

## 不对称传输线理论分析及实验研究<sup>1</sup>

杜晓燕 周东方\* 牛忠霞 张秀钢 朱强 孙昱

(信息工程大学信息工程学院通信工程系 郑州 450002)

\*(浙江大学信电系 杭州 310000)

**摘要:** 该文在假设双线传输线两线上电流大小相等、方向相反的条件下,运用双线传输线理论思想,推得不对称(电流)双线均匀传输线的电压、电流关系。由此,文中给出了一种分析双线传输线变压器的实用、有效的方法,且理论结果与实测结果具有较好的一致性。

**关键词:** 传输线理论分析, 双线均匀传输线, 传输线变压器, 多模馈电网络

**中图分类号:** TN811 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)05-0807-06

## A Theoretical Analysis and Experimental Study of Asymmetrical Transmission Line

Du Xiao-yan Zhou Dong-fang\* Niu Zhong-xia

Zhang Xiu-gang Zhu Qiang Sun Yu

(Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

\*(Zhejiang University, Hangzhou 310000, China)

**Abstract** In this paper, by supposing the currents on the two lines are equal but opposite and with the application of bifilar transmission-line theory, the current-voltage relationships of the asymmetrical (current) bifilar even transmission line are obtained. It also gives a useful and effective analysis method for bifilar transmission-line transformer. The calculated values are in good agreement with the metrical values.

**Key words** Transmission-line theory, Multimode feed network

### 1 引言

短波多模多馈天线是由天线体和馈电网络两部分组成的<sup>[1]</sup>。多模多馈馈电网络是多模多馈天线系统的关键技术,因此准确、有效地给出其分析方法,将为整个多模多馈全向天线系统的设计和优化提供有力的支持,并对传输线变压器、隔离器等短波、微波结构的设计和分析具有一定的参考价值。

本馈电网络是由阻抗变换器和隔离器组成的复杂网络结构。两种子结构(阻抗变换器或隔离器)的设计都是建立在传输线变压器的理论基础之上的,可以用分析传输线变压器的方法来分析。

如图 1 所示,在传输线变压器的分析、计算中,通常会应用对称( $i_1(Z') = i_2(Z')$ )传输线方程:

$$d\dot{U}/dZ' = Z_1 \dot{I}_1 \quad (1)$$

$$d\dot{I}_1/dZ' = Y_1 \dot{U} \quad (2)$$

<sup>1</sup> 2003-01-13 收到, 2003-03-27 改回  
国家自然科学基金资助项目 (No.60071031)

及其方程解:

$$\dot{U} = \dot{U}_L \cos(\beta Z') + j \dot{I}_L Z_0 \sin(\beta Z') \quad (3)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_L \cos(\beta Z') + j \frac{\dot{U}_L}{Z_0} \sin(\beta Z') \quad (4)$$

图 1 中, 在传输线上离负载  $Z'$  处取一高斯面  $S$ , 则通过  $S$  面的电流只有  $\dot{I}_1(Z')$  和  $\dot{I}_2(Z')$ 。显然, 此时  $\dot{I}_1(Z') = \dot{I}_2(Z')$ 。然而, 对于工作于低频的传输线变压器, 通过  $S$  面的电流并不只有  $\dot{I}_1(Z')$  和  $\dot{I}_2(Z')$ , 如图 2 所示 1:1 传输线变压器, 显然  $\dot{I}_1(Z') \neq \dot{I}_2(Z')$ 。此时, 不能直接用对称传输线方程来分析。

