

# 自适应频率和二维波达方向角跟踪估计算法<sup>1</sup>

周云钟 陈天麒

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**摘 要** 运用特征子空间分析方法的关键问题在于信号或噪声子空间的估计。在实际中有些信号的统计特性通常是随时间变化的,这时需要随时根据新的阵列接收数据对信号或噪声子空间进行更新,以得到参数的实时估计值。在该文中建立了多维信号参量联合估计的 3D Unitary ESPRIT 算法,然后提出了基于球面平均 ULV 分解的子空间跟踪算法,将子空间跟踪算法与多维信号参量联合估计算法相结合,得到多维时变信号参数的跟踪估计算法。仿真计算结果验证了该算法的有效性。

**关键词** 阵列信号处理, 信号参数估计, ESPRIT 算法, 子空间跟踪, 更新

**中图分类号** TN911.23

## 1 引言

近十几年以来,特征子空间方法在信号处理的许多领域得到广泛的应用<sup>[1]</sup>。现有的特征子空间方法基本上都是“批处理方法”,即采样一定数据长度  $L$  的样本数据矢量,构成样本数据矩阵或样本协方差矩阵,然后对其进行奇异值分解(SVD)或特征值分解(EVD),将样本数据空间分解为信号子空间  $V_s$  和噪声子空间  $V_n$ ,在此基础上进而求解信号参数估计值。在许多情况下,信号的参量可能随时间变化,导致相应的信号/噪声子空间发生变化,这样势必影响估计的准确性,估计结果无法及时反映信号参量的变化。为实现对时变信号参量的实时跟踪估计,有必要研究有效而简单的子空间更新或跟踪算法。文献[2]利用秩显 URV 分解<sup>[3]</sup>更新噪声子空间,利用 MUSIC 算法<sup>[4]</sup>进行信号到达方向(DOA)的跟踪估计;文献[5]提出的 URV ESPRIT 方法,利用秩显 URV 分解进行信号子空间的跟踪,并与 ESPRIT 方法<sup>[6]</sup>相结合,构成自适应 DOA 估计算法。这些方法基本上都是针对一维参量的跟踪估计,在实际应用中,常常要求对多个信号参量进行跟踪估计,而目前这方面的研究还有待开展。本文首先建立了用于频率、方位角和俯仰角估计的阵列结构及信号模型,给出 3D Unitary ESPRIT 算法,然后提出了一种子空间跟踪算法,最后将该子空间跟踪算法与上述 3D Unitary ESPRIT 算法相结合,得到自适应的三维信号参数跟踪估计的算法。

## 2 阵列结构与信号模型

阵列结构如图 1(a)所示,  $X-Y$  平面上的两个均匀线阵分别沿  $X$  轴和  $Y$  轴放置,组成十字交叉阵列,两线阵相交于  $X-Y$  平面的原点。为简单起见,假设两线阵的阵元数均为  $2m$ ,阵元间距为  $\Delta$ 。如图 1(b)线阵的每一个阵元均带有  $L$  个延迟抽头(不失一般性地假设  $L$  为偶数),而每个延迟插头延迟为  $D_T$ 。整个阵列看成由  $L+1$  层组成,最上面的交叉子阵为第 0 层,其他的以此类推。

假设空间中有  $P$  个窄带辐射信号  $s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)$  以平面波形式入射到阵列上,这些信号的参数组合为  $(f_p, \phi_p, \theta_p, 1 \leq p \leq P)$ , 分别表示第  $p$  个信号的载波频率、方位角与俯仰角,  $-180^\circ < \phi_p \leq 180^\circ$ ,  $0 \leq \theta_p \leq 90^\circ$ 。  $X, Y$  阵列的第  $i$  个阵元的第  $h$  个抽头的输出信号分别用  $x_{ih}(t)$  和  $y_{ih}(t), i = -m, \dots, -1, 1, \dots, m, 0 \leq h \leq L$  表示,而  $u_p = \cos \phi_p \sin \theta_p$  和  $v_p = \sin \phi_p \sin \theta_p$  分别表示第  $p$  个信号源相对于  $X$  轴和  $Y$  轴的方向余弦。

