

用连续控制法实现变型蔡氏电路的同步¹

尹元昭

(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

摘 要 在蔡氏电路的 L 臂上加入 RC 并联电路, 用数值模拟研究这种变型蔡氏电路的分岔, 控制和同步特性.

关键词 混沌同步, 混沌保密通讯, 变型蔡氏电路

中图分类号 TN710, TN918

1 引 言

非线性确定性系统中的混沌现象和其在技术中的应用是一个越来越受到人们重视的新兴研究领域. 而混沌的控制和同步更是其中最活跃和具有实用意义的课题.

蔡氏电路发明于 1983 年^[1], 因为它极其简单又能显示出分岔和混沌的复杂的动力学特性而受到了广泛的研究^[2,3]. 本文在蔡氏电路的 L 臂上加入 RC 并联电路. 我们发现只要改变这个电路中的 R 或 C 就可产生由分岔到混沌的全过程. 而且这种变型蔡氏电路很容易控制和同步. 这对混沌保密通讯是十分有利的.

2 变型蔡氏电路的分岔和混沌特性

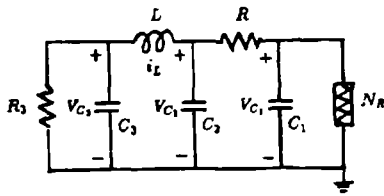


图 1 变型的蔡氏电路

我们的变型蔡氏电路如图 1 所示. 其电路方程为

$$\left. \begin{aligned} C_1 dV_{C_1}/dt &= G(V_{C_2} - V_{C_1}) - f(V_{C_1}), \\ C_2 dV_{C_2}/dt &= G(V_{C_1} - V_{C_2}) + i_L, \\ L di_L/dt &= V_{C_3} - V_{C_2}, \\ C_3 dV_{C_3}/dt &= -i_L - G_3 V_{C_3}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 $G = 1/R$, $G_3 = 1/R_3$ 而 $f(V) = G_b V + 0.5(G_a - G_b)[|V + B_p| - |V - B_p|]$ 是蔡氏二极管的特性曲线的数学表达式. 令

$$x = V_{C_1}/B_p, \quad y = V_{C_2}/B_p, \quad z = i_L/B_p G, \quad w = V_{C_3}/B_p, \quad \tau = tG/C_2,$$

$$\alpha = C_2/C_1, \quad \beta = C_2/LG^2, \quad \gamma_1 = G_3/G, \quad \gamma_2 = C_2/C_3,$$

¹ 1996-06-07 收到, 1997-03-18 定稿
国家自然科学基金资助项目

可将 (1) 式改写为无量纲形式：

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= \alpha(y - x - g(x)), \\ \dot{y} &= x - y + z, \\ \dot{z} &= -\beta(y - w), \\ \dot{w} &= -\gamma_2(z + \gamma_1 w), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

在我们的数值模拟中取以下的参数 $C_1=10\text{nF}$, $C_2=99.34\text{nF}$, $L=18.46\text{mH}$, $R=1.64\text{k}\Omega$, $B_p=1\text{V}$, $G_a = -0.76\text{mS}$, $G_b = -0.41\text{mS}$, 它给出 $\alpha=9.934$, $\beta=14.47$, $a = -1.246$, $b = -0.6724$, $g(x) = bx + 0.5(a - b)[|x + 1| - |x - 1|]$.