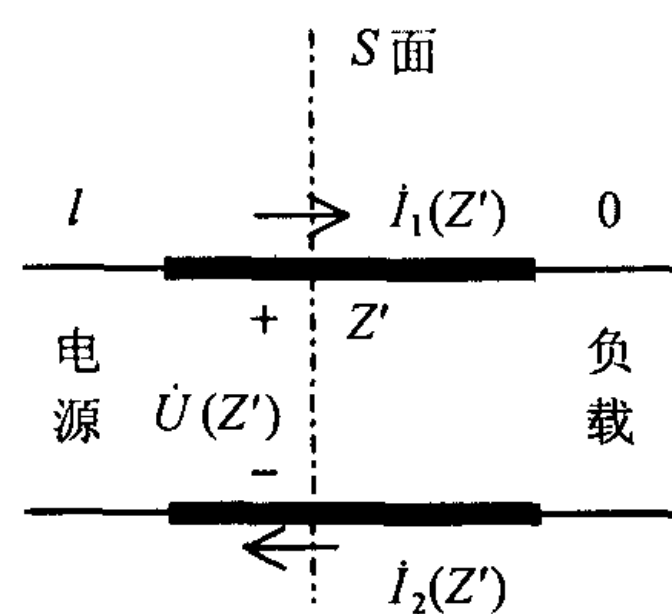


图 1

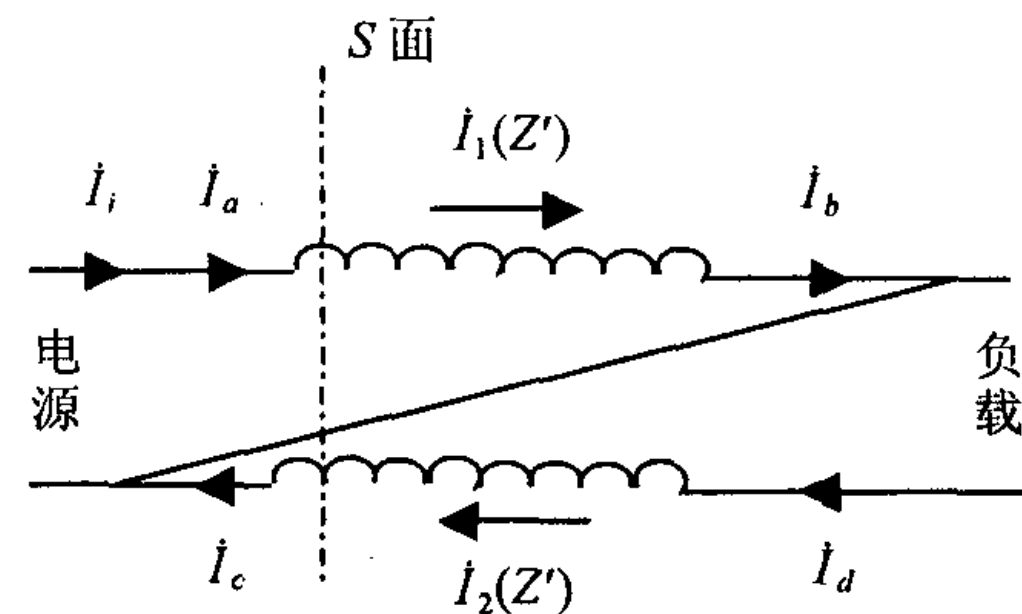


图 2 1:1 传输线变压器的物理模型

1959 年, Ruthroff 首先给出的双线 1:4 变换电路的输入阻抗, 是在忽略磁化电感、匝间电容等的影响下, 直接应用对称传输线方程得到的。在文献 [2] 中用它对阻抗变换器进行分析, 所得结论只适用于高频, 而不能用于低频。在文献 [3] 中, 作者也指出, 由 Ruthroff 首先给出的输入阻抗不能用于低频, 而且, 这一结论是建立在两线上电流大小相等、方向相反的假设之上的。文献 [3] 中还提到 Abrie 用两个模型来分别描述高、低频的特性, 指出不能忽略两线上电流的不同, 该文提出一种准确、但较烦琐的计算传输线变压器输入阻抗的方法。

本文在假设两线上电流不等的条件下, 参考对称传输线微分方程的推导思路, 建立了双线均匀传输线两线电流不对称条件下的微分方程。得出一个适用于双线均匀传输线变压器高、低频端网络参数的计算公式和相应的分析方法。能较正确地反映磁环在短波全频段对双线不对称均匀传输线变压器的作用。

## 2 不对称双线均匀传输线微分方程的一般解

由图 3 所示, 当  $\dot{I}_1(Z') \neq \dot{I}_2(Z')$  时, 可写出不对称双线均匀传输线的微分方程:

$$d\dot{U}/dZ' = Z_1(\dot{I}_1 + \dot{I}_2)/2 \quad (5)$$

$$d\dot{I}_1/dZ' = d\dot{I}_2/dZ' = Y_1\dot{U} \quad (6)$$

$$d\dot{U}_1/dZ' = Z_1\dot{I}_1/2 \quad (7)$$

其中,  $Z_1 = R_1 + j\omega L_1$ ,  $Y_1 = G_1 + j\omega C_1$ 。  $Z_1$ ,  $Y_1$  分别为单位长度传输线的串联阻抗和并联导纳;  $R_1$ ,  $G_1$ ,  $L_1$ ,  $C_1$  分别为单位长度传输线上的电阻、电导、电感和电容。

