

# 具有介质覆盖层的微带电流元 近场的近似计算\*

王家胜

(中国空间技术研究院, 北京)

**摘要** 从具有介质覆盖层的微带电流元的 Sommerfeld 积分精确表达式出发, 推导出了简单的近场近似公式. 并将近似公式和计算积分的结果作了比较. 近似公式适用于  $\rho/\lambda$  较小的情况, 对介质层厚度和损耗没有限制.

**关键词** 微带天线, 电磁场理论, 矩量法, Sommerfeld 积分.

## 1. 引言

在用积分方程法精确分析有介质复盖层的微带天线的性能时, 需要计算相应结构的格林函数<sup>[1,2]</sup>, 它们是一些不能得到精确解析结果的复杂无穷积分 (Sommerfeld 积分), 当计算天线电流分布或耦合问题时, 需要得到场点十分接近源点 ( $\rho \ll \lambda$  和  $z \ll \lambda$ ) 的积分, 而这时积分的收敛特性很差, 在源点处积分将不收敛, 这给计算带来了特殊的困难.

本文给出了简单的、具有明确物理意义的近场近似表达式. 它和准静态复镜象近似或精确镜象方法相比, 其局限性较小, 能直接用于天线位于介质分界面上, 天线的上、下方空间都存在分层介质的情况. 在介质损耗, 层厚度方面没有限制, 能方便地应用于有介质复盖层的微带天线问题的近场计算中.

## 2. 数学方法

考虑如图 (1) 所示的理想导电平面上的双层介质结构, 选用柱坐标. 时间因子为

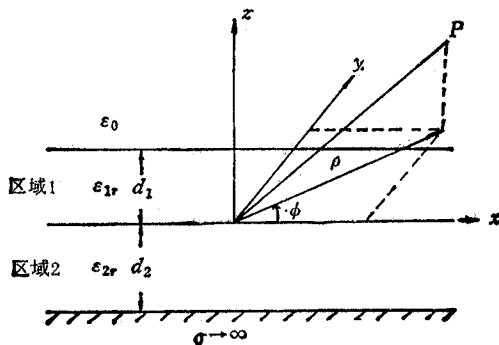


图1 理想导电平面上双层介质结构

\* 1987年12月29日收到, 1988年9月5日修改定稿.

$e^{j\omega z}$ , 介质层的电气特性由相对复介电常数  $\epsilon_{ir} = \epsilon'_i - j\epsilon''_i$  ( $i = 1, 2$ ) 表征. 并设  $\epsilon_{0r} = 1.0$ ,  $\mu_{0r} = \mu_{1r} = \mu_{2r} = 1.0$ .

根据分层介质结构中电、磁偶极子格林函数的统一表达式<sup>[3]</sup>, 考虑到图 1 的实际边界条件, 经过运算, 可得到位于坐标原点处的水平电流元  $\mathbf{I} = \mathbf{u}_x Idl$  在 1 区产生的场为

$$E_1^{TM} = \int_0^\infty dK_\rho \begin{bmatrix} \frac{K_{z1}}{K_\rho} (-A_1 e^{jK_{z1}z} + B_1 e^{-jK_{z1}z}) J'_1(K_\rho \rho) \cos \phi \\ -\frac{jK_{z1}}{K_\rho^2 \rho} (-A_1 e^{jK_{z1}z} + B_1 e^{-jK_{z1}z}) J_1(K_\rho \rho) \sin \phi \\ (A_1 e^{jK_{z1}z} + B_1 e^{-jK_{z1}z}) J_1(K_\rho \rho) \cos \phi \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$E_1^{TE} = \int_0^\infty dK_\rho \begin{bmatrix} \frac{j\omega}{K_\rho^2 \rho} (C_1 e^{jK_{z1}z} + D_1 e^{-jK_{z1}z}) J_1(K_\rho \rho) \cos \phi \\ -\frac{j\omega}{K_\rho} (C_1 e^{jK_{z1}z} + D_1 e^{-jK_{z1}z}) J'_1(K_\rho \rho) \sin \phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