现在定义向上穿过 $y = 0$ 平面的交点集合为 Poincare 映射。图 2 到图 4 画出了单参数的分岔图 (V_{C_1} 对 C_3), 相应的相图 (V_{C_2} 对 V_{C_1}) 和 Poincare 映射 (V_{C_3} 对 V_{C_1}) ($R_3 = 60\Omega$), 在图 3 和图 4 中 $C_3 = 0.95\mu\text{F}$ (a), $1.1\mu\text{F}$ F(b) 和 $1.5\mu\text{F}$ (c), 是按图 2 取值的。从这些图可见从倍周期分岔到混沌的全过程。

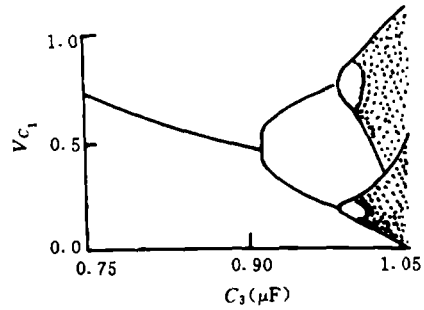


图 2 单参量分岔图

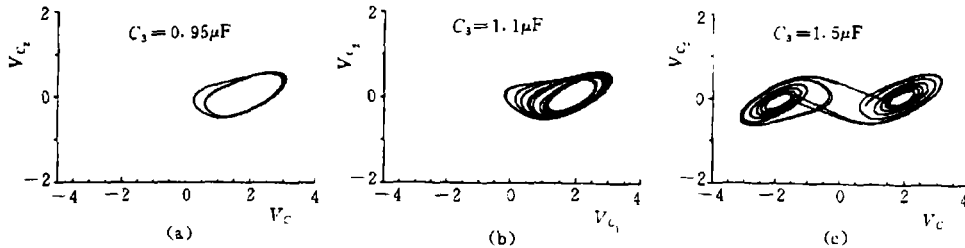


图 3 相应的相图

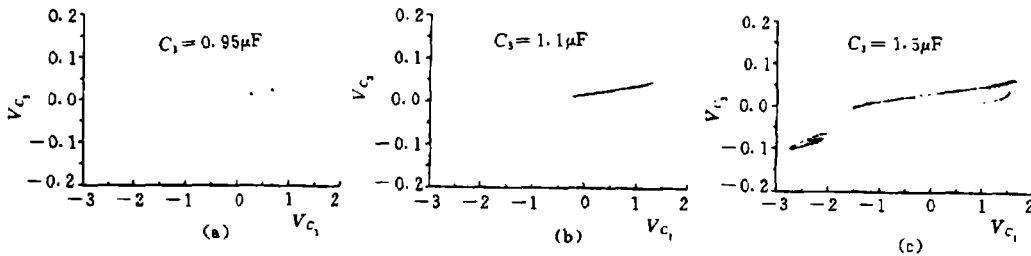


图 4 相应的 Poincare 映射

我们还可看到在倍周期和双涡吸引子之间存在着单涡吸引子 ($C_3 = 1.1\mu\text{F}$)。单涡更清楚地显示奇异吸引子是由无数个不稳定的倍周期轨道组成的。又当 $C_3 = 0.5\mu\text{F}$ 和 $R_3 = 60\Omega$ 时为稳定的固定点。