由式 (6) 可得  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + 2D$  ( $D$  为复常数)。

令  $\dot{I} = (\dot{I}_1 + \dot{I}_2)/2$ , 有:  $\dot{I}_1 = \dot{I} + D$ ,  $\dot{I}_2 = \dot{I} - D$ 。式 (5)~(7) 可化为

$$d\dot{U}/dZ' = Z_1 \dot{I} \quad (8)$$

$$d\dot{I}_1/dZ' = Y_1 \dot{U} \quad (9)$$

$$d\dot{U}_\pm/dZ' = Z_1(\dot{I} + D)/2 \quad (10)$$

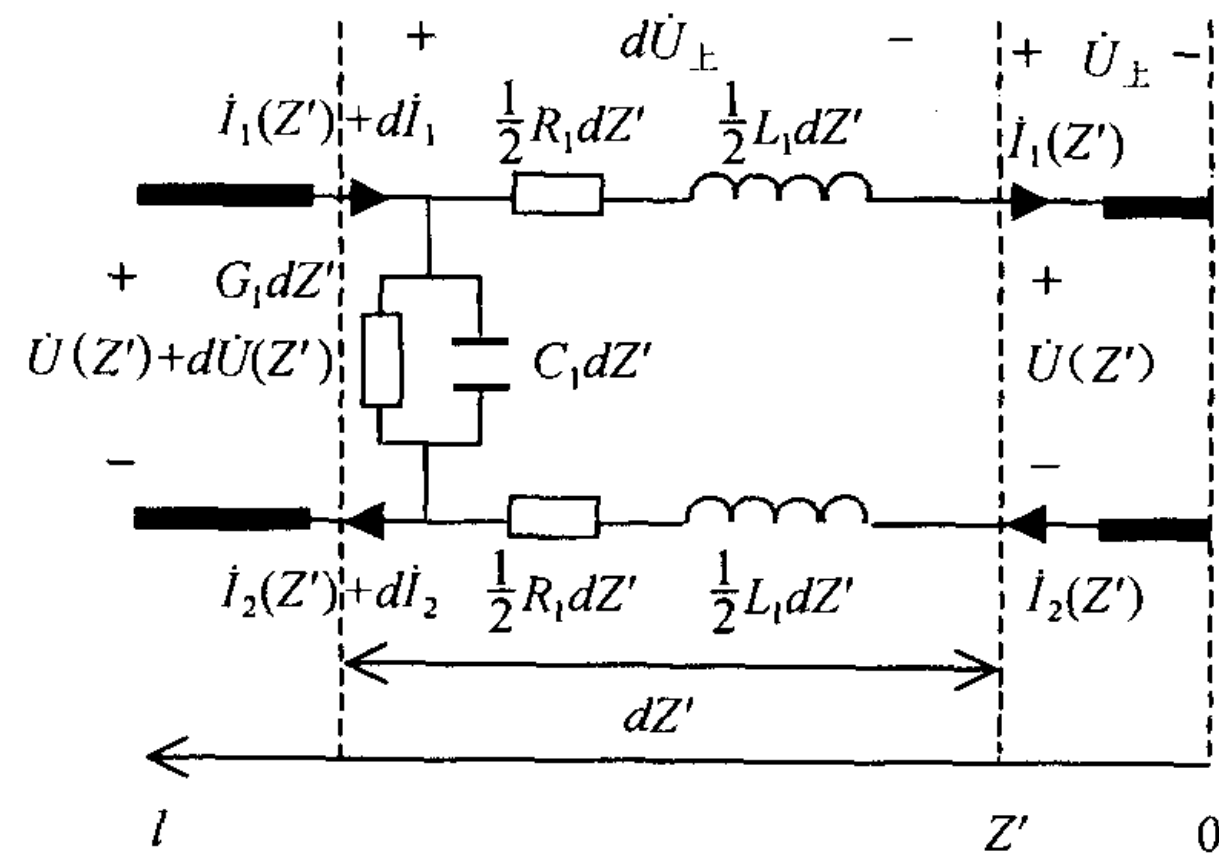


图 3 双线均匀传输线微分单元  $dZ'$  的集总参数等效电路

方程的解为

$$\dot{U} = Ae^{-rZ'} Be^{rZ'} \quad (11)$$

$$\dot{I} = \frac{1}{Z_0} (-Ae^{-rZ'} Be^{rZ'}) \quad (12)$$

$$\dot{U}_\pm = \frac{1}{2}A(e^{-rZ'} - 1) + \frac{1}{2}B(e^{rZ'} - 1) + \frac{1}{2}DZ_1Z' \quad (13)$$

