

LS 码与 Walsh 码的上行链路容量比较¹

徐绍君 李道本

(北京邮电大学信息工程学院 北京 100876)

摘要: 该文首先分析了多径衰落信道下 CDMA 系统上行链路信道容量, 文章对单用户接收机、多用户接收机两种情况下的信道容量分别作了讨论. 对 LS 码和 Walsh 码的上行链路容量进行了比较. 通过仿真可以看出在多用户检测条件下, 两种扩频码提供的容量相差不大, 而在单用户检测条件下, LS 码则要大优于 Walsh 码.

关键词: 零相关窗, 联合检测, 信道容量

中图分类号: TN914.53 **文献标识码:** A **文章编号:** 1009-5896(2004)12-1978-06

Uplink Capacity Comparison between LS Code and Walsh Code

Xu Shao-jun Li Dao-ben

(Dept of Info. Eng., Beijing Univ. of Posts and Telecomm., Beijing 100876, China)

Abstract Firstly, the uplink capacity of CDMA system, in multi-path fading channels with single-user-detection and multi-user detection, is analyzed in this paper. The uplink capacity comparison between LS code and Walsh code is discussed for the above-mentioned receivers (multi-user detector, single-user detector) in multi-path fading channels. The result shows the capacities of LS code and Walsh code are approximately the same when the multi-user detector is adopted. However, the capacity of LS code is much higher than Walsh code in condition that single-user detector is applied.

Key words Zero correlation window, Joint detection, Channel capacity

1 引言

在 2000 年, 李道本教授发明了一种新型的扩频码——零相关窗互补码, 称为 LS 码 (Link Space code)^[1]. 在李教授指导下, 徐绍君等又对这种具有零相关窗特性的扩频码作了一些探讨^[2]. 这种码字在一定的相对偏移内具有理想的自相关与互相关, 构成零相关窗. 应用零相关窗码的同步 CDMA 系统将完全消除系统的 MAI 与 ISI(在多径扩展均在零相关窗内或超出的部分能量很小的条件下).

在以前的研究中, 人们多是从干扰的角度来对 LS 码与 Walsh 码进行比较分析. 由于零相关窗的存在, 使用 LS 码的 CDMA 系统干扰要大大低于使用 Walsh 码的 CDMA 系统干扰. 然而这种干扰的降低到底在系统容量上能够带来多少增加, 至今仍然没有一个定量的分析.

本文分析了在多径衰落信道下 CDMA 系统上行链路信道容量. 并对使用 LS 码和 Walsh 码的 CDMA 系统容量作了仿真, 结果表明使用最大似然多用户接收机时, LS 码比 Walsh 码提供的容量优势不大. 而使用单用户接收机时, LS 码提供的容量大大高于 Walsh 码.

本文的结构安排如下: 第 2 节介绍本文使用的系统模型; 第 3 节分析多径衰落信道下 CDMA 系统上行链路的信道容量; 第 4 节对 LS 码与 Walsh 码在多径衰落信道下提供的容量进行比较分析; 最后是对本文内容的总结.

¹ 2003-06-28 收到, 2003-12-03 改回

国家自然科学基金重点项目 (69931050) 资助课题; 专利申请号: PCT/CN00/00028

2 系统模型

本文主要讨论多径衰落信道下的 CDMA 系统上行链路信道容量。为了简化分析,在本文的推导中不考虑前后符号间的干扰,这在扩频增益远远大于多径扩展时基本成立,另外也可以在前后符号间插入保护间隔来实现。

在本文的讨论中假设各码道理想同步,使用零相关窗码的系统(如 LAS - CDMA 系统)必须要求上行同步;而对于其他的系统来说,本文的容量结果可以认为是其一个上界。

CDMA 系统上行链路的模型如图 1 所示。对于图 1 所示的模型,我们定义以下变量(均在复数域内):

$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_K]^T$ 代表信源符号矢量,服从独立高斯分布,其中 'T' 代表转置操作, K 为码道数。即 $E(\mathbf{x}\mathbf{x}^H) = \mathbf{I}_K$, 其中 'H' 代表共轭转置操作, \mathbf{I}_K 代表 K 阶单位矩阵;

$\mathbf{c}_k = [c_{k1}, c_{k2}, \dots, c_{kN}]^T, 1 \leq k \leq K$ 为第 k 个扩频码矢量,其中 $|c_{ki}| = 1, 1 \leq k \leq K, 1 \leq i \leq N, N$ 为扩频增益;

