

非线性信道自适应均衡的一种方法*

王永德

(四川大学,成都 610064)

摘要 本文通过对非线性信道模型的分析,构造了一种新的、关联模型的自适应均衡器。分析表明,与一般的基于 Volterra 级数的非线性扩展关联模型相比,新结构的权数大为减少。模拟实验证实,当信道噪声较小时,新结构以较高的精度收敛于最佳解。而且无论对最小相位或非最小相位信道,该均衡器均表现出良好的收敛特性和误码性能。

关键词 非线性系统;自适应均衡;逆滤波

一、引言

动态非线性系统逆滤波(解卷积)在自动控制、地震勘探、信道均衡和回波对消等方面有着广泛的应用。但是一般说来,这是一个困难的问题^[1]。目前这一问题的解决方法主要是以 Volterra 和 Wiener 非线性系统理论为基础发展起来的^[2]。其中一个典型的例子是所谓自适应 Volterra 滤波器。当未知系统具有轻度非线性、且其逆阶数较小时效果较好^[3]。在算法上除了使用传统的 LMS 算法外^[4],也有人研究基于快速卡尔曼算法的非线性自适应滤波快收敛算法^[5]。研究自适应非线性逆滤波的另一种途径是利用各种类型的神经网络。最典型的有所谓关联模型(Connectionist Model)^[6]。这种模型本质上与 Volterra 滤波器类似。它是线性自适应信号处理的延伸。另一种神经网络称为 TDNN(Time Delay Neural Nets)。这种网络用于线性、非线性信道均衡表现出很大的灵活性^[7]。一种采用 BP 算法的多层感知器(Perceptron)用作非线性信道的自适应均衡有较好的误码性能^[8]。还有一种早在 1972 年就提出的神经网络,称为 CMAC(Cerebellar Model Arithmetic Computer),在对复杂非线性系统的逆滤波上表现出非凡的能力^[9,10]。本文不打算全面探讨这一问题的求解,而是针对实现高速数据传输,信道具有轻度非线性特性时,一种简单有效的自适应均衡方法的探讨。

诸多神经网络结构中最为简单、易于理解的是关联模型。这种模型的主要特点是对输入向量空间进行扩展,从而把一般非线性处理转化成线性处理。采用均方误差准则时,性能函数仍为权向量的二次型函数,且具有整体极小值。因而有关线性自适应信号处理的一般算法原则上均可移植。业已证明^[6],即使采用最简单的 LMS 算法,在有关 n -bit

1991.06.15 收到,1992.03.07 定稿。

* 国家自然科学基金资助项目。

的奇偶问题中,也表现出比基于 BP 算法的多层感知器神经网络收敛快的特性。

本文通过对典型非线性信道的分析,提出一种合理的向量空间扩展方法,采用关联模型实现非线性信道逆滤波,展示出很好的参数估值能力和良好的均衡性能。与基于 Volterra 级数展开的扩展方法相比,本文的方法权数少得多。通过对最小相位和非最小相位非线性信道的计算机模拟试验证实了上述结论的正确。

二、非线性信道逆模型

1. 非线性信道模型

按照非线性系统分析的 Volterra 理论,一般单输入单输出系统均可以分解成一个动态线性系统与一个无记忆的非线性系统相级联,如图 1 所示。设 $s_k\{k=\dots, -1, 0, 1, \dots\}$ 为系统输入,则有以下关系:

$$H: x_k = s_k * h_k \quad (1)$$

$$N: y_k = f(x_k) \quad (2)$$

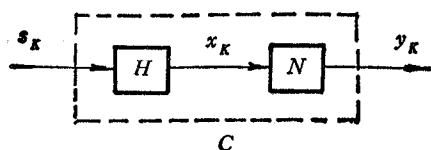
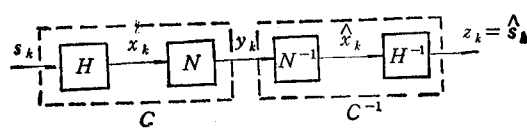
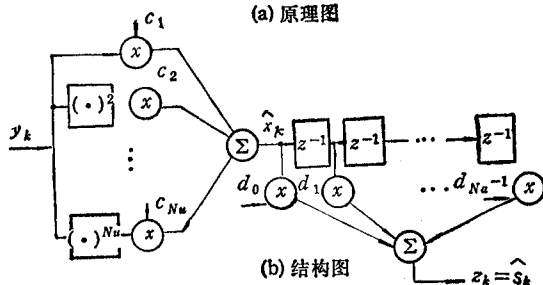