<sup>1</sup> 2000-08-04 收到, 2000-12-21 定稿

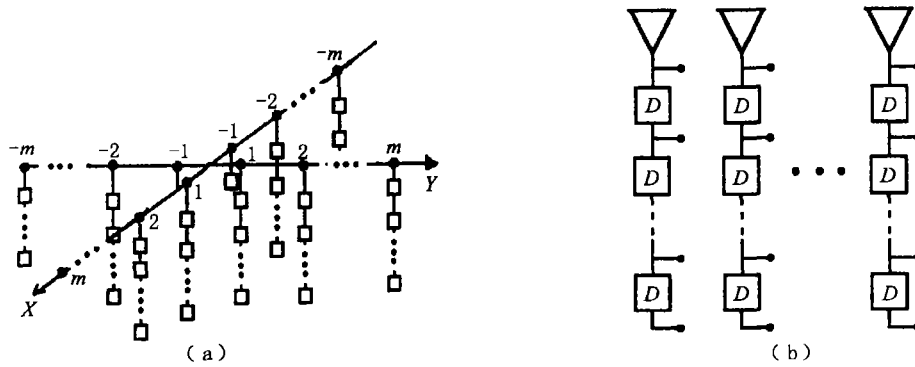


图 1 用于频率和二维波达方向估计的阵列结构

定义  $a_{ixhp} = e^{2\pi j[\frac{(2i-1)\Delta v_p f_p}{2c}(h-1)f_p D_T]}$ ,  $a_{iyhp} = e^{2\pi j[\frac{(2i-1)\Delta v_p f_p}{2c}(h-1)f_p D_T]}$ ,

$L_1 = L/2 - 1$ ,  $L_0 = L/2$ ,  $L_2 = L/2 + 1$ ,  $M = 4m(L + 1)$ .

整个阵列的输出可以写成:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{A}(f, \phi, \theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中输出矢量  $\mathbf{z}(t) \in C^{M \times 1}$  定义为

$$\mathbf{z}(t) = [x_{-m0}(t) \ y_{-m0}(t) \cdots x_{m0}(t) \ y_{m0}(t) \cdots x_{-mL_1}(t) \ y_{-mL_1}(t) \cdots x_{mL_1}(t) \ y_{mL_1}(t) \\ x_{-mL_0}(t) \ y_{-mL_0}(t) \cdots x_{-1L_0}(t) \ y_{-1L_0}(t) \ y_{1L_0}(t) \ x_{1L_0}(t) \cdots y_{mL_0}(t) \ x_{mL_0}(t) \\ y_{-mL_2}(t) \ x_{-mL_2}(t) \cdots y_{mL_2}(t) \ x_{mL_2}(t) \cdots y_{-mL}(t) \ x_{mL}(t) \cdots y_{mL}(t) \ x_{mL}(t)] \quad (2)$$

$\mathbf{s}(t) \in C^{p \times 1}$ ,  $\mathbf{n}(t) \in C^{M \times 1}$  分别为信号及噪声矢量. 而  $\mathbf{A}(f, \phi, \theta) = [\mathbf{a}(f_1, \phi_1, \theta_1), \cdots, \mathbf{a}(f_p, \phi_p, \theta_p)] \in C^{M \times p}$  的各个列矢量为

$$\mathbf{a}(f_p, \phi_p, \theta_p) = [a_{-mx0p} \ a_{-my0p} \cdots a_{mx0p} \ a_{my0p} \cdots a_{-mxL_1p} \ a_{-myL_1p} \cdots a_{mxL_1p} \ a_{myL_1p} \\ a_{-mxL_0p} \ a_{-myL_0p} \cdots a_{-1xL_0p} \ a_{-1yL_0p} \ a_{1yL_0p} \ a_{1xL_0p} \cdots a_{myL_0p} \ a_{mxL_0p} \\ a_{-myL_2p} \ a_{-mxL_2p} \cdots a_{myL_2p} \ a_{mxL_2p} \cdots a_{-myLp} \ a_{-mxLp} \cdots a_{myLp} \ a_{mxLp}]^T \quad (3)$$

### 3 3D Unitary ESPRIT 算法

Unitary ESPRIT<sup>[7]</sup> 是 ESPRIT 算法的改进形式. 采用中心对称的阵列结构, Unitary ESPRIT 在结构上类似 ESPRIT 算法, 然而只须进行实值运算, 实际的运算量大大减少; 其次, Unitary ESPRIT 可以得到更为精确的估计结果. 在文献 [8] 中, Unitary ESPRIT 被推广到二维信号参数的估计问题, 所提出的 2D Unitary ESPRIT 算法采用均匀矩形阵列, 可以对方位角及俯仰角进行联合估计. 在这里, 为适应载波频率未知的情况, 进一步将该算法推广, 进行频率、二维波达方向角的三维参量联合估计.