$\mathbf{h}_k = [h_{k0}, h_{k1}, \dots, h_{k,L-1}]^T$ 为第 k 个码道信道矢量,其中 L 代表多径数, $h_{kl}, 1 \leq k \leq K, 0 \leq l \leq L-1$ 为第 l 径的信道因子,服从独立复高斯分布(幅度服从瑞利分布,相位服从均匀分布)。假设信道具有慢时变特性,即同一符号内信道特性保持不变。另外,假设信道矢量具有归一化能量,即 $E(\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_k) = \delta_{ki}$;

假设第 k 个码道的发射功率为 P_k , 则发射功率矩阵为 $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & P_K \end{bmatrix}$ 。而幅

度矩阵为 $\mathbf{A} = \mathbf{P}^{1/2} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_K \end{bmatrix}$, 其中 $a_k = \sqrt{P_k}, 1 \leq k \leq K$ 。

在 \mathbf{c}_k 前面插入 l 个零,后面插入 $L-l-1$ 个零,即 $\mathbf{c}_k(l) = [00 \dots 0c_k^T 00 \dots 0]^T, 1 \leq k \leq K, 1 \leq l \leq L-1$ 代表第 l 径,第 k 个码道的扩频码矢量:

$\mathbf{s}_k = [c_k(0), c_k(1), \dots, c_k(L-1)]\mathbf{h}_k = \sum_{i=0}^{L-1} c_k(i)h_{ki}, 1 \leq k \leq K$ 代表第 k 个码道的合成扩频码, $\mathbf{S} = \mathbf{CH} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_K]$, 其中 $\mathbf{C} = [c_1(0), c_1(1), \dots, c_1(L-1), c_2(0), c_2(1), \dots,$

$c_2(L-1), \dots, c_K(0), c_K(1), \dots, c_K(L-1)]$, $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{h}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{h}_K \end{bmatrix}$;

$\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_{N+L-1}]^T$ 代表加性白高斯矢量, $E(\mathbf{n}\mathbf{n}^T) = \sigma^2 \mathbf{I}_{N+L-1}$ 。

基于上述的定义,接收信号 \mathbf{r} 可以写为:

$$\mathbf{r} = \sum_{k=1}^K \mathbf{s}_k a_k x_k + \mathbf{n} = \mathbf{S}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{C}\mathbf{H}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{n} \tag{1}$$