3 混沌控制和混沌同步

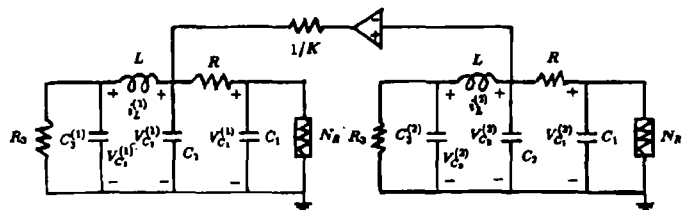


图5 两个单向耦合的变型蔡氏电路

我们用连续控制法^[4], 实现对这种变型蔡氏电路的混沌控制和同步, 图5为两个单向耦合的变型蔡氏电路. 其无量纲电路方程为

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}^{(1)} &= \alpha(y^{(1)} - x^{(1)} - g(x^{(1)})), \\ \dot{y}^{(1)} &= x^{(1)} - y^{(1)} + z^{(1)} + \gamma_3(y^{(2)} - y^{(1)}), \\ \dot{z}^{(1)} &= -\beta(y^{(1)} - w^{(1)}), \\ \dot{w}^{(1)} &= -\gamma_2^{(1)}(z^{(1)} + \gamma_1 w^{(1)}), \\ \dot{x}^{(2)} &= \alpha(y^{(2)} - x^{(2)} - g(x^{(2)})), \\ \dot{y}^{(2)} &= x^{(2)} - y^{(2)} + z^{(2)}, \\ \dot{z}^{(2)} &= -\beta(y^{(2)} - w^{(2)}), \\ \dot{w}^{(2)} &= -\gamma_2^{(2)}(z^{(2)} + \gamma_1 w^{(2)}), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

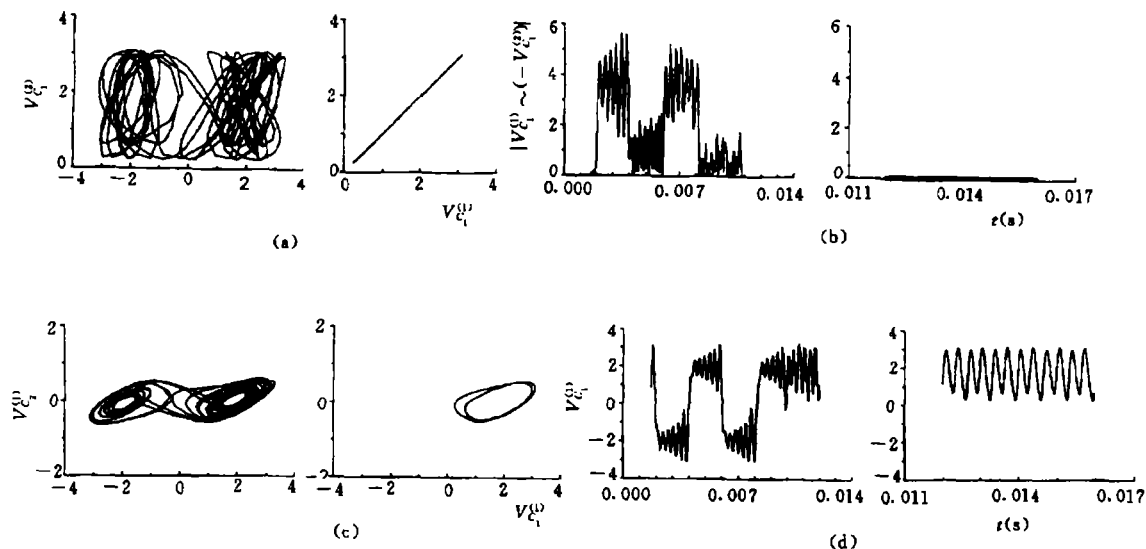


图6 两个变型蔡氏系统的控制和同步

$$C_3^{(2)} = 0.95\mu\text{F}, C_3^{(1)} = 1.5\mu\text{F}$$

(a) $V_{C_1}^{(2)}$ versus $V_{C_1}^{(1)}$, (b) $|V_{C_1}^{(1)} - V_{C_1}^{(2)}|$ versus t , (c) $V_{C_2}^{(1)}$ versus $V_{C_1}^{(1)}$, (d) $V_{C_1}^{(1)}$ versus t

其中 $\gamma_2^{(1)} = C_2/C_3^{(1)}$, $\gamma_2^{(2)} = C_2/C_3^{(2)}$, $\gamma_3 = K/G$, $K = 5.0$. 其它参量和上面提到的相同. 这两个

