

加鳍波导高次模的特性及计算* **

张敬军 傅君眉

(西安交通大学信控系,西安)

摘要 本文讨论了加鳍波导高次模的特性,并用传输矩阵(TLM)方法计算了前七个模式的截止波长,还指出了如何修正TLM方法的误差。

关键词 加鳍波导;截止波长;传输矩阵法;误差修正。

1. 前言

加鳍波导是小西(Konishi)于1973年提出的,它可用于廉价的直播电视接收机的高频端。由于实用的需要,有些学者对其高次模的特性进行了研究,如在文献[1]中,将其高次模分成 H_x 奇模、 H_x 偶模、 E_x 奇模和 E_x 偶模,并给出一些极为复杂的数学表达式。

本文指出,加鳍波导的高次模式和矩形波导的高次模式存在着——对应的关系,其中有些模式的截止波长是相同的,并给出相应的物理解释。传输矩阵(Transmission Line Matrix, TLM)方法的计算结果证实了作者的观点。使用TLM方法的优点是算式简单,程序短小。

2. 加鳍波导高次模的特性

以图1所示的对称加鳍波导为例。我们知道,在矩形波导中,对于 $TE_{2m,n}$ ($m=0, 1, 2, \dots, n=0, 1, 2, \dots$), $TM_{2m,n}$ ($m=1, 2, \dots, n=1, 2, \dots$) 模式,其场强沿 $x=a/2$ 处是左右对称分布的,在此处插入金属片并不改变原场强的分布。因此,对于这类模式,加鳍波导的截止波长与同样尺寸的矩形波导的相同。对于其它模式, $x=a/2$ 处插入金属片将改变原场强的分布。其截止波长也与所对应的同样尺寸的矩形波导的不同。

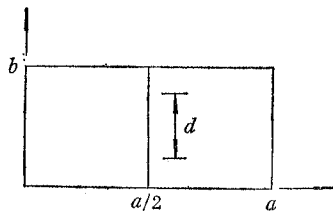


图1 对称加鳍波导截面图

3. TLM 方法的计算结果

TLM方法^[2]可用于计算任意截面波导的高次模的截止波长^[3]。文献[4]中用此法计算了加鳍波导的主模 TE_{10} 的截止波长;而本文则用此法计算了加鳍波导的高次模的截止波长。

用TLM方法计算时,主要根据其频谱图上的峰值点进行判别^[3]。比如对 TE_{10} 模式,其对应的截止波长就是第一个峰值点所在处。我们把第一个峰值点所对应的模式称为 $TE(1)$;第二个峰值点所对应的模式称为 $TE(2)$;...。而第二个峰值点所对应的模

* 1987年8月9日收到,1987年11月24日修改定稿。

** 本文是国家自然科学基金“毫米波段元件的理论与设计”课题的一部分

式为 TE_{20} , 其数值是已知的, 本文不作计算.

设宽边分格为 N_1 , 即 $a = N_1 \Delta l$; 窄边分格为 N_2 , 即 $b = N_2 \Delta l$, 本文设 $a = 2b$, 计算结果如表 1 所示.

表 1 $a = 2b$ 时 6 个模式的截止波长的计算值

d/b	$\Delta l/b$	TE(1)	TE(3)	TE(4)	TE(5)	TM(1)	TM(2)
2/3	1/6	0.23012	0.53740	0.67354	0.70727	0.57782	0.70712
	1/12	0.23469	0.54382	0.69776	0.70812	0.58616	0.70724
	1/18	0.23615	0.54562	0.70217	0.70604	0.58982	0.70742
1/2	1/8	0.21543	0.52463	0.63812	0.70732	0.61450	0.70715
	1/12	0.21870	0.52849	0.64817	0.70739	0.62106	0.70710
	1/16	—	—	—	—	0.62443	0.70705
	1/20	0.22117	0.53127	0.65518	0.70767	—	—
1/3	1/6	0.18763	0.50531	0.58594	0.70813	0.64836	0.70705
	1/9	0.19377	0.51012	0.59844	0.70801	0.65748	0.70695
	1/12	0.19672	0.51241	0.60429	0.70791	0.66187	0.70689
1/4	1/8	0.17738	0.50314	0.57604	0.71029	0.67227	0.70684
	1/16	0.18532	0.50746	0.58820	0.71258	0.68083	—
	1/24	0.18772	0.50901	0.59179	0.71341	0.68356	—

由表 1 可见, TE(5), TM(2) 模式的截止波长的计算值随网格分格的粗细变化很小, 而且与矩形波导中的 TE_{21} , TM_{21} 模式的截止波长($\sqrt{2}/2$) 十分接近. 因此, TE(5) 对应于 TE_{21} , TM(2) 对应于 TM_{21} . 现在的问题是: TE(1), TE(3), TE(4) 和 TM(1) 对应的是什么模式?