等式右端的列矩阵元分别为场的  $\rho$ 、 $\phi$  和  $z$  分量, 并且

$$A_1 = \frac{1}{2} M(a_{01} - b_{01}) e^{-j(K_{z0} + K_{z1})d_1} \quad (3)$$

$$B_1 = \frac{1}{2} M(a_{01} + b_{01}) e^{-j(K_{z0} - K_{z1})d_1} \quad (4)$$

$$C_1 = \frac{1}{2} N(1 - b_{01}) e^{-j(K_{z0} + K_{z1})d_1} \quad (5)$$

$$D_1 = \frac{1}{2} N(1 + b_{01}) e^{-j(K_{z0} - K_{z1})d_1} \quad (6)$$

$$M = \frac{jK_\rho^2 Idl}{2\pi\omega\epsilon_0\epsilon_{2r}} \frac{f^-}{(b_{01} + a_{01})(b_{12}f^+ + a_{12}f^-) + (b_{01} - a_{01})(b_{12}f^+ - a_{12}f^-) e^{-j2K_{z1}d_1}} \quad (7)$$

$$N = \frac{jK_\rho^2 Idl}{2\pi K_{z2}} \frac{f^-}{(1 + b_{01})(f^+ + b_{12}f^-) + (1 - b_{01})(f^+ - b_{12}f^-) e^{-j2K_{z1}d_1}} \quad (8)$$

式中,  $f^\pm = 1 \pm e^{-j2K_{z2}d_2}$ ,  $K_{zi} = \sqrt{K_i^2 - K_\rho^2} = \sqrt{\omega^2\mu_0\epsilon_0\epsilon_{ir} - K_\rho^2}$ ,  $a_{pq} = \epsilon_{pr}/\epsilon_{qr}$ ,  $b_{pq} = K_{zp}/K_{zq}$ ,  $\omega$  为角频率,  $J_1(K_\rho\rho)$  和  $J'_1(K_\rho\rho)$  分别为一阶贝塞尔函数和它的导数.

分析表明, 当场点趋于源点时, 只有在  $K_\rho$  较大区域的积分对场值才有贡献. 因此, 可以在  $K_\rho \gg K_i$  ( $i = 1, 2$ ) 的近似条件下对(1)式和(2)式的被积函数作级数展开和化简, 可得:

$$A_1 = -\frac{jK_\rho^2 Idl}{2\pi\omega\epsilon_0} \left[ \frac{(\epsilon_{1r} - 1)}{(\epsilon_{1r} + 1)(\epsilon_{1r} + \epsilon_{2r})} e^{-2K_\rho d_1} - \frac{2(\epsilon_{1r} - 1)\epsilon_{2r}}{(\epsilon_{1r} + 1)(\epsilon_{1r} + \epsilon_{2r})^2} e^{-2K_\rho(d_1 + d_2)} \right. \\ \left. + \frac{(\epsilon_{1r} - 1)^2(\epsilon_{1r} - \epsilon_{2r})}{(\epsilon_{1r} + 1)^2(\epsilon_{1r} + \epsilon_{2r})^2} e^{-4K_\rho d_1} - \frac{2(\epsilon_{1r} - 1)^2\epsilon_{1r}\epsilon_{2r}}{(\epsilon_{1r} + 1)^2(\epsilon_{1r} + \epsilon_{2r})^2} e^{-2K_\rho(2d_1 + d_2)} + \dots \right] \quad (10)$$

$$B_1 = \frac{jK_\rho^2 Idl}{2\pi\omega\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\epsilon_{1r} + \epsilon_{2r}} - \frac{2\epsilon_{2r}}{(\epsilon_{1r} + \epsilon_{2r})^2} e^{-2K_\rho d_2} + \frac{(\epsilon_{1r} - 1)(\epsilon_{1r} - \epsilon_{2r})}{(\epsilon_{1r} + \epsilon_{2r})^2(\epsilon_{1r} + 1)} e^{-2K_\rho d_1} \right]$$

$$-\frac{2\varepsilon_{1r}(\varepsilon_{1r}-1)}{(\varepsilon_{1r}+1)(\varepsilon_{1r}+\varepsilon_{2r})^2} e^{-2K_\rho(d_1+d_2)} + \frac{\varepsilon_{1r}-1}{(\varepsilon_{1r}+\varepsilon_{2r})(\varepsilon_{1r}+1)} e^{-2K_\rho(d_1+2d_2)} + \dots \quad (11)$$

同理可得  $C_1$  和  $D_1$  的表达式, 此外, 根据恒等式<sup>[4]</sup>:

$$\frac{e^{-iK_\rho r}}{r} = -j \int_0^\infty \frac{K_\rho}{K_{z0}} \left[ J_1(K_\rho \rho) + \frac{J_1(K_\rho \rho)}{K_\rho \rho} \right] e^{-iK_{z0} z} dK_\rho \quad (12)$$

可得出在相对介电常数为  $\varepsilon_r$  的均匀空间中, 水平电流元的场在柱坐标下的表达式. 例如:

$$E_\rho = -\frac{Idl}{4\pi\omega\varepsilon_0\varepsilon_r} \int_0^\infty \left[ K_{z0} K_\rho J_1(K_\rho \rho) + \frac{J_1(K_\rho \rho)}{K_{z0} \rho} K_\rho^2 \right] e^{-iK_{z0} z} \cos \phi dK_\rho \quad (13)$$

将这些表达式和文献[3]中的结果比较, 可知其被积函数中第一项为 TM 分量, 第二项为 TE 分量. 此外, 计算还表明: 对于近场, TE 分量可忽略不计, 即可只考虑 TM 分量的贡献.