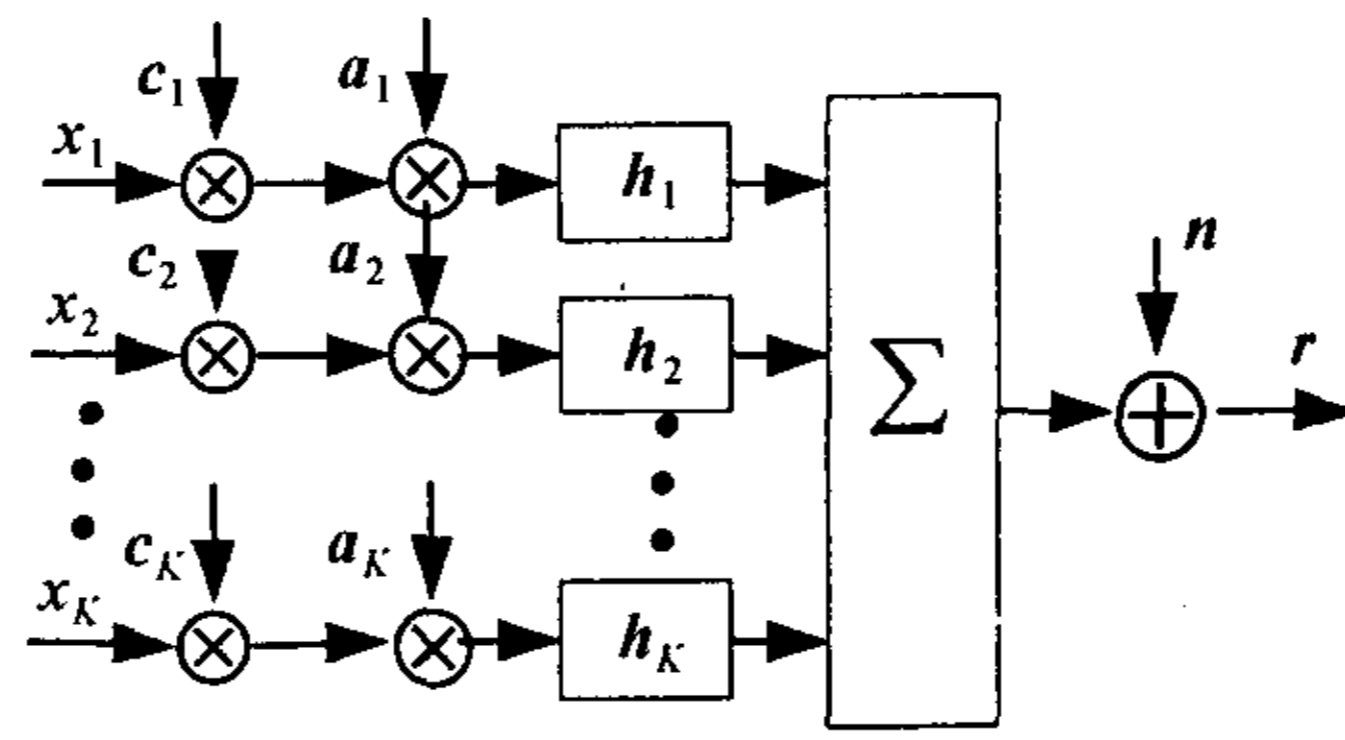


图 1 CDMA 上行链路系统模型

3 信道容量分析

本节将分析多径衰落信道下 CDMA 系统上行链路的信道容量。分析分为两种情况：多用户接收机和单用户接收机。

3.1 多用户接收机 (Multi-user detector)

假设接收机已知 C, H, A ，则 (x, r) 能够提供的最大互信息^[3,4] 为：

$$\begin{aligned}
 I(x; r) &= \log_2 |I_{N+L-1} + SAE(xx^H)(SA)^H / \sigma^2| \\
 &= \log_2 |I_K + (SA)^H SA / \sigma^2| = \log_2 |I_K + A^H H^H RHA / \sigma^2|
 \end{aligned} \tag{2}$$

其中 $|\bullet|$ 代表行列式， $R = C^H C = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1K} \\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2K} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{K1} & R_{K2} & \cdots & R_{KK} \end{bmatrix}$ ， R_{ki} 为第 k 个码与第 i 个码

的 L 阶相关矩阵，上式推导中应用了 $|I + UV| = |I + VU|$ 的性质。设 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K$ 为矩阵 $A^H H^H RHA$ 的 K 个特征值，则式 (2) 可写成

$$\log_2 \prod_{k=1}^K \left(1 + \frac{\lambda_k}{\sigma^2}\right) = \sum_{k=1}^K \log_2 \left(1 + \frac{\lambda_k}{\sigma^2}\right) \tag{3}$$

因此遍历 H 时，多用户接收机的信道容量 (比特 / 码片) 为

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{1}{N} E_H [I(x; r)] = \frac{1}{N} E_H \left[\log_2 \left| I_K + \frac{A^H H^H RHA}{\sigma^2} \right| \right] \\
 &= \frac{1}{N} E_{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K} \left[\sum_{k=1}^K \log_2 \left(1 + \frac{\lambda_k}{\sigma^2}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{4}$$

3.2 单用户接收机 (Single-user detector)^[5]

对于第 k 个用户，使用 s_k^H 对式 (1) 进行解扩可以得到：

$$y_k = h_k^H R_{kk} h_k a_k x_k + \sum_{i \neq k} h_k^H R_{ki} h_i a_i x_i + s_k^H n \tag{5}$$

则式 (5) 可以提供的信道容量为

$$I(x_k, y_k) = \log_2 \left| 1 + \frac{\mu_{kk}^2 a_k^2}{\left(\sum_{i \neq k} \mu_{ki}^2 a_i^2 + \mu_{kk} \sigma^2 \right)} \right| \tag{6}$$

其中 $\mu_{ki} \triangleq h_k^H R_{ki} h_i$, 则遍历 H 时, 单用户接收机的信道容量 (比特 / 码片) 为

$$C = \frac{1}{N} E_H \left[\sum_{k=1}^K I(x_k, y_k) \right] = \frac{1}{N} E_H \left[\sum_{k=1}^K \log_2 \left| 1 + \left(\mu_{kk}^2 a_k^2 / \sum_{i \neq k} \mu_{ki}^2 a_i^2 + \mu_{kk} \sigma^2 \right) \right| \right] \quad (7)$$