我们知道, 对于 $TE_{2m-1, 2n}$ ($m = 1, 2, \dots; n = 0, 1, 2, \dots$) 模式, 其场强沿 $x = a/2$ 是磁对称的. 因此, 我们取其截面 1/4 进行计算, 如图 2 所示. 计算发现, 这时频谱图上第一个峰值点的计算值(所对应模式为 TE_{10})与 TE(1) 的计算值相同; 第二个峰值点 (TE_{12}) 与 TE(4) 相同, 如表 2 所示. 所以 TE(1) 对应的是 TE_{10} 模式; TE(4) 对应的是 TE_{12} 模式.

当用 TLM 方法计算 $TE_{2m-1, 2n-1}$ 模式的截止波长时, 其计算截面如图 3 所示. 结果我们发现, TE(3) 所对应的模式为 TE_{11} .

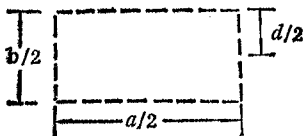


图 2 ——电壁 ---磁壁

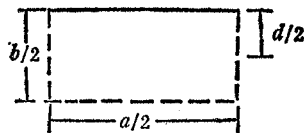


图 3

在计算 TM 模式时, 只需把上述图中的电壁换成磁壁, 磁壁换成电壁即可. 因此, 在 TLM 方法中, 只需更换边界条件 ($\rho = 1$ 换成 $\rho = -1$ 或反之), 不必重新编程^[2,3]. 这是 TLM 方法的优点之一. 计算表明, TM(1) 所对应的模式为 TM_{11} .

至此我们指出了加鳍波导前七个模式所对应的矩形波导中的模式. 应该指出, 为达

表 2 单位为 b/λ_c

模式 \ 计算尺寸	$\frac{d}{b} = \frac{2}{3}$	$\frac{d}{b} = \frac{1}{2}$	$\frac{d}{b} = \frac{1}{4}$
	$\frac{\Delta l}{b} = \frac{1}{6}$	$\frac{\Delta l}{b} = \frac{1}{8}$	$\frac{\Delta l}{b} = \frac{1}{8}$
TE ₁₀	0.23011	0.21551	0.17756
TE(1)	0.23012	0.21543	0.17738
TE ₁₂	0.67441	0.63873	0.57665
TE(4)	0.67355	0.63812	0.57604

到一定的精确度,分格越多,相应的迭代次数越多。这是由于波导的截止波长与其截面形状有关。当迭代次数增加时,可获得较多边界信息,因此精确度较高。由于每迭代一次,脉冲向前传播一个节点,当网格分细时,到达边界时间随之增加,为获较多边界信息,相应要求增加迭代次数。由于利用对称条件,节点数大为减少,迭代次数随之减少;另一方面,利用对称可以抑制某些模式的出现。为节省计算时间和提高分辨率,应尽量利用模式的对称性。

4. TLM 方法的误差修正

TLM 方法的误差有三种:截断误差,粗糙度误差和相速误差^[3]。下面我们分别讨论其修正办法。

截断误差是由 TLM 方法的输出响应造成的,迭代次数越多,精度越好。从理论上讲,迭代次数应取无穷,但由于实际运算中只能取有限项,这样就产生了截断误差。本文中迭代次数所造成的误差小于 0.2%。

截断误差的另一影响是在频谱图上产生 $\sin x/x$ 形状的干扰^[3],导致伪峰值点的形成,造成判别真峰值点的困难。1980年, Saguet 和 Pic^[5] 提出用窗函数来消除伪峰值点。根据我们的经验,加上窗函数后,只需很少的迭代次数即可大致判别各个峰值点的位置。但在搜寻真峰值点时,所需迭代次数与未加窗时基本相同,计算结果相差也不大。表 3 列出了加上 Hanning 窗口后的搜索值与未加窗口时的结果^[4]对比。

表 3 单位为 b/λ_c

d/b	加 窗	未 加 窗 ^[4]	差 异 (%)
2/3	0.2391	0.2391	0.00
1/2	0.2253	0.2253	0.00
1/4	0.1733	0.1932	0.05
1/8	0.1702	0.1697	0.29

相速误差纯粹是由人为规定造成。各个模式的相速是不同的,文献[2]指出,在 $\Delta l/\lambda$ 很小时,可近似认为各个模式的相速均为 $c/\sqrt{2}$,这样就产生了相速误差。文献[2]给出了 TE_{m0} 与 TE_{mn}, TM_{mn} 的相速公式。根据分析,我们认为任意模式(TE_{mn} 或 TM_{mn})

的相速为:

$$c \left\{ \frac{4 \tan^{-1} m}{\pi} \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi \frac{\Delta l}{\lambda}}{\sin^{-1} \left(\sqrt{2} \sin \frac{\pi \Delta l}{\lambda} \right)} \right] + \frac{\pi \frac{\Delta l}{\lambda}}{\sin^{-1} \left(\sqrt{2} \sin \frac{\pi \Delta l}{\lambda} \right)} \right\}$$