均匀空间中水平电流元的近场分量是有解析表达式的, 将(13)式和已代入(10)式、(11)式的(1)式相比较, 约去高次项, 可得:

$$E_\rho = E_\rho^{TM} = j \frac{Idl \cos \phi}{4\pi\omega\varepsilon_0} \sum_{i=0}^3 \frac{g_i}{r_i^3} (3\sin^2 \theta_i - 1) \quad (14)$$

$$E_\phi = E_\phi^{TM} = j \frac{Idl \sin \phi}{4\pi\omega\varepsilon_0} \sum_{i=0}^3 \frac{g_i}{r_i^3} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} r_0 &= \sqrt{\rho^2 + z^2}, & r_1 &= \sqrt{\rho^2 + (z + 2d_2)^2}, & r_2 &= \sqrt{\rho^2 + (z + 2d_1)^2} \\ r_3 &= \sqrt{\rho^2 + (z - 2d_1)^2}, & \sin \theta_i &= \rho/r_i, & g_0 &= 2/(\varepsilon_{1r} + \varepsilon_{2r}) \\ g_1 &= -4\varepsilon_{2r}/(\varepsilon_{1r} + \varepsilon_{2r}), & g_2 &= 2(\varepsilon_{1r} - \varepsilon_{2r})(\varepsilon_{1r} - 1)/[(\varepsilon_{1r} + \varepsilon_{2r})^2(\varepsilon_{1r} + 1)] \\ g_3 &= 2(\varepsilon_{1r} - 1)/[(\varepsilon_{1r} + 1)(\varepsilon_{1r} + \varepsilon_{2r})] \end{aligned}$$

(14)式和(15)式就是近场的近似表达式. 同理可得  $E_z$  分量的公式, 但由于  $E_z$  对计算有介质复盖层的水平线(或微带)天线没有用处, 这儿不再列出.

上两式具有明确的物理意义: 第一项为在介电常数为  $\frac{\varepsilon_{1r} + \varepsilon_{2r}}{2}$  的均匀空间中, 位于坐标原点(即源点)的水平电流元的场, 从第二项起(包括忽略了的高次项)均为在各界面产生的一次或多次镜象电流元的贡献, 其所在的位置可按照相应界面为金属面的情况来确定, 而不同的均匀空间介电常数值模拟了各介质层的影响. 在实际计算中, 所取镜象的多少由介质层厚度决定. 一般说来, 按(14)式和(15)式取三个镜象, 已经完全足够了.

### 3. 数值计算

图2给出了用近似计算公式获得的结果与用数值法精确计算 Sommerfeld 积分[即(1)式和(2)式]结果比较的例子. 工作频率选为 10GHz,  $z$  为 0.003cm, 并令  $\varepsilon''_r = 0$ , 即介质无损的情况. 从图中可看出, 在场点和源点距离较小(小于 0.03 $\lambda$ )时, 两者的结果十分一致, 但计算时间却相差几个数量级( $\rho/\lambda$  愈小, 精确计算积分所需的计算机时愈长). 在图中虽然没有画出有关相位的近似曲线, 但从(14)式和(15)式明显可见, 近似式

的相位为  $90^\circ$ , 这和在  $\rho/\lambda$  较小时精确获得的相位值十分一致。

图 2 还给出了在(14)式和(15)式中只取第一项的近似曲线。从图中可看出, 当  $\rho$  很小(例如: 小于  $0.01\lambda$ )时, 这种十分简单的近似也可获得精度很高的结果。这一结论十分

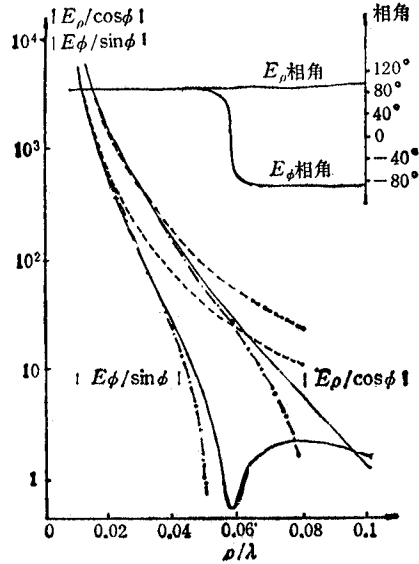


图 2 用近似公式和精确数值积分所获得结果的比较

——(1)式或(2)式的结果    - · - · - (14)式或(15)式的结果    ----(14)式或(15)式中只取第一项的结果  
 $\epsilon_{1r} = 2.5 \quad \epsilon_{2r} = 10.0 \quad d_1 = d_2 = 0.05\text{cm}$

