第14卷 第2期　　电子科学学刊　　Vol. 14, No. 2
1992年3月　　JOURNAL OF ELECTRONICS　　Mar., 1992

多层集合及其在布图设计中的应用

夏　航
（浙江大学 CAD & CG 国家重点实验室，杭州 310008）
陆生勋
（杭州大学电子工程系 CAD 室，杭州 310028）
苏　钟　人
（厦门大学电子工程系，厦门 361005）

摘要　本文提出多层集合的概念及其表示方法，并讨论了它在布图设计中的二则应用.

关键词　图论；集合；布线连通孔优化；BBL 布局

1. 引言

在布图设计中不少地方要用到图的运算.通常表示图的方法有两种：一是利用矩阵，一是利用结构数组和链表. 其实，也可以直接用节点集和边集来表示一个图，再用集合运算进行图的各种运算. 文献[1]曾通过C语言的位运算建立集合运算，以便节省内存，提高速度. 为了进一步扩大集合运算的范围，本文将集合概念推广到多层集合，并给出它的二进制代码表示方法，将多层集合运算归结为位运算. 其次，讨论两个应用：(1)改进双层布线连通孔优化的算法；(2)简化 BBL 布局中的方位树数的计算.

2. 多层集合

(1) *多层集合的定义*　设 $E=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 为全集，n 是有限正整数. 全集的子集 $S_1\subseteq E$，称为单层集合. 空集记作 ϕ. $\phi\subseteq S_1$，$\phi\neq\{\phi\}$. 2层集合 S_2 定义为这样一个集合，它由属于全集 E 的元素和非空集的单层集合为元素所组成的集合. 单层集合就是一般集合论中的集合. k 层集合($k\geqslant 2$)可递归地定义为一个由全集 E 的元素和单层至 $k-1$ 层集合为元素的一个集合，其中第 $k-1$ 层集合应非空集. k层集合的花括号是嵌套的，最外面一对花括号称为第1层括号，向内依次称为第2层、第3层、…括号. 第 k 层括号内的元素称为第 k 层元素. 每层元素又分为两类：不带花括号的元素称为简单元素，否则称为复合元素. 例如，$S_3=\{x_1,x_2,\{x_2,x_3\},\{x_4,\{x_1\}\}\}$，其中

第1层元素是 $x_1,x_2,\{x_2,x_3\}$，$\{x_4,\{x_1\}\}$这一层的简单元素是 x_1,x_2.

第2层元素是 $x_2,x_3,x_4,\{x_1\}$，简单元素是 x_2，x_3,x_4.

第3层元素是 x_1，它是简单元素.

单层集合和 k 层集合总称为多层集合，多层集合的全集仍指原始设定的 E.

(2) *多层集合的运算*　k 层集合的任意一个复合元素都可以用无序树来表示. 例如，复合元素$\{a,b,c,\{a,b\},\{c,d,\{a,e\}\}\}$所对应的无序树如图1所示. 出度为零的节

1991.04.22 收到，1991.09.02 定稿.

点称为叶，其他节点称为分枝点. 这样的树称为复合元素树. 为了用二进制代码表示多层集合,我们可以先建立一个指针数组 CompPtr[]， 它存放所有参与运算的多层集合中属于第一层元素的复合元素树的地址(假设共有m个). 然后建立一个无符号整型数组 Bitmap[ ]，使得它的前 n 位与全集 E 的 n 个元素一一对应，它的后 m 位与指针数组 CompPtr[ ] 的 m 个元素一一对应. 这样，对于参与运算的一个多层集合，就可以写出它的二进制代码,并存放于 Bitmap[ ]中.对多层集合的集合运算,包括并集、交集、差集等,可通过二进制代码的位运算来完成,然后再将结果由代码映射到多层集合.