以  $X$  的前  $2m-1$  个阵元及抽头输出构成一个子阵列, 以后  $2m-1$  个阵元及抽头输出构成另一个子阵列; 以  $Y$  的前  $2m-1$  个阵元及抽头输出构成一个子阵列, 以后  $2m-1$  个阵元及抽头输出

构成另一个子阵列, 也即定义选择矩阵  $J_{11}, J_{12}, J_{21}, J_{22} \in \mathbf{R}^{M_0 \times M}$ ,  $M_0 = (2m-1) \times (L+1)$ . 这样, 下列等式成立:

$$J_{11} \mathbf{A} \Phi_1 = J_{12} \mathbf{A} \quad (4)$$

$$J_{21} \mathbf{A} \Phi_2 = J_{22} \mathbf{A} \quad (5)$$

其中  $\Phi_1 = \text{diag}\{e^{j\mu_{1p}}\}$ ,  $\Phi_2 = \text{diag}\{e^{j\mu_{2p}}\}$ ,  $p = 1, \dots, P$ , 而  $\mu_{1p} = [(2\pi f_p)/c]\Delta u_p$ ,  $\mu_{2p} = [(2\pi f_p)/c]\Delta v_p$  分别为  $X$ ,  $Y$  方向的空间频率.

若以  $X$  阵列上面  $L$  层的  $2m \times L$  个阵元 / 抽头输出构成一个子阵列, 以下面  $L$  层  $2m \times L$  个阵元 / 抽头输出构成另一个子阵列, 也即定义选择矩阵  $J_{31}, J_{32} \in \mathbf{R}^{M_1 \times M}$ ,  $M_1 = 2m \times L$ , 这样有

$$J_{31} \mathbf{A} \Phi_3 = J_{32} \mathbf{A} \quad (6)$$

其中  $\Phi_3 = \text{diag}\{e^{j\mu_{3p}}\}$ ,  $p = 1, \dots, P$ ,  $\mu_{3p} = -2\pi f_p D_T$ .

下面给出了 3D Unitary ESPRIT 算法的描述 (详见文献 [9]).

(1) 将  $t_1, t_2, \dots, t_N$  各时刻的阵列输出矢量  $z(t_n)$  组成的  $M \times N$  的数据矩阵  $Z$  进行实值化, 构成  $M \times 2N$  的实值矩阵  $Z_R \stackrel{\text{def}}{=} Q_M^H [Z \quad \prod_M \bar{Z} \prod_N] Q_{2N}$ ; (其中  $Q_M \in C^{M \times M}$  和  $Q_{2N} \in C^{2N \times 2N}$  均为左- $\prod$  实矩阵<sup>[10]</sup>,  $\prod_M$  和  $\prod_N$  分别为  $M \times M$  和  $N \times N$  的置换矩阵,  $\bar{Z}$  为矩阵  $Z$  的共轭.)

(2) 计算  $K_{11} = Q_{M_0}^H (J_{11} + J_{12}) Q_M$ ,  $K_{12} = Q_{M_0}^H j(J_{11} - J_{12}) Q_M$ ;

$K_{21} = Q_{M_0}^H (J_{21} + J_{22}) Q_M$ ,  $K_{22} = Q_{M_0}^H j(J_{21} - J_{22}) Q_M$ ;

$K_{31} = Q_{M_1}^H (J_{31} + J_{32}) Q_M$ ,  $K_{32} = Q_{M_1}^H j(J_{31} - J_{32}) Q_M$

(3) 求  $Z_R$  的信号子空间的估计  $V_s$ ;

(4) 求解超定方程:  $K_{11} V_s \Psi_1 \cong K_{12} V_s$ ,  $K_{21} V_s \Psi_2 \cong K_{22} V_s$ ,  $K_{31} V_s \Psi_3 \cong K_{32} V_s$ , 得到最小二乘 (LS) 解或总体最小二乘 (TLS) 解和  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$ ;

(5) 求解  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3$  的配对特征值;

(6) 求解频率、方位 / 俯仰角的估计值  $\hat{f}_p, \hat{\phi}_p$  和  $\hat{\theta}_p$ .

#### 4 子空间跟踪算法

上述算法的关键在于信号子空间  $V_s$  的估计, 这通常需要对数据矩阵进行奇异值分解 (SVD) 或对数据协方差矩阵进行特征值分解 (EVD) 来完成. 为估计时变的信号参量, 有效的方法就是随时更新子空间的估计, 而如果仍然利用 SVD 或 EVD, 计算量将很大, 对实时处理不利, 有必要寻找简单而有效的更新子空间的方法.