电路间的控制和同步是通过 (3) 式的第二个式子中的耦合项 $\gamma_3(y^{(2)} - y^{(1)})$ 实现的. 作为一个例子, 我们取驱动系统的 $C_3^{(2)} = 0.95\mu\text{F}$, 响应系统的 $C_3^{(1)} = 1.5\mu\text{F}$. 按图 2 当无耦合时它们分别对应双周期和双涡奇异吸引子. 由于有了单向耦合, 响应系统 (1) 被驱动系统 (2) 所控制, 经过一段过渡期后, 响应系统由原来的双涡变成双周期, 如图 6 所示. 为了避免过渡期, 所有的图都是从电路接通后约 1.6 mS 后开始画的. 初条件对响应系统为 $V_{C_1}^{(1)} = 1.5\text{V}$, $V_{C_2}^{(1)} = V_{C_3}^{(1)} = i_L^{(1)} = 0$, 对驱动系统为 $V_{C_1}^{(2)} = 1.6\text{V}$, $V_{C_2}^{(2)} = V_{C_3}^{(2)} = 0.1\text{V}$, $i_L^{(2)} = 0$. 显然两个变型蔡氏系统的控制和同步对初条件的差异不敏感.

进一步我们还发现两个变型蔡氏系统的控制和同步对 C_3 的差异也不敏感. 例如, 响应系统的 $C_3^{(1)} = 1.5\mu\text{F}$ 或 $5.0\mu\text{F}$ 而其它参量不变时, 都能很好地控制和同步. 显然这对保密通讯有利, 因为驱动系统能任意地改变“隐蔽”信号而仍然能很好地控制响应系统使之同步.

作为比较, 我们经过计算还得到两个参量完全相同的变型蔡氏电路的同步精确性比参量不完全相同时高出 5 个数量级, 而两个参量完全相同的蔡氏电路的同步精确性与两个参量不完全相同的变型蔡氏电路 ($C_3^{(1)}$ 和 $C_3^{(2)}$ 之差大于 $C_3^{(1)}$ 的两倍) 相近.

事实上电感 L 总有内阻 R_0 , 并随 L 增大而增大. 当然 R_0 也可包含与 L 串联的外加电阻, 我们发现变型蔡氏电路即使 R_0 很大时, 也可通过调节 R_3 或 C_3 , 容易产生混沌态.

4 结 论

本文提出了一种变型的蔡氏电路. 它能实现很精确的控制和同步, 即让周期态控制混沌态也可反向控制. 令 R_3 不变, 改变 C_3 或令 C_3 不变, 改变 R_3 , 可得到相似的结果. 变型的蔡氏电路的控制和同步对两个系统的初条件和参量的差异不敏感, 当 R_0 很大时也能产生混沌态. 因此尽管比蔡氏电路多了两个元件, 从三维问题变成了四维问题. 但更具有灵活性和适应性. 因此在混沌的产生、控制和同步方面, 进而在混沌保密通讯方面将有广泛的用途.

参 考 文 献

- [1] Chua L O. The genesis of Chua's circuit, *Int. J. Electron Commun.*, 1992, 46(4): 250-257.
- [2] Wu C W, Chua L O. A simple way to synchronize chaotic systems with applications to secure communication systems, *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 1993, 3(6): 1619-1627.
- [3] Schweiger J, et al. Synchronization theorem for a chaotic system, *Int. J. Bifurcation and Chaos*, 1993, 5(1): 297-302.
- [4] Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback, *Phys. Lett.*, 1992, A170(6): 421-428.

SYNCHRONIZATION OF CHAOS IN A MODIFIED CHUA'S CIRCUIT USING CONTINUOUS CONTROL

Yin Yuanzhao

(*Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing 100080*)

Abstract In this paper, Chua's circuit is modified by adding an RC parallel circuit into the L -arm in Chua's circuit. The bifurcation, control and synchronization of the modified Chua's circuit have been studied by computer simulation.

Key words Chaotic synchronization, Chaotic secure communication, The modified Chua's circuit

尹元昭: 男, 1937 年生, 研究员, 中国电子学会高级会员. 主要从事强流电子束产生相干辐射, 如自由电子激光器等等和电磁理论中的非线性问题, 如混沌等的研究工作.