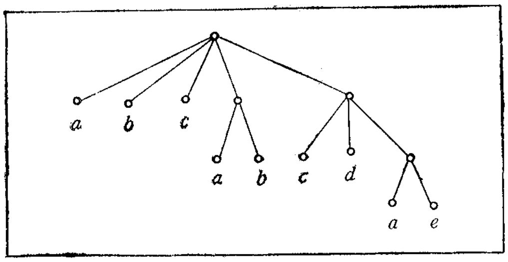

图1 复合元素树

由于多层集合的元素分层次,我们定义以下去层和增层的运算.

(a) 去层　取消某一层花括号的运算称为去层. 取消第 K 层的花括号称为"去 k 层".去 k 层的运算等价于求第 k 层集合与第 $k-1$ 层简单元素子集的并集，并可根据幂等律吸收相同的元素. 例如:

$$S_3=\{a,b,\{a,d\},\ \{d,\{e\}\}\}$$

"去 2 层"后得到

$$S_2=\{a,b,d,\ \{e\}\}.$$

(b) 增层　对多层集合中第 k 层的某些元素用一对花括号括起来作为一个复合元素称为增层. 增层须说明层次和元素. 仍以上面的 S_3 为例,对第 1 的元素 a, b, $\{a,d\}$ 增层后有

$$S_4=\{\{a,b,\{a,d\}\},\{d,\ \{e\}\}\}$$

(3) 多层多重集合　多重集合的概念也可以推广到多层集合. 允许多层集合中有相同的元素时称为多层多重集合. 例如 $\{a,\{b,c\},\{b,c\}\}$是多层多重集合. 对于多层多重集合的并集、交集、差集、补集等运算,可将相同的元素看做不同的元素进行运算后再恢复成相同的元素.

3. 关于布线连通孔的优化

R. W. Chen[2]优化双层布线连通孔的方法是根据水平线段和垂直线段的分布情况产生簇，再由簇产生图模型. 最后用奇回路复盖法优化连通孔. 由线段分布产生簇的算法采用沿线段扫描的方法，所以计算量较大. 我们改用多层集合运算产生簇和图模型. 方法简单、直观,容易编写程序,而且运算速度也比扫描法快得多.

一般来说，双层布线总可以化为水平线段与垂直线段的布线. 设水平线段两端点的坐标为 (x_{h1},y_h),(x_{h2},y_h);垂直线段两端点的坐标为(x_v,y_{v1}),(x_v,y_{v2}). 垂直线段和水平线段同时满足以下条件时,定义为相交:

(1)　$y_{v1}<y_h<y_{v2}$, 或 $y_{v1}>y_h>y_{v2}$;

(2)　$x_{h1}<x_v<x_{h2}$, 或 $x_{h1}>x_v>x_{h2}$.

设 S^h 和 S^v分别是水平线段和垂直线段的全体,如果略去下标,则 S^h 和 S^v有以下形式:

$\{\{x,y\},\{x,y\}\},\{\{x,y\},\{x,y\}\},\cdots\}$

要求簇时，可从 S^h 或 S^v 中取出一条线段和已经取出的 $S^{v'}$ 或 $S^{h'}$ 比较，是否满足相交条件．将有相交关系的线段视为一个 3 层集合 S_3，这就是一个簇．然后，对各簇"去 2 层"，便得到各簇顶点的集合，它们是 2 层集合，分别记作 $S_{21},S_{22},\cdots,S_{2i},\cdots$．以这些集合为顶点集 V，以一双双这些集合的交集为边构成边集 E，便立刻得到文献[2]的图模型 $G=G(V, E)$．上述算法用 C 语言实现．用无规的水平线段和垂直线段发生器模拟双层布线，采用多层集合的二进制编码进行集合运算，大大减少了计算量和运行时间．