式中  $r = \sqrt{Z_1 Y_1} = \alpha + j\beta$ ,  $Z_0 = Z_1/r = \sqrt{Z_1/Y_1}$ ,  $r$  为传输常数,  $\alpha$  为衰减常数,  $\beta$  为相位常数,  $Z_0$  为传输线特性阻抗。

以上为  $\dot{I}_1(Z') \neq \dot{I}_2(Z')$  时, 不对称双线均匀传输线微分方程解的一般形式。当  $\dot{I} = \dot{I}_1 = \dot{I}_2$  即  $D = 0$  时, 为对称双线均匀传输线方程的解, 显然它是不对称双线均匀传输线微分方程解的一个特例。

### 3 不对称双线均匀传输线的电压 (电位) 和电流的关系

运用不对称双线均匀传输线微分方程的解对传输线四端子的电位和电流进行分析。如图 4 示, 设  $\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c, \dot{I}_d$  为 4 个端子的电流;  $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c, \dot{U}_d$  为 4 个端子对参考地的电位; 则有



图 4

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \\ \dot{I}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_1(l) \\ \dot{I}_1(0) \\ \dot{I}_2(l) \\ \dot{I}_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{Z_0}e^{-rl} & \frac{1}{Z_0}e^{rl} & 1 \\ -\frac{1}{Z_0} & \frac{1}{Z_0} & 1 \\ -\frac{1}{Z_0}e^{-rl} & \frac{1}{Z_0}e^{rl} & -1 \\ -\frac{1}{Z_0} & \frac{1}{Z_0} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{bd} \\ \dot{U}_{ac} \\ \dot{U}_{ab} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \\ \dot{U}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}(0) \\ \dot{U}(l) \\ \dot{U}_\perp(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}(e^{-rl} - 1) & \frac{1}{2}(e^{rl} - 1) & \frac{1}{2}Z_1l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} \quad (15)$$

由式(14)和式(15), 可得到四端子的电位和电流之间的关系:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \\ \dot{I}_d \end{bmatrix} = \left\{ \frac{1}{Z_0 \sinh(rl)} \begin{bmatrix} \cosh(rl) & -1 & -\cosh(rl) & 1 \\ 1 & -\cosh(rl) & -1 & \cosh(rl) \\ \cosh(rl) & -1 & -\cosh(rl) & 1 \\ 1 & -\cosh(rl) & -1 & \cosh(rl) \end{bmatrix} + \frac{1}{Z_1l} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \\ \dot{U}_d \end{bmatrix} \quad (16)$$

由式(16)可看出, 电位参考点的选取, 对电流无影响; 各个端子电流只受端子与端子间电压的影响。所以, 电位参考点可以随意选取。

#### 4 不对称双线均匀传输线理论的应用实例

图5所示为一多模多馈天线系统的馈电网络子结构(即不对称传输线变压器)。首先从网络分析的角度来看, 该子结构的网络参数可以用两个部分的网络参数的级联来获得, 即绕在磁芯上的传输线段和传输线端点之间的连接线段两部分。