图 1 非线性信道模型



(a) 原理图



(b) 结构图

图 2 非线性信道均衡器
(图中的 x 应为乘号)

式中 $h_k\{k=0, 1, \dots\}$ 为线性系统冲激响应; “ $*$ ”表示卷积运算; $f(\cdot)$ 为一非线性映射关系; y_k 是整个非线性系统输出。(2)式表示 y_k 在 k 时刻的值仅与 x_k 在 k 时刻的值有关,即 N 为无记忆非线性系统。

2. 非线性系统逆模型

逆滤波的问题是求解一系统,当 $y_k\{k=0, 1, \dots\}$ 输入时,在它的输出端得到 s_k 的估值。若非线性系统用 C 表示,则逆模型 C^{-1} 为

$$C^{-1} = (H \star N)^{-1} = N^{-1} \star H^{-1} \quad (3)$$

式中“ \star ”表级联关系。此式虽然仅是一种猜想,但它是直观上合理的。即逆模型可由一个非线性系统 N^{-1} 与线性系统 H^{-1} 级联组成,见图 2(a)。这里有必要对 N 和 H 的逆模型存在的条件加以讨论。 H^{-1} 存在的条件完全类似于一般线性系统的讨论,即当 H 为最小相位时,其逆必然存在,但当 H 为非最小相位时(信道特性往往如此),其稳定的因果逆不存在,这种情况可以用延时逆。而 N^{-1} 存在的充要条件是 x_k 和 y_k 之间有一对一的映射关系^[2]。一般信息传输系统往往表现出轻度的非线性,即在 x_k 的变化范围内与 y_k 之间有一对一的关系,因而 N^{-1} 是存在的。在基带形式下传输信道(发射机滤波器、传输媒质、接收机匹配滤波器、 A/D 、 D/A 等)可以表成

$$H: \quad x_k = \sum_{n=0}^{N_H} h_n s_{k-n} \quad (4)$$

$$N: \quad y_k = f(x_k) = \sum_{m=1}^{N_N} b_m x_k^m \quad (5)$$

且

$$b_1 \gg b_m, \quad m = 2, 3, \dots, N_N \quad (6)$$

条件(6)式意指轻度非线性。一般有两种方法求解 N^{-1} 。第一种方法是,对某些具体的 $f(\cdot)$ 可以用解析法求 $f^{-1}(\cdot)$, 然后将它展成 Taylor 级数;第二种方法是,若 $f(\cdot)$ 不是级数形式,则首先将它展开成级数形式,然后用下述方法直接求解^[3]。现在采用第二种方法。将 $f^{-1}(\cdot)$ 表示成幂级数形式,即

$$x_k = f^{-1}(y_k) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n y_k^n \quad (7)$$

将(5)式代入,得

$$x_k = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \left[\sum_{m=1}^{N_N} b_m x_k^m \right]^n \quad (8)$$

依次比较等式两端 x_k 同次幂的系数,即可求解待定系数 $c_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 。 c_n 的前几项为 $c_1 = 1/b_1$, $c_2 = -b_2/b_1^2$, $c_3 = (2b_2^2 - b_1 b_3)/b_1^3$, \dots 。可见,当(6)式满足时, c_n 的值随 n 变大衰减得非常快,因而在(7)式中仅需有限几项,即可达到足够的精度。

