department of Applied Mathematics, Chengdu Univ. of Tech., Chengdu* 610059, *China*)

Abstract In IP multicast network, how to choose appropriate multicast routes and optimize the configuration for reducing the cost of multicast are the key to popularize the multicast service. Aiming at characteristics of multicast routing algorithm and weakness of existing algorithm, a new dynamic multicast routing algorithm called Dynamic Minimum Path cost Heuristic (DMPH) is introduce. The simulation results show that the cost of tree from DMPH is similar to that of tree from static algorithm, and DMPH is faster than existing dynamic algorithms.

Key words Multicast, Minimum cost, Dynamic algorithm

胡光岷： 男， 1966 年生，副教授，主要研究方向为宽带网络通信技术.

李乐民： 男， 1932 年生，教授，博士生导师，中国工程院院士，研究方向为信息传输与通信网.

安红岩： 男， 1977 年生，硕士生，研究方向为宽带网络通信技术.