有关子空间更新 (或称子空间跟踪) 的问题近年来得到较深入的研究, 不少作者提出了建设性的方法, 参见文献 [1,11]. 其中的球面子空间跟踪 (Spherical Subspace Tracking) 方法是由 DeGroat 等人提出的<sup>[12]</sup>, 其基本思想建立于 Karasalo 的子空间平均方法<sup>[13]</sup>上. 基于白噪声模型, Karasalo 方法通过对噪声特征值求平均值, 并以此平均值取代原来可能互异的噪声特征值, 使得由噪声特征矢量张成的超椭球面进而变成超球面, 在这个子空间中特征矢量可以任意重新指向. 这样就可以旋转噪声子空间, 以使新的数据矢量在噪声子空间上的投影落在噪声子空间的某一个基矢量上, 所有位于球面子空间内的新的秩 1 功率可以累加至子空间内某一特定的特征分量上, 因此, 原来  $M - P$  维的噪声子空间的计算简化为一维的计算, 可以将  $M$  维子

空间的跟踪问题转化为  $P+1$  维子空间的跟踪, 无疑会大大简化计算. 此外 Stewart 提出了“秩显 ULV 分解”的概念, 并将其运用于子空间跟踪问题<sup>[14]</sup>. 他指出更新 ULV 分解所需计算量为  $O(M^2)$ , 相对于更新 SVD 的  $O(M^3)$  大大减少. 这里提出的“基于球面平均 ULV 分解的子空间跟踪”算法, 将秩显 ULV 分解与球面子空间跟踪加以结合, 以达到进一步简化计算的目的. 下面是该算法的简单描述.

假设  $k-1$  时刻的数据矩阵  $Z_{k-1}^H$  具有球面平均 ULV 分解形式:  $Z_{k-1}^H = U_{k-1} \bar{L}_{k-1} V_{k-1}^H$ , 其中  $V_{k-1}^H V_{k-1} = I$ , 而  $M \times M$  的矩阵  $\bar{L}_{k-1}$  的秩近似为  $P$ , 具有以下的“秩显”结构:

$$\bar{L}_{k-1} = \begin{bmatrix} L_{s,k-1} & 0 \\ 0 & \bar{\sigma}_{n,k-1} I \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中的  $L_{s,k-1}$  为  $P \times P$  的下三角矩阵,  $\bar{\sigma}_{n,k-1}$  表示所有噪声奇异值的平均值. 将  $V_{k-1}$  划分为  $[V_{s,k-1} \quad V_{n,k-1}]$ , 其中  $V_{s,k-1}$  为  $P$  维的信号子空间, 而  $V_{n,k-1}$  为  $M-P$  维球面噪声子空间.

在  $k$  时刻得到新的数据矢量  $z_k$  后, 需要进行以下步骤:

(1) 通过指数窗方法更新数据矩阵, 并利用块 Householder 变换对噪声子空间  $V_{n,k-1}$  的基进行旋转:

$$Z_k^H = \begin{bmatrix} \beta Z_{k-1}^H \\ z_k^H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{k-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \bar{L}_{k-1} \\ z_k^H V_{k-1} \end{bmatrix} V_{k-1}^H = U_k' \begin{bmatrix} \beta L_{s,k-1} & 0 \\ 0 & g^H \beta \bar{\sigma}_{n,k-1} I \end{bmatrix} V_{k-1}^H \quad (8)$$

其中  $g = V_{k-1}^H z_k$ . 注意到  $U_k$  的维数随  $k$  而增大, 而在后续的处理并不涉及其处理, 故不必对  $U_k$  进行更新.

由 (8) 式, 我们可以进一步得到

$$\begin{aligned} Z_k^H &= U_k' \begin{bmatrix} \beta L_{s,k-1} & 0 \\ 0 & g^H H \beta \bar{\sigma}_{n,k-1} I \end{bmatrix} H^H V_{k-1}^H \\ &= U_k' \begin{bmatrix} \beta L_{s,k-1} & 0 \\ 0 & \beta \bar{\sigma}_{n,k-1} I \\ g_s^H & \rho \quad 0 \cdots 0 \end{bmatrix} [V_{s,k-1} \quad v_{n,k-1} \quad V_{n,k-1}^A]^H \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $H = \begin{bmatrix} I_P & 0 \\ 0 & H_{M-P} \end{bmatrix}$ ,  $H_{M-P}$  为  $(M-P) \times (M-P)$  的 Householder 变换矩阵.