4 LS 码与 Walsh 码的容量比较

本文的讨论内容仅限于理想功率控制的情况, 即各个码道在任何时刻都保持恒定的发射功率, 即

$$P_k = P/K, \quad \forall h_k \quad (8)$$

此时式 (6) 可写成

$$\begin{aligned} I(x_k, y_k) &= \log_2 \left| 1 + \left(\mu_{kk}^2 P/K / \sum_{i \neq k} \mu_{ki}^2 P/K + \mu_{kk} \sigma^2 \right) \right| \\ &= \log_2 \left| 1 + \left(\mu_{kk}^2 \text{SNR} / \text{SNR} \sum_{i \neq k} \mu_{ki}^2 + K \mu_{kk} \right) \right| \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $P/K = a_k^2 = P_k$. $\text{SNR} = P/\sigma^2$ 代表每码片的信噪比。

本文分别仿真了扩频增益为 64 的 LS 码与 Walsh 码的信道容量。并在各种接收机条件下对二者进行了比较。

对于 LS 码, 其构造过程如下: 初始的两个相互正交的互补码为 $(f_1, g_1) = (+, +)$, $(f_2, g_2) = (+, -)$, 通过一步扩展得到 4 个 LS 码: $(f_1 f_2, g_1 g_2)$, $(f_1 - f_2, g_1 - g_2)$, $(f_2 f_1, g_2 g_1)$, $(f_2 - f_1, g_2 - g_1)$, 通过第二步扩展可以得到 8 个码: $(f_1 f_2 f_1 - f_2, g_1 g_2 g_1 - g_2)$, $(f_1 f_2 - f_1 f_2, g_1 g_2 - g_1 g_2)$, $(f_1 - f_2 f_1 f_2, g_1 - g_2 g_1 g_2)$, $(f_1 - f_2 - f_1 - f_2, g_1 - g_2 - g_1 - g_2)$, $(f_2 f_1 f_2 - f_1, g_2 g_1 g_2 - g_1)$, $(f_2 f_1 - f_2 f_1, g_2 g_1 - g_2 g_1)$, $(f_2 - f_1 f_2 f_1, g_2 - g_1 g_2 g_1)$, $(f_2 - f_1 - f_2 - f_1, g_2 - g_1 - g_2 - g_1)$ 以此类推, 可以得到 64 个扩频增益为 64 的 LS 码。对于这 64 个 LS 码具有以下性质: 前 2^n 个 LS 码的零相关窗为 $[-2^{6-n} + 1, 2^{6-n} - 1]$, 即具有理想相关特性。关于 LS 码的具体介绍请参见文献 [1, 2]。

对于 Walsh 码, 其构造过程如下: 设初始 Walsh 矩阵 $H_1 = \begin{bmatrix} + & + \\ + & - \end{bmatrix}$, 迭代扩展公式为

$$H_n = \begin{bmatrix} H_{n-1} & H_{n-1} \\ H_{n-1} & -H_{n-1} \end{bmatrix}, \quad n \geq 2.$$

图 2, 图 3 分别给出了三径等能量瑞利衰落信道下, $\text{SNR}=10 \text{ dB}$, $\text{SNR}=30 \text{ dB}$ 的 LS 码与 Walsh 码的频谱效率 ~ 码道数 K 曲线。图 4 给出了单径瑞利衰落信道条件下 LS 码与 Walsh 码的谱效率 ~ 码道数 K 曲线。从中可以得出以下结论: (1) 在三径衰落信道下, LS 码与 Walsh 码的多用户接收机提供的容量差别很小, 而对于单用户接收机, 当码道数 $K < 16$ 时, LS 码的容量要大大高于 Walsh 码, 并且其单用户接收机等价于多用户接收机, 这主要是因为此时多径扩展在 LS 码的零相关窗之内, 没有多址干扰, 而当 $K > 16$ 时, 由于多径扩展超过了 LS 码的零相关窗, 所以 LS 码的容量逐渐与 Walsh 码接近; (2) 在单径衰落信道下, LS 码与 Walsh 码都是正交码, 二者相互等价。

图 5 给出了三径等能量瑞利衰落信道下, $K = 16$ 时 LS 码与 Walsh 码的频谱效率 ~ SNR 曲线。从图 5 中除了能够得到上面的结论以外, 另外还可以看出, 对于 Walsh 码来说, 其容量随着 SNR 的增加存在极限, 当 SNR 达到一定值之后, 再增加 SNR 对于提高容量没有太多益