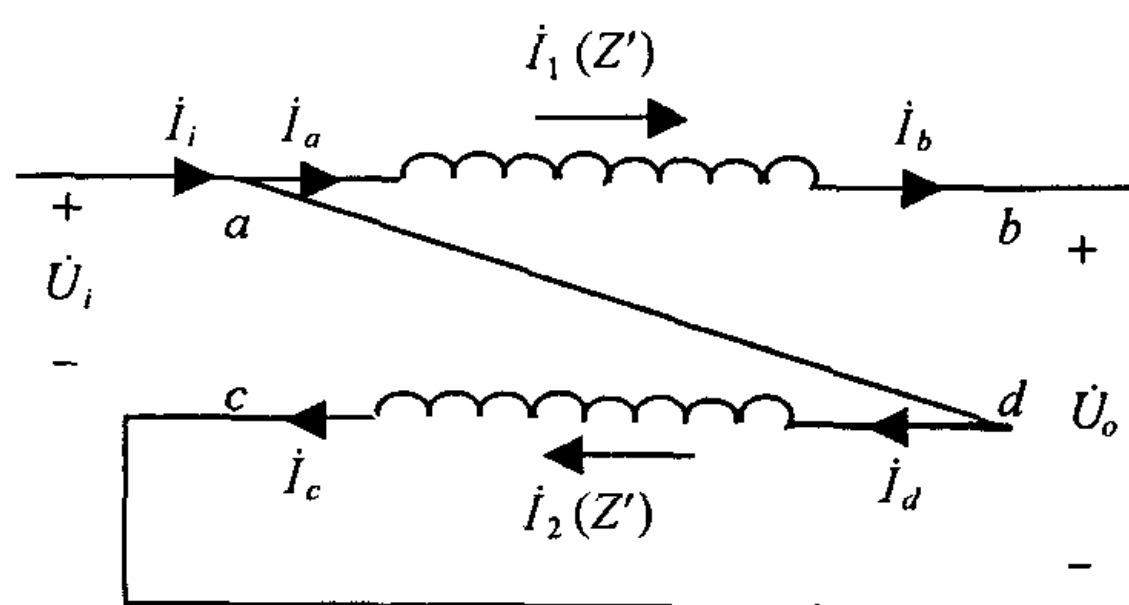


图5 1:4 阻抗变换器物理模型

##### 4.1 绕在磁芯上的传输线段的网络参数矩阵

在网络无耗的情况下, 认为  $G_1 = 0$ ,  $R_1 = 0$ 。此时,  $\alpha = 0$ ,  $r = j\beta$ 。式(16)可简化为

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \\ \dot{I}_d \end{bmatrix} = \left\{ \frac{1}{Z_0 \sin(\beta l)} \begin{bmatrix} \cos(\beta l) & -1 & -\cos(\beta l) & 1 \\ 1 & -\cos(\beta l) & -1 & \cos(\beta l) \\ \cos(\beta l) & -1 & -\cos(\beta l) & 1 \\ 1 & -\cos(\beta l) & -1 & \cos(\beta l) \end{bmatrix} + \frac{1}{Z_1l} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \\ \dot{U}_d \end{bmatrix} \quad (17)$$

式(17)给出了绕在磁芯上的无耗不对称双线传输线段四端子的电流与电位之间的关系。以下为式(17)在传输线阻抗变换器设计中的应用。

按照文献 [3] 的思路, 在频率不高的情况下, 理想传输线变压器一条线上的串联阻抗通常可以认为是  $Z_1 l/2$ 。同时考虑到磁芯的作用和两线间的耦合, 此时  $Z_1 l \approx 4Z_p$ 。  $Z_p = j\omega L_p(\Omega)$ ,  $L_p = A_L N^2 = (\mu_0 \mu_e / E) \times 10^3 \times N^2(\text{H})$ 。  $Z_p$  为并联电抗,  $L_p$  为磁化电感,  $\mu_0$  为真空中磁导率,  $\mu_e$  为有效磁导率,  $E = l_e / A_e$  为磁芯的尺寸因子 (其中  $l_e$  为磁芯的有效长度,  $A_e$  为磁芯的有效截面积),  $N$  为匝数。

$L_p$  可由公式计算得到。但精确计算  $\mu_e$  有一定难度, 磁芯的尺寸因子  $E$  的计算也比较复杂, 可以从有关资料中查到。

为方便计算, 可以将磁芯绕一匝线, 测得的阻抗就是  $j\omega A_L$ , 由此可精确计算  $Z_p$ 。

#### 4.2 端点连接线段的网络参数矩阵

变换比不同的传输线变压器, 连线的端子位置不同, 输入输出端也不尽相同。下面以 1:4 阻抗变换器为例, 如图 5 所示, 设  $ac$  端输入、 $bc$  端输出。因为  $a, b$  两端的接头在磁环外, 所以图 5 和图 6 中的  $ad$  连线对两传输线间的耦合无影响, 其电压、电流变量如图 5 所示, 根据网络原理可以得到如下方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_i \\ \dot{I}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \\ \dot{I}_d \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_i \\ \dot{U}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \\ \dot{U}_d \end{bmatrix} \quad (19)$$