$g_s = V_{s,k-1}^H z_k$ . 定义  $z_k$  在噪声子空间  $V_{n,k-1}$  中的归一化投影矢量为:  $v_{n,k-1} = \frac{g_n}{\rho}$ , 其中  $g_n = V_{n,k-1}^H z_k$ ,  $\rho = \|g_n\|$  表示  $z_k$  在  $v_{n,k-1}$  方向上投影的幅值, 而  $V_{n,k-1}^A$  由  $V_{n,k-1}$  中与  $v_{n,k-1}$  正交的矢量组成, 这样, 新的快拍矢量在  $V_{n,k-1}^A$  中的分量为 0, 新的数据矢量完全位于  $P+1$  维子空间  $\text{span}([V_{s,k-1} \quad v_{n,k-1}])$  中,  $V_{n,k-1}^A$  的基不必进行更新计算,  $M-P$  维的噪声子空间的计算简化为一维的计算. 这样只需对 (9) 式右端中间项矩阵的  $P+1$  维的主子矩阵和

最下面一行的前  $P+1$  个元素进行处理, 即只考虑矩阵  $L_0 = \begin{bmatrix} 0 & & \\ & \vdots & \\ \beta L_{s,k-1} & & 0 \\ 0 \cdots 0 & \beta \bar{\sigma}_{n,k-1} & \\ g_s^H & \rho & \end{bmatrix}$ .

对  $L_0$  的各行运用平面旋转  $Q_0 = Q_0^1 \cdots Q_0^{P+1}$  将  $L_0$  的最后一行进行清零, 结果矩阵  $L_1 = Q_0 L_0$  为下三角阵.

(2) 压缩 为得到秩显 ULV 分解形式, 需要对  $L_1$  进行“压缩”<sup>[14]</sup>. 首先确定矢量  $w$ , 使得范数  $\|w^H L_1\|$  近似等于矩阵  $L_1$  的最小奇异值. 其次针对  $w$  运用平面旋转, 使得  $w$  除了最后一个分量外, 其余分量均为零. 用  $Q_1 = Q_1^P Q_1^{P-1} \cdots Q_1^1$  表示所有旋转矩阵的乘积. 接着用  $Q_1$  左乘  $L_1$ . 这意味着对  $L_1$  的各行进行旋转, 其结果将非零元素重新“填充”于  $L_1$  对角线上方, 这样  $Q_1 L_1$  不再为下三角矩阵. 为消除这样的“填充”, 恢复矩阵的下三角形式, 在每次左旋转后进行右旋转. 用  $Q_2 = Q_2^1 Q_2^2 \cdots Q_2^P$  表示这一系列右旋转之积. 定义  $L_2 = Q_1 L_1 Q_2$  为旋转后的下三角矩阵, 最后一行的范数近似等于  $L_1$  的最小奇异值, 这样就得到了秩显露的 ULV 分解.

(3) 细化 通过平面旋转将矩阵  $L_2$  的最后一行中的非对角线上的“小”元素进一步减小, 从而达到对 ULV 分解的进一步细化, 使  $L_2$  更接近对角矩阵. 通过一系列左旋转将  $L_2$  的最后一行的前  $P-1$  个元素约化为零 (用  $Q_3 = Q_3^1 Q_3^2 \cdots Q_3^P$  表示这一系列左旋转之积). 在每次左旋转后进行右旋转以恢复矩阵的下三角形式 (用  $Q_4 = Q_4^P Q_4^{P-1} \cdots Q_4^1$  表示这一系列右旋转之积). 这样的细化过程可以进行若干次.

通过上述步骤, 最后得到的矩阵形式为:  $L_3 = Q_3 L_2 Q_4 = \begin{bmatrix} L_{s,k} & \\ & \sigma \end{bmatrix}$ , 它仍然保持了下三角矩阵的形式, 而最后一行的元素值变得更加“小”了, 用  $s$  加以表示, 最右端的元素以  $\hat{\sigma}$  表示.

(4) 对矩阵  $[V_{s,k} \ v_{n,k}]$  实施反向旋转, 即:  $[V_{s,k} \ v_{n,k}] \leftarrow [V_{s,k-1} \ v_{n,k-1}] \cdot Q_2 \cdot Q_4$ .

