

基于子空间分解的快速盲均衡解调算法¹

罗来源 肖先赐

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

摘 要 基于高阶统计的盲均衡算法需要大量的观测数据,当观测数据有限或信道变化较快时,由于模型失配将使均衡性能严重下降,因此短数据、快收敛是近年来盲均衡技术研究的主要方向之一。本文讨论了基于子空间分解的信道识别和盲均衡技术,利用卡尔曼滤波方程,给出了一种快速收敛的盲均衡解调算法,算法只需要较少的数据样本,仿真结果表明该方法是有用的。

关键词 盲均衡,子空间,解调

中图分类号 TN911.5

1 引言

自 Sato^[1] 提出自恢复均衡思想以来,盲均衡技术得到了很大的发展,涌现了许许多多的盲均衡算法,这些算法特别是早期的算法,大多数是基于高阶统计的方法,它们在实际中得到了广泛的应用。然而基于高阶统计的盲均衡算法需要大量的数据样本,因此收敛较慢,在某些环境中的应用受到限制,如移动通信环境。为了改进算法的收敛速度,研究人员一直在不懈的努力^[2-4],自 Tong、Xu 和 Kailath^[5] 提出利用二阶统计识别非最小相位信道以来,研究工作取得了较大的进展,各种基于二阶统计的盲识别和盲均衡算法成为盲均衡研究领域的热点。先期的基于二阶统计的算法,在接收数据有限时会出现模型失配的现象,从而使得算法性能下降。后来一种基于子空间的盲识别算法被提出^[6,7],它们在一定条件下提供了更有效的盲信道估计或盲均衡能力。这些算法利用 FIR 信道矩阵的块 Toeplitz 性与无噪时的 Hankel 输入矩阵所产生的子空间结构,使信道估计时所需的数据长度大大缩短。与早期的基于统计的方法相比,特别是在短数据序列上具有较大优势。但是这些方法多数是基于块处理结构,运算较为复杂,计算量也很大,因而在工程实现上要求较大的资源。

本文根据文献 [7] 基于子空间分解的信道盲识别的思想和文献 [8] 的盲均衡思想,将均衡与解调结合,在不直接求解信道参数的情况下,利用卡尔曼滤波方程,给出一种可以实现的快速盲均衡解调算法。该方法利用滤波矩阵的块 Toeplitz 结构,根据子空间分解构造信道自适应均衡滤波方程,所需数据长度较短,不要求求出信道统计特性,适于短波和超短波等时变信道。本文第 2 节讨论信道的数学模式,第 3 节简述盲均衡解调算法的基本原理,第 4 节给出算法的模拟结果。

2 问题描述

在均衡算法讨论中,通常用广义信道来表征组合信道的特性,广义信道一般包括发送滤波器、传输信道和接收滤波器,有时也包含调制器。信号经过信道达到解调器的输入端,对于高斯白噪声条件下的理想信道(无多径)情况,最佳解调器可以采用匹配滤波器加判决器。然而在多径传输情况下,由于多径的影响,接收信号存在严重的码间干扰,为了保证接收性能,解调器前必须插入均衡器以补偿信道的失真,均衡器一般采用波特间隔或分数间隔的 FIR 信道模型。相应的分数间隔的 FIR 信道由过采样得到,也可以由多个接收机以波特间隔同步采样得到。图 1 是一个典型的多维 FIR 信道的系统模型,显然它可以是一个多接收机接收系统的简化,也可以是由单信道过采样形成的单入多出(SIMO)系统模型,两者在一定条件下是等效的,为便于理解,本文固定为后一种结构。