处，而对于 LS 码来说，其容量随着 SNR 的增加不存在极限，只要增加 SNR，就可以得到容量的增加。这充分体现了 LS 码的优势。

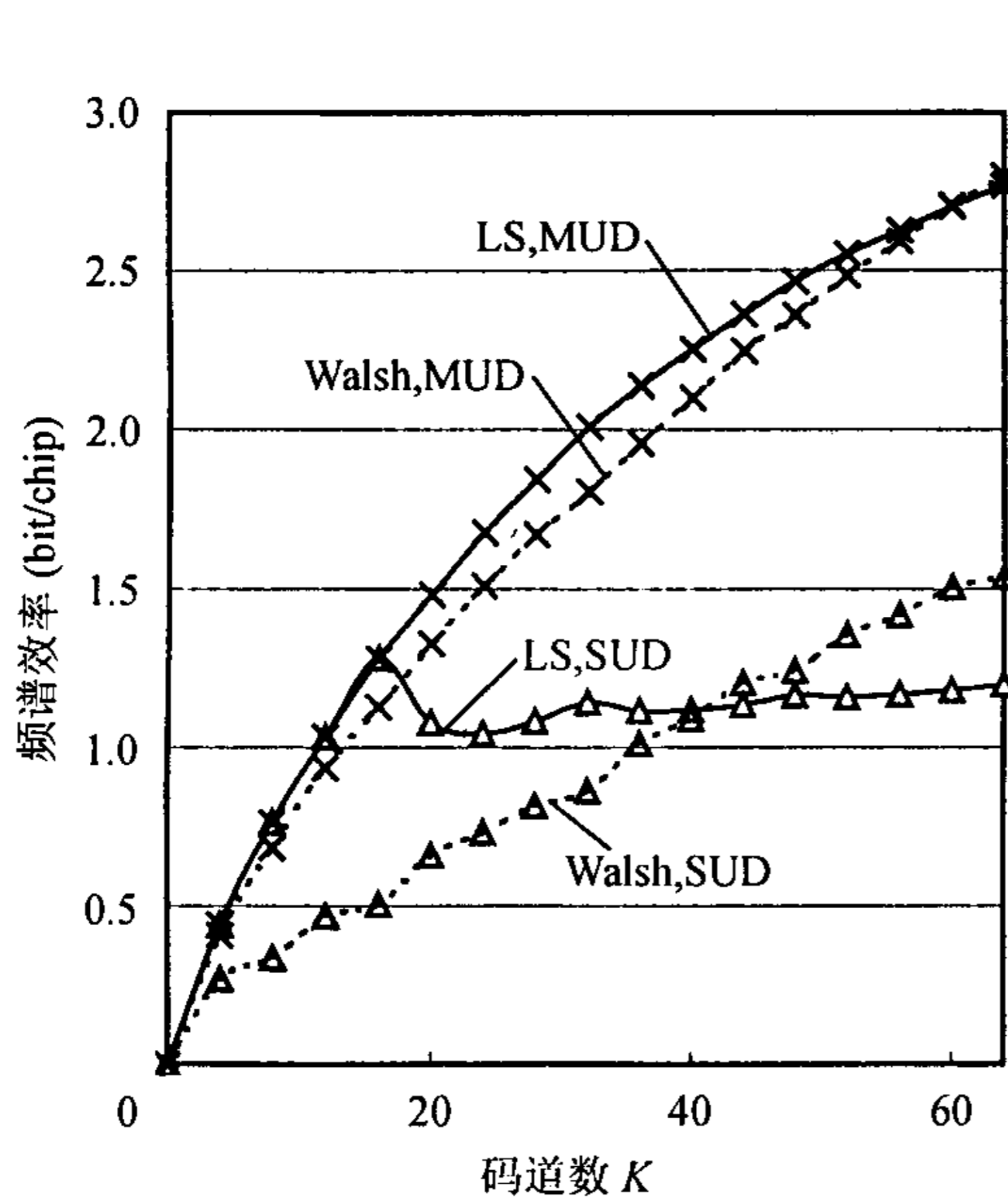


图 2 三径等能量瑞利信道，频谱效率 ~ 码道数曲线，SNR=10 dB

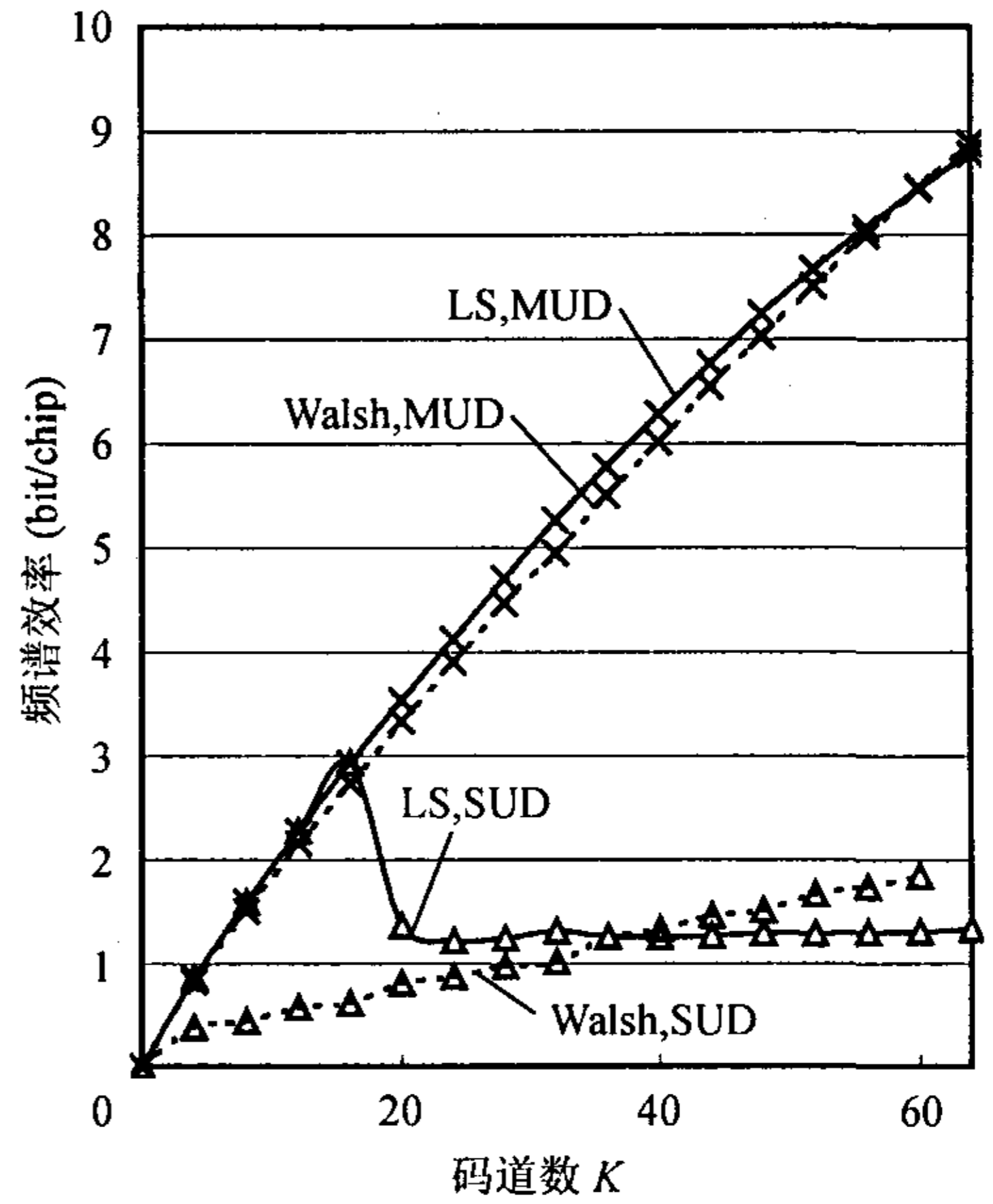


图 3 三径等能量瑞利信道，频谱效率 ~ 码道数曲线，SNR=30 dB

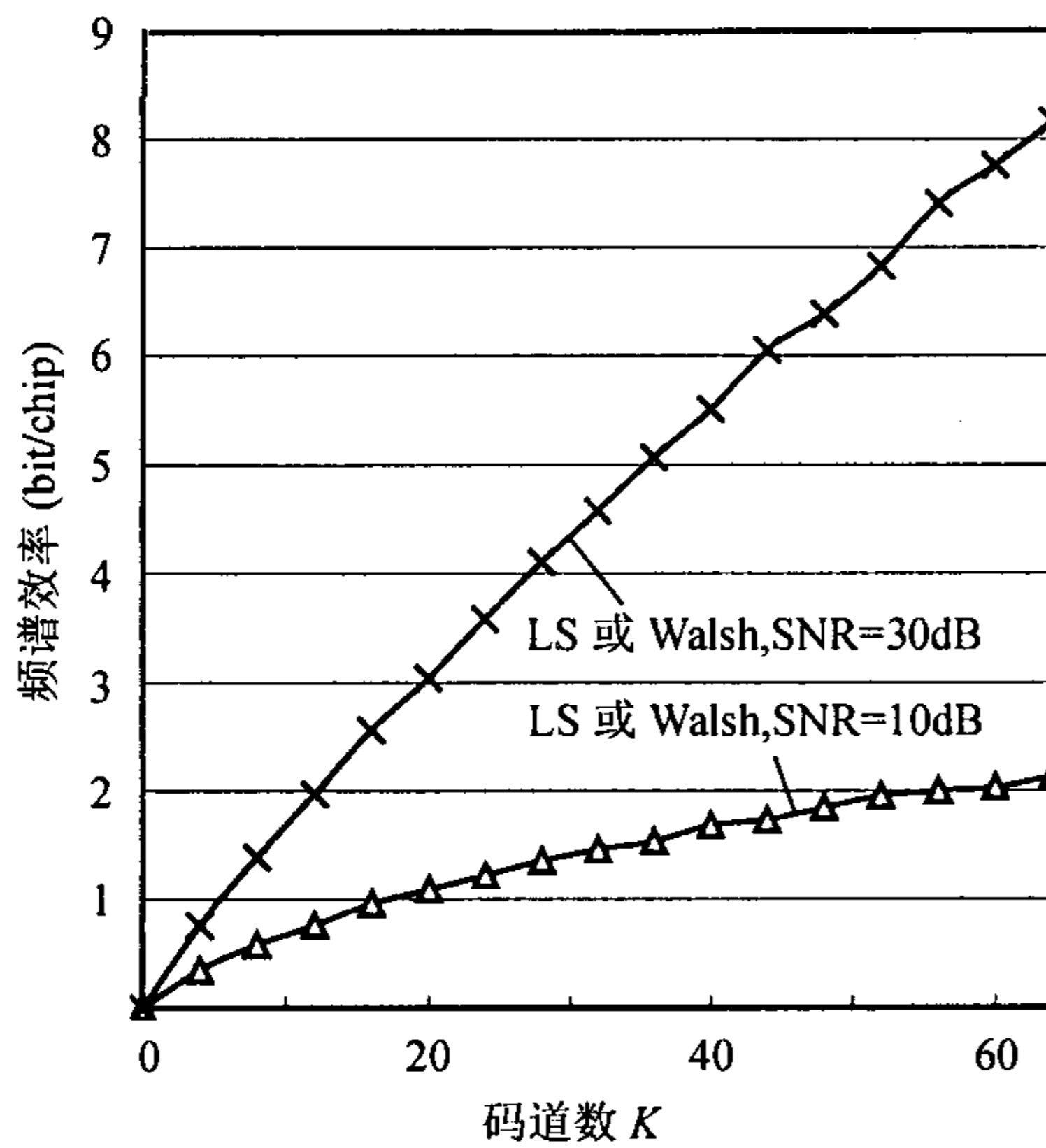


图 4 单径瑞利衰落信道，频谱效率 ~ 码道数曲线

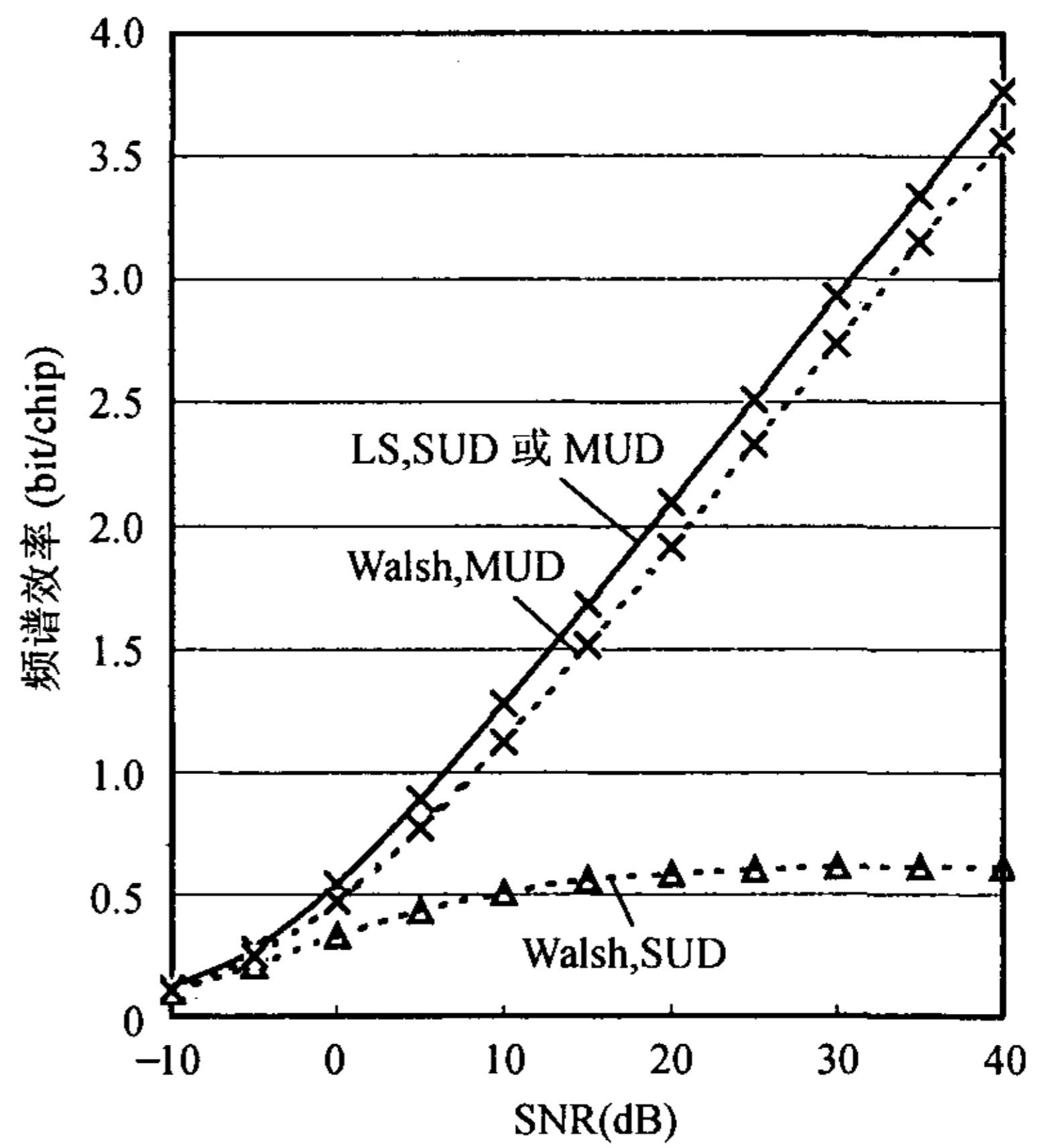