(5) 最后对噪声功率进行重新平均:

$$\bar{\sigma}_{n,k}^2 \leftarrow \frac{(M-P-1)(\beta \bar{\sigma}_{n,k-1})^2 + |\hat{\sigma}|^2}{M-P} \quad (10)$$

并构成  $k$  时刻的矩阵  $L_k$ :  $L_k \leftarrow \begin{bmatrix} L_{s,k} & 0 \\ 0 & \bar{\sigma}_{n,k} \end{bmatrix}$

考虑到信号子空间的维数 (即信号源的个数)  $P$  可能预先未知或随时间变化的情况, 因此需要引入秩变化检测. 假设已知信号的噪声功率  $\sigma_{\text{noise}}^2$ , 利用两个阈值  $\text{tol\_inc}$  和  $\text{tol\_dec}$  分别处理秩增加和秩减少的情况, 即比较  $\text{tol\_inc}$  与  $\sigma_{\text{noise}}^2$  判定秩是否增加, 当判断结果为真时对信号子空间进行扩展 (由  $P$  维增加为  $P+1$  维), 新的信号子空间  $V_{s,k}$  将矢量  $v_{n,k}$  包含进来; 如果没有检测出秩增加, 则进一步进行秩减少的判断, 首先对主子矩阵  $L_{s,k}$  进行压缩和细化, 得到它的最小奇异值  $\sigma_P$  及其对应的奇异矢量  $v_P$ , 其次进行  $\sigma_{\text{noise}}^2$  与  $\text{tol\_dec}$  的比较. 当判断出秩减少时, 对信号子空间进行压缩 (由原来的  $P$  维减少为  $P-1$  维), 从原来的信号子空间  $V_{s,k}$  中剔除奇异矢量  $v_P$ . 当噪声的  $\sigma_{\text{noise}}^2$  未知时, 可利用递推方法得到其估计值  $\hat{\sigma}_{\text{noise}}^2$ .

我们按照下式分别选择阈值:

$$\text{tol\_inc} = \frac{(1-\beta^2)[\beta^2(M-P-1)\bar{\sigma}_{n,k-1}^2 + |\hat{\sigma}|^2]}{K_1(M-P)}, \quad \text{tol\_dec} = \frac{(1-\beta^2)[\beta^2(M-P)\bar{\sigma}_{n,k-1}^2 + |\sigma_P|^2]}{K_2(M-P+1)}$$

常数  $K_1, K_2 > 1$ .

最后我们给出整个算法的流程如下:

STRASAUD 算法 (Subspace TRACKing based on Spherically Averaged ULV Decomposition)

循环过程  $k = 1, 2, \dots$ ,

(1) 输入新的采样数据  $z_k$ ;

(2)  $g_s \leftarrow V_{s,k-1}^H z_k$ ;  $g_n = z_k - V_{s,k-1} g_s$ ,  $\rho \leftarrow \|g_n\|_2$ ,  $v_{n,k-1} \leftarrow \frac{g_n}{\rho}$ ;  $V_{k-1} \leftarrow [V_{s,k-1} \quad v_{n,k-1}]$ ;

(3)  $L_0 \leftarrow \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \beta L_{s,k-1} & & & \\ & & 0 & \\ 0 \cdots 0 & & \beta \bar{\sigma}_{n,k-1} & \\ g_s^H & & & \rho \end{bmatrix}$ ;  $L_1 \leftarrow Q_0 L_0$ ;

(4) 对  $L_1$  进行压缩:  $L_2 \leftarrow Q_1 L_1 Q_2$ ;

(5) 细化:  $L_3 \leftarrow Q_3 L_2 Q_4$ ;

(6)  $[V_{s,k} \quad v_{n,k}] \leftarrow [V_{s,k-1} \quad v_{n,k-1}] Q_2 Q_4$

(7) 计算  $\text{tol\_inc}$  和  $\hat{\sigma}_{\text{noise}}^2$ , 并进行比较.

如果  $\text{tol\_inc} > \hat{\sigma}_{\text{noise}}^2$ , 则对信号子空间进行扩展, 然后转步骤 (9).

否则, 继续下一步骤.

(8) 对主子矩阵  $L_{s,k}$  进行压缩和细化, 求它的最小奇异对  $\sigma_P$ 、 $v_P$ , 计算  $\text{tol\_dec}$ , 并将其与  $\sigma_{\text{noise}}^2$  进行比较.

如果  $\text{tol\_dec} < \hat{\sigma}_{\text{noise}}^2$ , 则对信号子空间进行压缩,

否则, 继续下一步骤.

(9)  $k - 1 \leftarrow k$ , 下一循环

## 5 自适应 3D Unitary ESPRIT 算法

在实现自适应 Unitary ESPRIT 算法时, 需要注意的是, 在 Unitary ESPRIT 算法中, 利用阵列的中心对称结构, 将复数样本数据矢量空间映射到实数空间, 根据对“增广”的数据矩阵进行分解, 得到实值的信号子空间估计, 因此算法对于阵元输出得到的复值样本矢量, 也应进行“实值化”处理, 并利用该实值数据矢量用于信号子空间的更新.