4. BBL 布局中的方位树的计算

文献[3]研究 BBL 布局算法时，对划分切块结构提出图 2 的点结构模型．用圈和点表示单元间的位置关系．圈内的点表示单元，点的排列方向即相应单元的排列方向．圈代表圈内点所构成的包络矩形，可将这个矩形视作一个单元再和其他单元作排列．点结构模型又可以用方位树来表示．该文用解不定方程的方法求出方位树数的计算公式，但较复杂．实际上，利用整数划分便可求出所有 n 个单元的方位树数．设整数 n 的划分 $\Pi=(d_1,d_2,\cdots,d_p)$．如果 $d_i>1$，则再划分 d_i，如此直到划分成每个 d_i 均为 1 为止．显然，这样的每个划分，就是一个方位树的表示．现在举例说明这种算法．

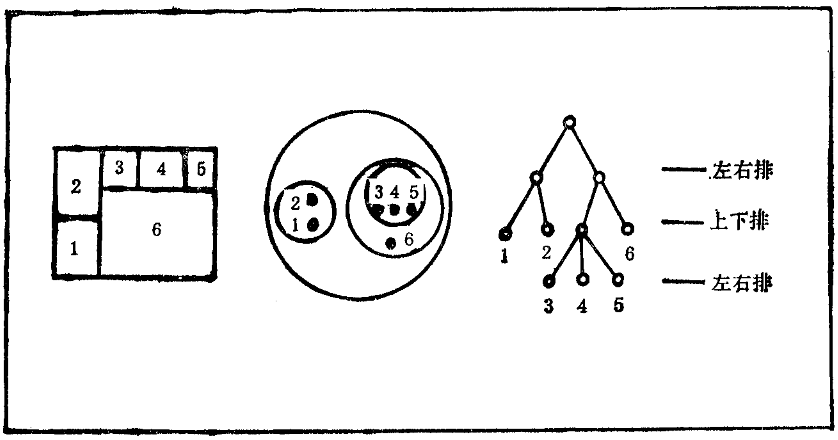

图 2　BBL 布局的点结构和方位树

设 $n=2$，划分后的多层集合为 $T_2=\{1,1\}$．

设 $n=3$，先划分为$\{\{1,2\},\{1,1,1\}\}$，其中 $2>1$，再划分后得到 $T_3=\{\{1,\{1,1\}\},\{1,1,1\}\}$．

设 $n=4$，$T_4=\{\{1,1,1,1\},\{\{1,1\},1,1\}, \{\{1,1\}, \{1,1\}\}, \{\{1,1,1\},1\},\{\{\{1,1\},1\},1\}\}$．$T_4$ 共有 5 个多层多重集合元素，均为复合元素．

设 $n=5$，T_5 有 12 个多层多重集合元素．

设 $n=6$，T_6 有 33 个元素．

我们用多层多重集合元素的迭代便可求出方位树的总数．

5. 结束语

多层集合运算的应用并不限于布图设计．许多涉及图论的运算可以利用多层集合运算．尤其是关于拟阵和超图的不少概念须用集合来定义，算法中也常用到集合运算．如

果使用多层集合来编写程序，不仅易读，而且效率高。

参　考　文　献

[1] 陆生勋，姜国均，C语言的集合运算，杭州大学学报，18(1991)1，115—116.
[2] R. W. Chen, Y. Kajitani, S. P. Chen, *IEEE Trans. on* CAS, CAS-30 (1983)5, 284—299.
[3] 俞明永，陆生勋，庄文君，电子学报，18(1990)2，13—18.

MULTILAYER SET AND ITS APPLICATION IN GRAPHIC LAYOUT DESIGN

Xia Hang　　Lu Shengxun
(*State Key Laboratory of CAD & CG at Zhejiang University, Hangzhou* 310027)
(*Department of Electronic Engineering, Hangzhou University, Hangzhou* 310028)

Su Zhongren
(*Department of Electronic Engineering, Xiamen University, Xiamen* 361005)

Abstract　The concept of multilayer set and its representation are introduced. Two examples of its application in graphic layout design are discussed.

Key words　Graph theory; Set; Routing via minimization; BBL placement