式中 c 为光速。

幸运的是,相速误差对 TLM 方法的计算精度影响不大,它可以跟粗糙度误差一起被克服,因此,本文在计算中认为所有模式的相速均为 $c/\sqrt{2}$ 。

粗糙度误差是由网格分格的粗细不同引起的。由表 1 可见,对于不同的分格,同一模式有不同的计算结果。从原理上来说,分格越细,相邻点场强相差越小,相应的精确度也越好。但究竟应分多细是无法预知的。文献[4]在计算加鳍波导 TE_{10} 模式时,提出采用线性逼近的方法来解决这个问题。

由表 1 可以看到,除了 TE_{21} , TM_{21} (其值已知)模式无规律可循外,其余模式的计算值均随网格的分细呈递增趋势。这说明,可以采用线性逼近来克服其它模式的粗糙度误差。我们采用线性拟合方法进行了计算。表 4 给出了 $a = 2b$, $d/b = 1/2$ 时各模式的计算值和光滑值(所拟合直线在 $\Delta l/b = 1/8, 1/12, 1/16$ 或 $1/20$ 时的值和外推值)。

表 4 各模式在不同分格时的计算值、光滑值和外推值

模式 \ $\Delta l/b$	1/8	1/12	1/16	1/20	外推值
TE_{10} 计算值	0.21543	0.21870	—	0.22117	—
TE_{10} 光滑值	0.21545	0.21864	—	0.22120	0.22503
TE_{11} 计算值	0.52463	0.52849	—	0.53127	—
TE_{11} 光滑值	0.52468	0.52839	—	0.53133	0.53577
TE_{12} 计算值	0.63812	0.64817	—	0.65518	—
TE_{12} 光滑值	0.63828	0.64779	—	0.65539	0.66679
TM_{11} 计算值	0.61450	0.62105	0.62243	—	—
TM_{11} 光滑值	0.61449	0.62110	0.62441	—	0.63432

由表 4 可见,光滑值与计算值十分接近,因此,对于高次模(解析值已知的模式除外)可采用线性外推法。

表 5 列出了加鳍波导前七个模式的外推值或解析值。表 6 列出了 TE_{10} 模式的 TLM 方法计算值和横向谐振法 (TRM) 的计算值^[4]。由表 6 可见, TLM 方法的计算结果与

表 5 $a = 2b$ 时的加鳍波导前七个模式的截止波长 (b/λ_c)

d/b	TE_{10}	$TE_{20}(TE_{01})$	TE_{11}	TE_{12}	TE_{21}	TM_{11}	TM_{12}
2/3	0.23919	0.5	0.54988	0.71760	$\sqrt{2}/2$	0.59261	$\sqrt{2}/2$
1/2	0.22503	0.5	0.53576	0.66679	$\sqrt{2}/2$	0.63432	$\sqrt{2}/2$
1/3	0.20586	0.5	0.51955	0.62281	$\sqrt{2}/2$	0.67545	$\sqrt{2}/2$
1/4	0.19300	0.5	0.51189	0.59988	$\sqrt{2}/2$	0.68926	$\sqrt{2}/2$

TRM 的计算结果相差很小。因此，TLM 方法的计算结果相当准确。

表 6 TLM 方法与 TRM 方法的计算值对比 (b/λ_c)

d/b	TLM	TRM	差异 (%)
2/3	0.2392	0.2391	0.12
1/2	0.2250	0.2249	0.04
1/3	0.2059	0.2052	0.34
1/4	0.1930	0.1928	0.10

参 考 文 献

- [1] 吴万春编著,微波毫米波与光集成电路的理论基础,西北电讯工程学院出版社,1985年,第 115--128 页。
- [2] P. B. Johns, L. R. Beurle, *Proc. IEE*, 118(1971), 1203—1208.
- [3] P. B. Johns, *Proc. IEE*, 119(1972), 1086—1091.
- [4] Shih Yi-Chi, W. J. R. Hoefler, *IEEE Trans. on MTT*, MTT-28(1980), 743—746.
- [5] P. Saguet E. Pic, *Electron. Lett.*, 16(1980)7, 247—248.

HIGHER ORDER MODE CUT-OFF CHARACTERISTICS OF FINNED RECTANGULAR WAVEGUIDES

Zhang Jingjun Fu Junmei

(Xi'an Jiaotong University, Xi'an)

Abstract The higher order mode cut-off characteristics of finned rectangular waveguides are discussed. Data are given by using the TLM method on the normalized cut-off wavelength of the first seven higher order modes. Also, the way to minimize the errors of the TLM method is indicated.

Key words Finned rectangular waveguide; Cut-off wavelength; TLM method; Error correction