将上述过程归纳为以下的自适应 Unitary ESPRIT 算法:

**初始化**

(1) 设置  $Q_M$ 、 $Q_2$  和  $\prod_M$  及  $J_{11}$ ,  $J_{12}$ ,  $J_{21}$ ,  $J_{22}$ ,  $J_{31}$  和  $J_{32}$ , 并计算  $K_{11}$ ,  $K_{12}$ ,  $K_{21}$ ,  $K_{22}$ ,  $K_{31}$  和  $K_{32}$ ; 设定遗忘因子  $\beta$ ;

(2) 利用  $N$  个快拍数据矢量构成  $M \times N$  的数据矩阵  $Z_0$ , 计算  $Z_{R0}$ , 对  $Z_{R0}^T$  进行奇异值分解, 得到信号子空间的初始估计  $V_0$  及维数  $P_0$  的初始估计;

(3)  $\text{tol\_inc}$  和  $\text{tol\_dec}$  的初值设定.

**循环过程**

(1) 输入新的采样数据  $z_k$ ;

(2) 利用 STRASAUD 算法进行子空间更新;

(3) 3D Unitary ESPRIT 算法;

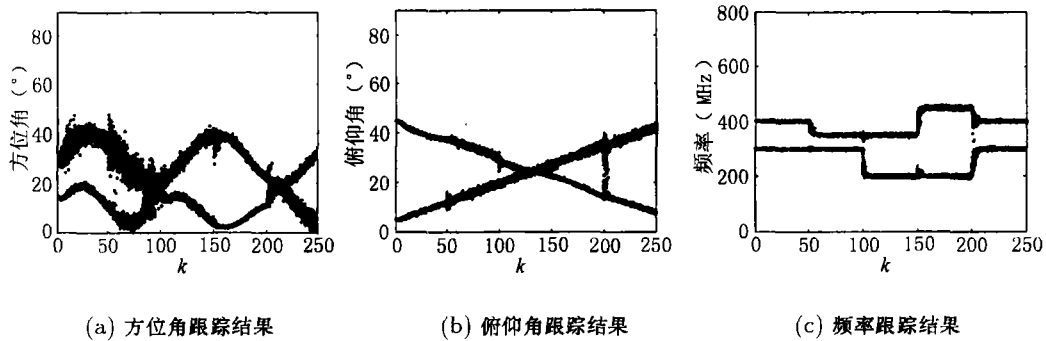


图 2 跟踪结果

(4)  $k - 1 \leftarrow k$ , 下一循环。

## 6 仿真算例

在本节中, 通过计算机仿真研究自适应多维 Unitary ESPRIT 算法的性能。信号源的个数  $P = 2$ , 信号的方位角和俯仰角随时间变化, 信号 1 的方位角和俯仰角分别按  $\phi_1(k) = 30^\circ + 10^\circ \sin(\frac{2\pi k}{120})$ ,  $\theta_1(k) = 5^\circ + 0.15^\circ \times k$  变化, 信号 2 的方位角和俯仰角则按  $\phi_2(k) = 15^\circ + 10^\circ \sin(\frac{2\pi k}{90})$ ,  $\theta_2(k) = 45^\circ - 0.15^\circ \times k$  变化。  $k = 50$  时信号 1 的频率由 400MHz 跳变至 350MHz;  $k = 100$  时信号 2 的频率由 300MHz 跳变为 200MHz;  $k = 150$  时信号 1 的频率又跳变为 450MHz; 而在  $k = 200$  时信号 1, 2 的频率同时分别跳变至 400MHz 和 300MHz。进行 100 次独立试验, 信噪比均取为 SNR=15dB, 遗忘因子  $\beta = 0.85$ 。图 2(a)(b)(c) 分别为方位角、俯仰角和频率跟踪估计结果。

由上述仿真结果来看, 除了在频率发生突变以后的一段时间内, 各参量跟踪估计值异常外, 跟踪的效果令人满意, 显示对于慢时变的二维参量(方位角与俯仰角)及突变的参量(频率), 算法能有效地进行跟踪估计。需要适当地选择遗忘因子的数值, 在这里我们选择  $\beta = 0.85$  以折中地考虑对慢时变参量及快时变参量的跟踪效果。