设 H^{-1} 采用横向滤波器形式^[1], 则整个非线性信道均衡器具有图 2(b) 所示构造。其中 N^{-1} 的权数 N_n 仅由 N 的非线性特性决定,而线性均衡器的权数 N_d 则完全由 H 的特性决定,即由 H^{-1} 对应的冲激响应衰减快慢来决定,与非线性系统 N 无关。

三、自适应非线性信道均衡器

1. 非线性信道均衡器结构

在实际应用第二节中讨论的信道逆模型时,由于真实信道往往表现为未知的时变特性,即参数 $\{h_n\}$, $\{b_m\}$ 是未知的、时变的,因而不能用解析方式求解均衡器参量 $\{c_n\}$, $\{d_m\}$ 。 $\{d_m\}$ 为线性均衡器参量,见图 2(b)。因而有必要采用自适应手段来求解。当均衡器处于训练模式时,可由接收机已知的一段信号 s_k 作为训练信号,则误差信号为

$$e_k = s_k - z_k \quad (9)$$

式中 z_k 为非线性信道均衡器的输出。当 H 为非最小相位时,则用 $s_{k-\Delta}$ 来训练, Δ 为延时量,即

$$e_k = s_{k-\Delta} - z_k \quad (10)$$

采用性能函数 $\xi_k = E[e_k^2]$ 达到最小的 LMS 类算法直接求解 $\{c_n\}$, $\{d_m\}$, 会由于 ξ_k 不是它们的简单二次型函数而发生困难。因而有必要将上述两个系统合并成一个系统,见

1) 注: 这里不排除 H^{-1} 采用其它一些更为有效的均衡器结构。

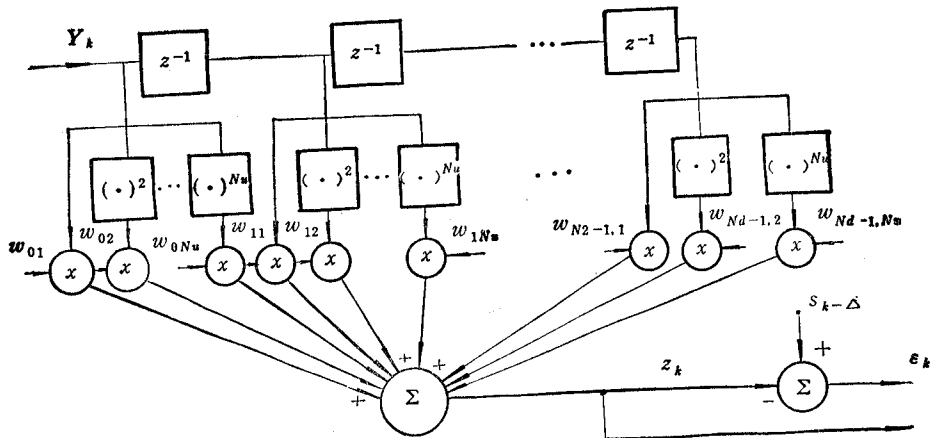


图 3 非线性信道自适应均衡器(图中的 \times 应为乘号)

图 3. 利用输入向量空间扩展的方法^[6],即关联模型来加以处理。首先由非线性信道输出 y_k 得到输入向量

$$Y_k = [y_k y_{k-1} \cdots y_{k-N_d+1}]^T \quad (11)$$

将它扩展成

$$Y_k = [y_k y_k^2 \cdots y_k^{N_u} y_{k-1} y_{k-1}^2 \cdots y_{k-1}^{N_u} \cdots y_{k-N_d+1} y_{k-N_d+1}^2 \cdots y_{k-N_d+1}^{N_u}]^T \quad (12)$$

相应的权向量为

$$W_k = [w_{01}(k) w_{02}(k) \cdots w_{0N_u}(k) w_{11}(k) w_{12}(k) \cdots w_{1N_u}(k) \cdots w_{N_d-1,1}(k) \cdots w_{N_d-1,N_u}(k)]^T \quad (13)$$