图 5 三径等能量瑞利信道，频谱效率 ~ SNR 曲线，码道数 $K = 16$

5 结论与分析

本文首先推导了在多径衰落信道下 CDMA 系统上行链路的信道容量(多用户接收机、单用户接收机)。从文中的分析中可以看出,在多用户接收机条件下,LS 码与 Walsh 码提供容量相差不多;但是在单用户接收机条件下,LS 码提供的容量要远远大于 Walsh 码,尤其是在高信噪比条件下。因此,LS 码的提出为建立一个容量的 CDMA 系统提供了可能。

参 考 文 献

- [1] Li D B. A spread spectrum multiple access coding method with zero correlation window. Application no. PCT/CN00/00028. 2000.
- [2] 徐绍君, 高岩, 李道本. 具有零相关窗的通用序列. PCT/CN02/00193, 2002 年 3 月.
- [3] Verdu S. Spectral efficiency of CDMA with random spreading. *IEEE Trans. on Info. Theory.*, 1999, IT-45(2): 622-640.
- [4] Verdu S. Capacity region of Gaussian CDMA channels: The symbol-synchronous case. in Proc. 24-th Annu. Allerton Conf. Communication, Control, and Computing, University of Illinois at Urbana Champaign, Oct. 1986: 1025-1039.
- [5] Telatar I E. Capacity of Multi-antenna Gaussian channels. AT&T-Bell Labs Murray Hill, Tech. Memo. 1995.

徐绍君: 男, 1975 年生, 博士生, 主要研究方向为扩频通信.

李道本: 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为信息与信号处理、码分多址通信.