¹ 2001-11-30 收到, 2002-10-14 改回

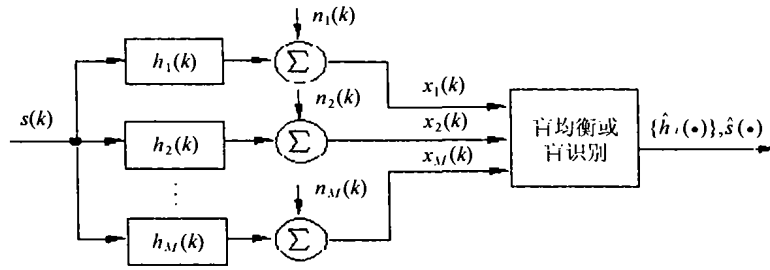


图 1 多维 FIR 信道接收模型

图 1 中 $s(k)$ 为信源信号, $h_i(k), i \in \{1, 2, \dots, M\}$ 为多维广义信道, $n_i(k), i \in \{1, 2, \dots, M\}$ 为不相关高斯噪声, $x_i(k), i \in \{1, 2, \dots, M\}$ 为接收信号。由图 1 可得

$$x(t) = \sum_k h(t - kT) \cdot s(k) + n(t) \quad (1)$$

其中 $s(k)$ 为发射符号序列, T 为符号周期, $h(t)$ 是全信道响应, 它包括发送和接收滤波器等, 设 $h(t)$ 为 FIR 结构, 且持续时间为 LT , 则在过采样情况下信道输出 $x(t)$ 可表为

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{H} \cdot \mathbf{S}[k] + \mathbf{n}[k] \quad (2)$$

其中均衡器输入 $\mathbf{X}_k = [x_1(k), \dots, x_M(k)]^T$, 噪声 $\mathbf{n}[k] = [n_1(k), \dots, n_M(k)]^T$ 为零均值单位方差高斯白噪声, 信道输入 $\mathbf{S}[k] = [s(k-L), \dots, s(k)]^T$, M 为过采样因子, 且有 $i = 1, \dots, M$ 信道输出、加性噪声和信道响应在取样时刻的值可表示为:

$$\left. \begin{aligned} x_i(k) &= x \left(t_0 + \left(k + \frac{i-1}{M} \right) T \right) \\ n_i(k) &= n \left(t_0 + \left(k + \frac{i-1}{M} \right) T \right) \\ h_i(k) &= h \left(t_0 + \left(k + \frac{i-1}{M} \right) T \right) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

\mathbf{H} 为多维 FIR 信道的矩阵

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_1(L) & \cdots & h_1(0) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_M(L) & \cdots & h_M(0) \end{bmatrix} \quad (4)$$

为了说明单入多出信道在过采样情况下的接收情况, 设信道输出为 $\mathbf{x}[k] = \{x_1[k], \dots, x_M[k]\}^T$, 输入为 $\mathbf{s}[k] = \{s[k-L], \dots, s[k]\}^T$, 且高斯噪声为 $\mathbf{n}[k] = \{n_1[k], \dots, n_M[k]\}^T$, 则有:

$$\mathbf{x}[k] = \mathbf{H} \cdot \mathbf{s}[k] + \mathbf{n}[k] \quad (5)$$

为了利用子空间方法, 我们先定义矢量的 Toeplitz 块变换 (TBT) 和 Hankel 块变换 (HBT),

设有列矢量序列 z_1, z_2, \dots, z_N ，则有：

$$\text{TBT}_K(z_1 \cdots z_N) = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_N & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & z_1 & z_2 & \cdots & z_N & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & z_1 & z_2 & \cdots & z_N \end{bmatrix}$$

$$\text{HBT}_K(z_1 \cdots z_N) = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_{N-K+1} \\ z_2 & z_3 & \cdots & z_{N-K+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_K & z_{K+1} & \cdots & z_N \end{bmatrix}$$

上面变换式中 $\mathbf{0}$ 表示零矢量。根据上述定义，若设 $n[k] = 0$ ，可以列出后文有用的输入输出关系式：

$$\mathbf{X}_{k|k+i-1}^{(j)} = \mathcal{H} \cdot \mathbf{S}_{k-L|k+i-1}^{(j)} \tag{6}$$

式中输出矩阵 $\mathbf{X}_{k|k+i-1}^{(j)} = \text{HBT}_i(x[k], \dots, x[k+i+j-2])$ ，矩阵 $\mathcal{H} = \text{TBT}_{L+i}(h[L], \dots, h[0])$ 表示信道特性，输入符号矩阵 $\mathbf{S}_{k-L|k+i-1}^{(j)} = \text{HTB}_{L+i}(s[k-L], \dots, s[k+i+j-2])$ 。我们的目的是希望能从观测矩阵 $\mathbf{X}_{k|k+i-1}^{(j)}$ 中获得输入符号序列。