则输出为

$$z_k = Y_k^T W_k = W_k^T Y_k \quad (14)$$

显然,按这种方法 ξ_k 为 W_k 的简单二次型函数,因而可以援用有关线性自适应信号处理的有关算法。注意,按照(12)式的输入向量空间扩展方法和按一种类似于 Volterra 级数展开的 Kolmogorov-Gabor(K-G) 多项式扩展法^[6]相比,由于无交叉项,总项数大为减少。从而自适应权数也大为减少。由(13)式可见,这种方法的总权数为 $N_T = N_d N_u$ 。而按照文献[6]的扩展方法 $N_T = \sum_{i=0}^{N_u} N_d^i$ 。表 1 给出了几组不同的 N_u 和 N_d 取值时 N_T 的比较。可见当 N_u 和 N_d 稍大时差异十分明显。权数的减少不仅有利于工程实现,而且自适应工作时减少失调,可提高均衡器的精度。

表 1

N_T	$N_u = 2$ $N_d = 2$	$N_u = 2$ $N_d = 4$	$N_u = 2$ $N_d = 8$	$N_u = 3$ $N_d = 4$	$N_u = 3$ $N_d = 8$	$N_u = 4$ $N_d = 4$	$N_u = 4$ $N_d = 8$
文献[6]方法	7	21	73	85	585	341	4681
本文方法	4	8	16	12	24	16	32

2. 非线性信道自适应均衡器算法

若采用典型的 LMS 算法,则权向量可按下述两个方程进行调整

$$\varepsilon_k = s_{k-\Delta} - z_k = s_{k-\Delta} - W_k^T Y_k \quad (15)$$

$$W_{k+1} = W_k + M \varepsilon_k Y_k \quad (16)$$

式中 M 为步长矩阵, 一般应具如下对角阵形式

$$M = \text{diag} \left[\underbrace{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_{N_u}}_1, \underbrace{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_{N_u}}_2, \cdots, \underbrace{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_{N_u}}_{N_d} \right] \quad (17)$$

即对不同的输入信号方幂采用不同的步长因子. 令 $\mu_{\max} = \max[\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_{N_u}]$, 则让 $0 < \mu_{\max} < 2/\lambda_{\max}$, 可以保证算法收敛. λ_{\max} 为自相关阵 $R_Y = E[Y_k Y_k^T]$ 的最大特征值.

四、实验结果

为了检验以上理论分析的正确性, 我们分别对两种典型的非线性信道自适应均衡器加以研究.

1. 最小相位情况

设信道特性为

$$x_k = a_0 s_k + a_1 s_{k-1} \quad (18)$$

$$y_k = b_1 x_k + b_2 x_k^2 \quad (19)$$

不失一般性, 在式中设 $a_0 = b_1 = 1$, 则由 (8) 式可知

$$c_1 = 1; c_i = (i-1)(-b_2)^{i-1}, i = 2, \cdots, N_u \quad (20)$$

因而当 $b_2 \ll 1$ 时, 仅取前两项即可达到足够的精度. 由 (18) 式可知其逆滤波器的系数为

$$d_j = (-a_1)^j, j = 0, 1, \cdots, N_d - 1 \quad (21)$$

为保证最小相位, 要求 $|a_1| < 1$, 因而 d_j 也只需有限项即可. 无信道噪声时最佳权值为

$$w_{ji} = d_j c_i, i = 1, 2, \cdots, N_u, j = 0, 1, \cdots, N_d - 1$$

在模拟实验中, 取 $a_1 = 0.5$, $b_2 = 0.05$, 自适应均衡器参数为 $N_u = 2$, $N_d = 5$, 即 $N_T = 10$, $\mu_1 = 0.01$, $\mu_2 = \mu_1/4$. 学习曲线示于图 4. 由图可见, 经 300 次迭代基本达到收敛. 为了考查收敛后参数估计精度, 取 $\mu_1 = 0.005$, $\mu_2 = \mu_1/4$, 将算法独立运行两次, 每次迭代 5000 次, 得到收敛参数值与最佳权值的比较见表 2. 由表可见, 收敛权以足