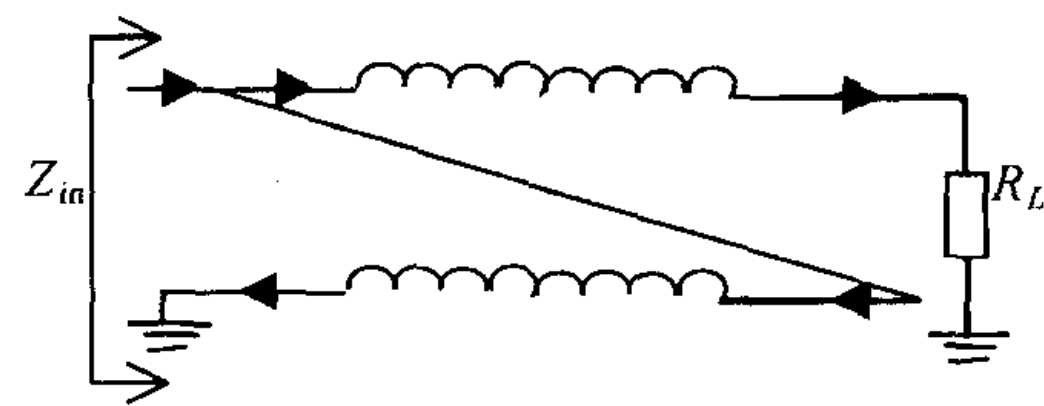


图 6 1:4 阻抗变换器输入阻抗集总参数等效电路

#### 4.3 1:4 阻抗变换器的电流、电压关系式

将式 (18)、(19) 与 (17) 级联, 就可得到图 5 所示 1:4 阻抗变换器的输入和输出端电流、电压的关系。

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_i \\ \dot{I}_b \end{bmatrix} = \left\{ \frac{1}{Z_0 j \sin(\beta l)} \begin{bmatrix} 2(1 + \cos(\beta l)) & -1 - \cos(\beta l) \\ 1 + \cos(\beta l) & -\cos(\beta l) \end{bmatrix} + \frac{1}{Z_1 l} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \dot{U}_i \\ \dot{U}_o \end{bmatrix} \quad (20)$$

同理, 依照上面的方法, 可得到其他传输线变压器的输入和输出端电流、电压的关系。

#### 4.4 1:4 阻抗变换器的输入阻抗

由式 (20) 可估算 1:4 阻抗变换器的各参数, 下面以其输入阻抗的计算为例。结合图 6 与式 (20), 可得 1:4 阻抗变换器的输入阻抗:

$$Z_{in} = \frac{R_L}{4} \times \frac{(1 + \cos(\beta l))^2 \left[ 1 + \frac{R_L}{Z_1 l} \right] + j \left[ 2 \frac{Z_0}{R_L} (1 + \cos(\beta l)) \left[ 1 + \frac{R_L}{Z_1 l} \right]^2 - \frac{R_L}{Z_0} \cos(\beta l) \right] \sin(\beta l)}{(1 + \cos(\beta l))^2 \left[ 1 + \frac{R_L}{Z_1 l} \right]^2 + \frac{1}{4} \frac{R_L^2}{Z_0^2} \sin^2(\beta l)} \quad (21)$$

### 5 设计实例与测试结果

**例 1** 将特性阻抗为  $50\Omega$  的同轴线绕在矩形截面的铁氧体磁环 ( $d_2 = 0.045\text{m}$ ,  $d_1 = 0.02\text{m}$ ,  $h = 0.01\text{m}$ ) 上 6 匝制成的 1:4 阻抗变换器, 输出端接  $300\Omega$  负载。

由参考文献 [2] 可得所用同轴线的相位常数  $\beta = (2\pi f/c)\sqrt{\epsilon_r}$ , 同轴线内、外导体间的绝缘介质为聚四氟乙烯, 其介电常数  $\epsilon_r = 2.1$ 。

将同轴线绕所选磁芯一匝, 可测得 (用 HP4395A)  $j\omega A_L$ , 由此可计算出  $Z_{1l}$ . 结合式 (21) 可得到输入阻抗. 结果见图 7.

**例 2** 将扭绞双线 ( $D/d = 2$ ,  $D$  为护套直径、 $d$  为导体直径) 绕在矩形截面的铁氧体磁环 ( $d_2 = 0.061\text{m}$ ,  $d_1 = 0.025\text{m}$ ,  $h = 0.015\text{m}$ ) 上 8 匝制成的 1:4 阻抗变换器, 后接  $300\Omega$  负载.

由文献 [2] 可得所用扭绞双线的相位常数为  $\beta = (2\pi f/c)\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}$ , 其中,  $\epsilon_{\text{eff}}$  为等效介电常数 (此处不考虑磁芯的作用).

由文献 [2] 可估算出护套为聚四氟乙烯的扭绞双线的等效介电常数为 1.38; 扭绞双线的特性阻抗为  $135\Omega$ .

将扭绞双线绕所选磁芯一匝, 可测得 (用 HP4395A)  $j\omega A_L$ , 由此可计算出  $Z_{1l}$ . 结合式 (21) 可得到输入阻抗. 结果见图 8.