## 7 结论

本文提出的基于子空间跟踪技术的信号参量估计方法, 可以看成是对通常采用的特征子空间的推广, 使其能够更有效地应用于复杂多变的信号环境。为了提高算法的实时性, 本文采用了“球面平均”和“秩显 ULV 分解”相结合的方法, 使得只需较少的运算量, 即可根据过去采样时刻的估计结果得到当前时刻的子空间估计; 另外, Unitary ESPRIT 方法的采用也有效地减少了信号参量估计和配对的计算量。

本文只讨论了典型的三维信号参量(频率、方位角和俯仰角)的跟踪估计问题, 可以对算法进行推广, 使其能够应用于更多维信号参量的跟踪估计。

## 参 考 文 献

- [1] 张贤达, 信号处理中的线性代数, 北京, 科学出版社, 1998, 第 10, 11 章。
- [2] M. F. Griffin, G. W. Stewart, Updating MUSIC and root-MUSIC with the rank revealing URV decomposition, Proc. of 25th Asilomar Conf. Circuits, Syst. Comput., 1991, 277-281.
- [3] G. W. Stewart, An updating algorithm for subspace tracking, IEEE Trans. on SP, 1992, 40(6), 1535-1541.

- [4] R. O. Schmidt, Multiple emitter location and signal parameter estimation, *IEEE Trans. on AP.*, 1986, 34(3), 276–281.
- [5] K. J. R. Liu, D. P. O’Leary, G. W. Stewart, Y. J. J. Wu, URV ESPRIT for tracking time-varying signals, *IEEE Trans. on SP*, 1994, 42(12), 3441–3448.
- [6] R. Roy, T. Kailath, ESPRIT-Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, *IEEE Trans. on ASSP*, 1989, 37(4), 984–995.
- [7] M. Haardt, J. A. Nossek, Unitary ESPRIT: How to obtain increased estimate accuracy with a reduced computational burden, *IEEE Trans. on SP*, 1995, 43(5), 1232–1242.
- [8] M. Haardt, M. D. Zoltowski, C. P. Mathews, J. A. Nossek, 2D Unitary ESPRIT for efficient 2D parameter estimation, *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Process.*, Detroit, MI, May 1995, 3, 2096–2099.
- [9] M. Haardt, J. A. Nossek, Simultaneous schur decomposition of several nonsymmetric matrices to achieve automatic pairing in multidimensional harmonic retrieval problems, *IEEE Trans. on SP*, 1988, 46(1), 161–169.
- [10] A. Lee, Centrohermitian and skew-centrohermitian matrices, *Linear Algebra Applicat.*, 1980, 29(2), 205–210.
- [11] 周云钟, 子空间跟踪及其在阵列信号处理中的应用, [博士论文], 成都, 电子科技大学, 2000.
- [12] R. D. DeGroat, E. M. Dowling, Non-iterative subspace updating, *Proc. SPIE Advanced Algorithms and Architectures for Signal Processing, II*, San Diego, July, 1991, 376–387.
- [13] I. Karasalo, Estimating the covariance matrix by signal subspace averaging, *IEEE Trans. on ASSP*, 1986, 34(1), 8–12.
- [14] G. W. Stewart, Updating a rank-revealing ULV decomposition, *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 1993, 14(2), 494–499.
- [15] D. J. Rabideau, Fast, rank adaptive subspace tracking and applications, *IEEE Trans. on SP*, 1996, 44(9), 2229–2245.

## ADAPTIVE FREQUENCY AND 2D DOA ESTIMATION TRACKING

Zhou Yunzhong    Chen Tianqi

(Dept. of Electron. Eng., UEST of China, Chengdu 610054, China)

**Abstract** The key problem of eigen-subspace methods is the estimation of signal or noise subspace. In practical situations, there exist signals whose statistic characteristics always change over time. To obtain the real-time estimates of signal parameters, it is necessary to update the signal/noise subspace according to newly received array sampled output. In this paper, 3D Unitary ESPRIT algorithm is proposed to achieve the combined estimation of 2D DOA and carrier frequency of impinging signals, then a subspace tracking algorithm based on spherically averaged ULV decomposition is presented. With combination of the above subspace tracking algorithm with 3D Unitary ESPRIT algorithm, adaptive 3D Unitary ESPRIT algorithm is presented to track the time-varying multidimensional parameter estimates. Computer simulation results are provided to demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words** Array signal processing, Signal parameter estimation, ESPRIT algorithm, Subspace tracking, Updating

周云钟: 男, 1967年生, 博士, 副教授, 主要研究兴趣为阵列信号处理、多维信号参量估计及计算机控制。  
陈天麒: 男, 1936年生, 教授, 博士生导师, 长期从事电子对抗方面的研究工作。