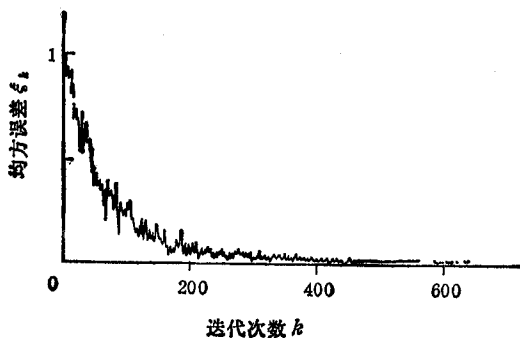


图 4 无噪声最小相位信道自适应均衡器的学习特性

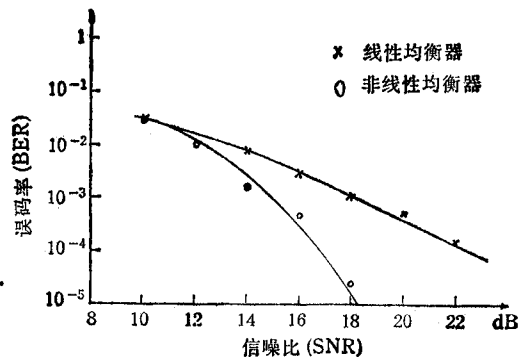


图 5 非线性信道自适应均衡器的性能

够高的精度逼近最佳权值。图 5 是为了考查非线性信道均衡器的性能, 用 Monte Carlo

表 2

	w_{01}	w_{11}	w_{21}	w_{31}	w_{41}	w_{02}	w_{12}	w_{22}	w_{32}	w_{42}
最佳值	1	-0.5	0.25	-0.125	0.0625	-0.05	0.025	-0.0125	0.00625	-0.003125
收敛值	1	1.0078	-0.4989	0.2463	-0.1153	0.0454	-0.0499	0.0252	-0.0121	0.0064
	2	1.0078	-0.4989	0.2465	-0.1156	0.0454	-0.0505	0.0271	-0.0136	0.0076

模拟试验做出的误码率曲线。假设信道噪声为高斯白噪声。(18), (19) 式的信道模型中, 令 $a_1 = 0.5$, $b_2 = 0.3$ 以突出非线性的影响, 便于节省计算机模拟试验时间。为了比较, 图 5 中也画出了相应的线性均衡器的误码率曲线。即保持 $N_T = 10$ 不变, 将 5 个非线性权 ($w_{j2}, j = 0, 1, \dots, 4$) 改成线性权 ($w_{j1}, j = 5, \dots, 9$), 并选择适当的步长使两个均衡器收敛速度一致。模仿实际应用, 在 1000 次训练后, 改为判决方向学习^[10], 即用 $\text{SGN}(z_k)$ (判决后的 z_k) 代替 s_k 工作, 测定误码率。在曲线的小概率部分判决次数为 2×10^5 次。由图 5 可见, 当信噪比大于 12dB (分界点) 时, 两个均衡器的性能差异愈来愈显著。在大信噪比区域, 本文所提出的均衡器有明显的性能改善。如果信道非线性系数 b_2 较小, 则分界点将向大信噪比, 即更小的错误概率区域移动。

2. 非最小相位情况

采用文献 [1] 给出的非最小相位信道模型,

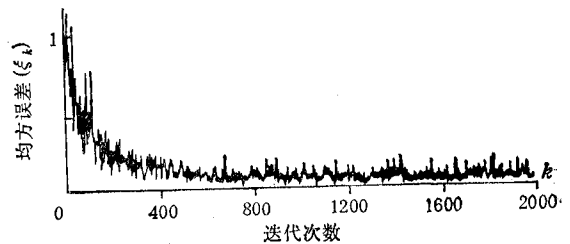
$$x_k = 0.3482s_k + 0.8704s_{k-1} + 0.3482s_{k-2}$$