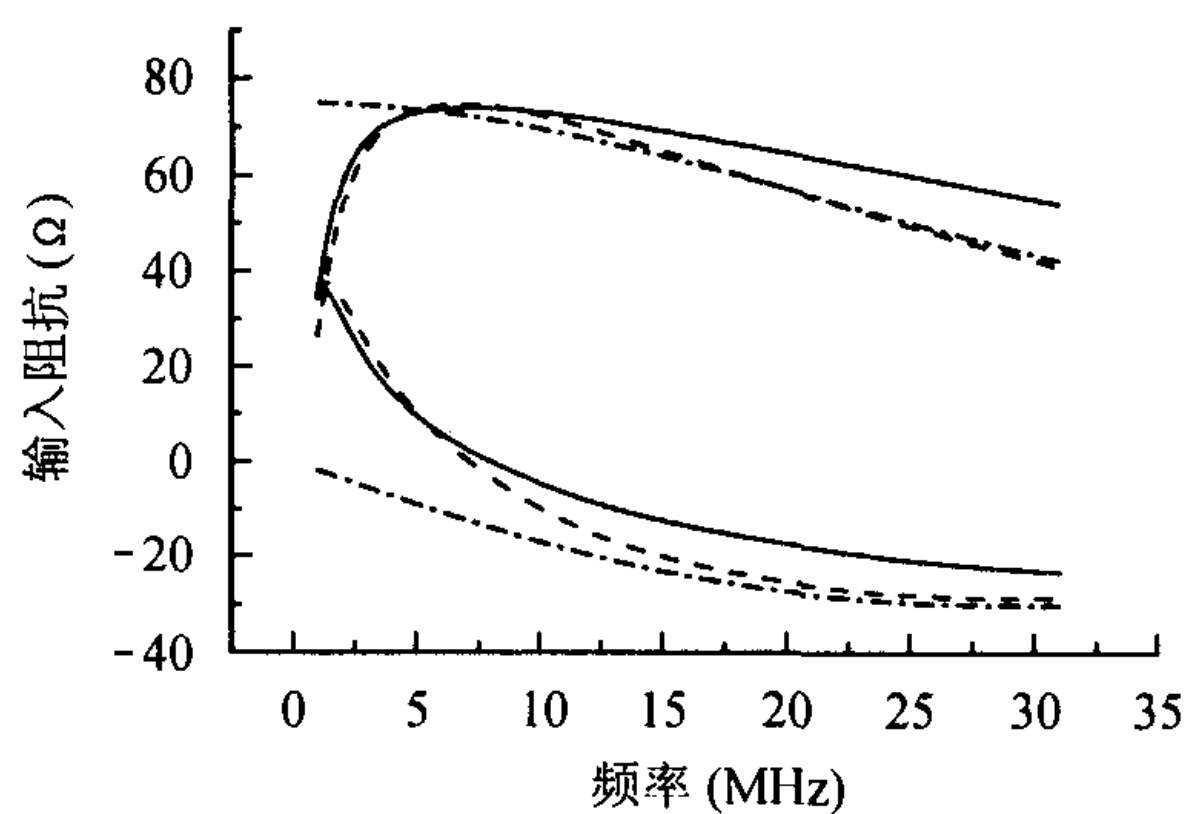


图 7 例 1 结果

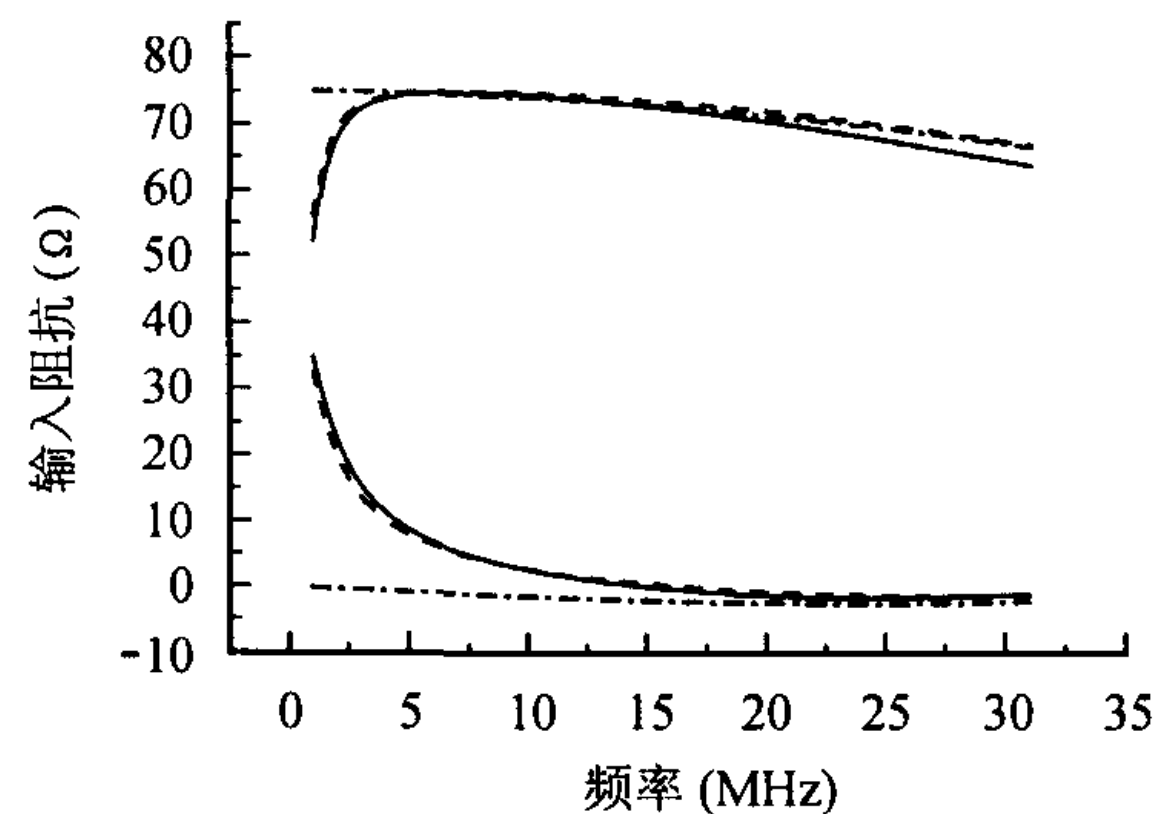


图 8 例 2 结果

注: 图 7 和图 8 中, 实线为实际测量结果, 虚线为用式 (21) 计算的结果, 点划线为直接用对称传输线方程分析得到的公式 (见文献 [2]) 计算的结果. 且两图中, 上面的 3 条线均为 3 种结果的实部, 下面的 3 条线均为 3 种结果的虚部.

## 6 结束语

本文主要给出了在短波全频段适用于不对称双线均匀传输线变压器设计的较为精确、实用的一种分析方法和计算公式, 尤其对低频部分作了较大的改进. 图 7 和图 8 中给出 1~31MHz 部分的计算和实测的几种结果, 可见本文的结果与实测结果具有较好的一致性.

实际制作中, 还应考虑到理论计算和实际测试时都存在一些误差因素的影响. 如: 负载阻抗随频率有一定的变化; 变压器的输入阻抗用同轴线始端的输入阻抗近似代替等. 所以, 应用本文结论对各种对称、不对称传输线变压器进行分析设计后, 可参考计算结果选取磁芯、传输线及绕制的匝数等, 但绕制时需再根据实际情况, 进行一些微调.

## 参 考 文 献

- [1] 杨慎谦. 短波多模多馈天线 [J]. 电信技术研究, 1994, (8): 14-19.
- [2] 张纪纲. 射频铁氧体宽带器件 [M]. 北京: 科学出版社, 1986: 59-222.
- [3] Enzo Carpentieri. Model characterizes transmission-line transformers[J]. *Microwaves & RF*, 1996, 35(11): 73-80.

杜晓燕: 女, 1975 年生, 硕士生, 主要从事微波网络与技术、互联网络子结构分析方法及其应用研究.  
周东方: 男, 1963 年生, 国家 863-803 主题专家组成员, 博士生, 主要从事微波网络与技术、互联网络子结构分析方法及其应用研究.  
牛忠霞: 男, 1943 年生, 教授, 博士生导师, 主要从事微波网络与技术、互联网络子结构分析方法及其应用研究.  
张秀钢: 男, 1974 年生, 助教, 主要从事微波网络与技术、互联网络子结构分析方法及其应用研究.  
朱强: 男, 1976 年生, 硕士生, 主要从事微波网络与技术、互联网络子结构分析方法及其应用研究.  
孙昱: 男, 1977 年生, 硕士生, 主要从事微波网络与技术、互联网络子结构分析方法及其应用研究.