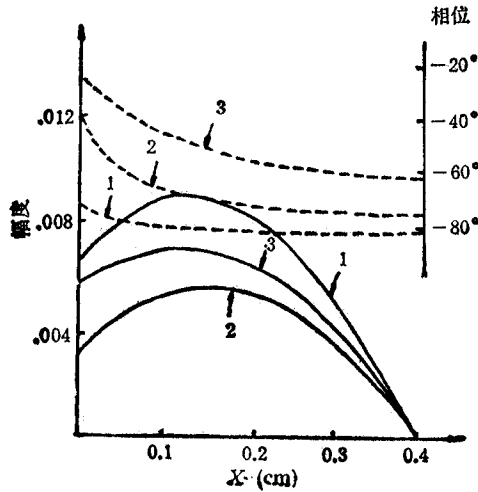


图 3 带介质复盖层的微带偶极天线(臂长  $0.4\text{cm}$ )的电流分布。

$\epsilon_{1r} = 2.5 \quad \epsilon_{2r} = 10.0 \quad d_1 = 0.1\text{cm}, \quad f = 10\text{GHz}$ , 偶极天线直径  $0.006\text{cm}$ .  
 1—— $d_2 = 0.1\text{cm}$     2—— $d_2 = 0.2\text{cm}$     3—— $d_2 = 0.3\text{cm}$

有用。在利用矩量法(分域基、Galerkin 法)计算分层介质界面上的线天线电流分布时,由于天线附近介电常数的跃变,计算短偶极子的自阻抗矩阵元时将遇到困难。图 2 的结果表明:介质界面上的电流元的极近场是和介电常数为  $\frac{\epsilon_{1r} + \epsilon_{2r}}{2}$  的均匀空间中的极近场几乎完全一致,所以,可在计算中直接利用均匀空间中自阻抗矩阵元的解析结果,使问题得到简化。

从图 2 还可看出,  $E_\phi$  分量的精确值有一低的深陷,其相位在下陷附近产生近  $180^\circ$  的变化。计算表明,介质层愈薄,这一现象愈明显。这时近场近似的误差增大。但是,适当多取几个镜象,可获得较好的结果,甚至也可模拟出  $180^\circ$  的相位突变来。对于介质层较厚的情况,多取镜象的效果将不明显。

在对所研究结构的格林函数进行实际计算时,可采用分段处理的方法,即在近场区(例如  $\rho/\lambda < 0.03$ )采用(14)式和(15)式,其他区域用数值积分进行计算。图 3 是按这一思路,并在矩量法中应用前述的简化后获得的有介质复盖层的有限长度微带偶极天线电流分布的例子,其结果和不用近似公式的情况十分一致(误差小于 1%)。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] Jiasheng Wang and V. Hansen, Kleinheubacher Berichte, Darmstadt, Deutschland, Band 26, 1985, pp. 65—72.
- [ 2 ] V. Hansen and Jiasheng Wang, Radiation Coupling in a Microstrip Array with a Dielectric Cover, Proc. of 1985 International Symp. on Antennas and EM Theory, August 1985, Beijing, pp. 22—28.
- [ 3 ] 王家胜,宇航学报,1985年,第1期,第24—34页。
- [ 4 ] A. Sommerfeld, Partielle Differentialgleichungen der Physik, Akademische Verlagsgesellschaft, Deutschland, 1962.
- [ 5 ] H. Richmond, NASA CR-2396, May 1974.

## APPROXIMATE CALCULATION FOR THE NEAR FIELD OF ELEMENT CURRENT IN MICROSTRIP STRUCTURE WITH DIELECTRIC COVER

Wang Jiasheng

(Chinese Academy of Space Technology, Beijing)

**Abstract** Simple approximate formulas of near field for a element current in microstrip structure are derived by using the exact formulas consisting of integrals of Sommerfeld type. results Calculated with these formulas are compared with those obtained by numerically calculating Sommerfeld integrals, and it is shown that these formulas are valid for small  $\rho/\lambda$  and have no limitation of layer thickness and loss.

**Key words** Microstrip antenna; EM theory; Moment method; Sommerfeld integral