$$y_k = x_k + 0.2x_k^2$$

自适应均衡器参数取为 $N_u = 2$, $N_d = 9$ 。这种情况由于稳定的因果逆 H^{-1} 不存在, 只能采用延时逆。按照线性自适应逆模拟的经验法则^[10], 一般取 $\Delta \approx N_d/2$, 在这里我们取 $\Delta = 5$, $\mu_1 = 0.02$, $\mu_2 = \mu_1/4$, y_k 加上方差为 0.01 的高斯白噪声, 独立运行 10 次, 测得的学习曲线示于图 6。由图可见, 大约 600 次迭代, 自适应均衡器达到收敛。

五、结 论

本文提出了一种基于新的输入向量空间扩展的关联模型构造的非线性自适应滤波方法。与 K-G 多项式的扩展方法相比, 本文的方法对具有轻度非线性的传输信道更为合适。新结构不仅具有一般关联模型的优点 (具有整体极小值; 相对 BP 算法表现出快的收敛特性), 更重要的是, 当要求信道逆的线性部分阶数 N_d 较大时, 与 K-G 多项式扩展相比, 可调权的数量大为减少。这就为便于工程实现, 减少失调, 带来较大的好处。当信道噪声较小时, 采用传统的 LMS 算法就可得到好的收敛特性和优良的均衡性能。但正如线性信道的自适应滤波一样, 本文方法也存在着对信道噪声较为敏感的弱点。将本文方法推广到判决

图 6 带噪非最小相位信道自适应均衡器的学习特性 (k)

反馈均衡器是直接的。在算法上采用诸如 RLS (逆推最小二乘算法)类快收敛算法,提高跟踪性能则是需要进一步开展研究的课题。

参 考 文 献

- [1] S. Chen et al., *Signal Processing*, 20(1990)2, 107—119.
- [2] M. Schetzen, *Proc. IEEE*, 69(1981)12, 1557—1573.
- [3] Oscar Agazzi et al., *IEEE Trans. on COM*, COM-30(1982)2, 2421—2433.
- [4] T. Koh et al., *IEEE Trans. on ASSP*, ASSP-33(1988)12, 1445—1455.
- [5] C. E. Davila et al., *IEEE Trans. on ASSP*, ASSP-35(1987)9, 1259—1263.
- [6] J. W. Peter et al., A New Connectionist Model Based on a Non-linear Adaptive Filter, ICASSP, Scotland, 23—26, May 1989, 1183—1186.
- [7] R. Garcia-Gomez et al., Adaptive Receiver for Removing Linear and Non-linear Intersymbol Interference by means of Time Delay Neural Nets (AR-TDNN), ICASSP, Scotland, 23—26, May 1989, 2368—2371.
- [8] F. H. Glanz et al., Deconvolution and Nonlinear Inverse Filtering Using a Neural Network, ICASSP, Scotland, 23—26, May 1989, 2349—2352.
- [9] W. Thomas Miller, III et al., *Proc. IEEE*, 78(1990)10, 1561—1567.
- [10] [美] B. 维德罗等著,王永德等译,自适应信号处理,四川大学出版社,成都,1991年9月第二版,第十章.

A NEW ADAPTIVE EQUALIZER STRUCTURE FOR NON-LINEAR CHANNELS

Wang Yongde

(Sichuan University, Chengdu 610064)

Abstract Based on analysis of non-linear channel models, a new connectionist model adaptive equalizer is constructed. Comparing with the connectionist model using the Volterra series to extend the input vector space, the number of weights with new structure is reduced significantly. It is shown by simulations that the weight values of the new scheme converge to the optimal values closely for nonminimum phase channels as well as minimum phase channels, if the channel noise is small enough. Testing results of the BER (Bit Error Rate) show that the new adaptive equalizer for non-linear channels is superior to the linear equalizer in the equalization performances.

Key words Non-linear system; Adaptive equalization; Inverse filtering