3 盲均衡解调算法

根据方程 (5) 和 (6) 式可知，所谓盲均衡问题就是对给定的观测矩阵 \mathbf{X} ，求解在满足一定条件下 (5) 式的因式分解，假设信号受到加性白高斯的影响，则输入信号的检测可化成最大似然准则下的最小二乘问题，即

$$\min_{s \in \Omega} \|\mathbf{X} - \mathbf{H} \cdot \mathbf{S}\|_F^2 \tag{7}$$

其中 Ω 为符号域，直接求解上式非线性优化问题十分复杂和费时，一种可行的办法是利用维持比算法的迭代过程，尽管如此对于稍长的序列长度，计算量仍然很大。此外为了正确的收敛到全局极小点，初值的选择受到很大限制。近年来提出的子空间方法简化了这一问题，由文献 [5] 可知，若输入矩阵 $\mathbf{S}_{k-L|k+i-1}^{(j)}$ 是行满秩的，信道矩阵为列满秩，且 $i > L$ 则观测矩阵有与输入信号相同的行空间，因此输入信号的行空间可以由观测矩阵获得，从而 (5) 式可有多种方法求解。

Liu 和 Xu 的方法 [6] 是基于输入信号的零子空间 \mathbf{V} 与输入矢量 \mathbf{S} 构成的线性超定方程的求解。考虑 (6) 式，若输入信号矩阵是 $(L+i) \times j$ 维矩阵，信道响应为 $(M \cdot i) \times (L+i)$ 维矩阵，而输出矩阵为 $i \times j$ 维矩阵。利用奇异值分解可得

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \mathbf{V}^H \tag{8}$$

其中 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 为酉阵， $\mathbf{\Sigma}$ 为对角矩阵，其对角线上的元素为 \mathbf{X} 的奇异值，并按非增序列排列。无噪情况下， \mathbf{X} 的秩 r 就是非零奇异值的个数，于是 (8) 式可重写为 $\mathbf{X} = \hat{\mathbf{U}} \cdot \hat{\mathbf{\Sigma}} \cdot \hat{\mathbf{V}}^H$ ，其中 $\hat{\mathbf{U}}$ 由 \mathbf{U} 矩阵的前 r 列构成， $\hat{\mathbf{\Sigma}}$ 是由 r 个非零奇异值构成的 $r \times r$ 维对角矩阵， $\hat{\mathbf{V}}^H$ 由 \mathbf{V}^H 矩阵的前 r 行矢量构成，它也是 \mathbf{X} 行空间的一组正交基。对于有噪情况， \mathbf{X} 的秩 r 应根据噪声电平确定，即值大于噪声电平的奇异值个数。

由前面论述可知, Liu 和 Xu 的方法是基于输入信号的零子空间 V 与输入矢量 S 构成的线性超定方程的求解. 若 (6) 式中 $(M \cdot i) \geq (L + i)$, \mathcal{H} 矩阵为列满秩, 此时 X 有与 V 相同的行子空间, 则输入符号可由下式求得

$$S_{k-L|k+i-1}^{(j)} \min \left\| s_{k-L|k+i-1}^{(j)} \cdot V^\perp \right\|_F^2 \quad (9)$$

其中 $\|\bullet\|_F^2$ 表示 F 范数, V^\perp 为 X 的零子空间, 它可从 SVD 中直接提出. 当 $(M \cdot i) < (L + i)$ 时, \mathcal{H} 矩阵不可能是列满秩的, 在这种情况下, 为了恢复 \mathcal{H} 矩阵的列秩, 可以采用平滑观测数据的办法. 从 (9) 式我们可以得到输入符号求解的等效形式:

$$\min_{S_{k-L|k-L}^{i+j+L-1}} \left\| s_{k-L|k-L}^{i+j+L-1} \cdot \begin{bmatrix} V^\perp & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & V^\perp & \ddots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \cdots & V^\perp \end{bmatrix} \right\|_F^2 \quad (10)$$

上式可以用最小二乘法计算, 也可以用其它方法来求解. 下面我们讨论本文的算法思想.

考虑到输入噪声 $n(t)$ 的影响, (10) 式求解过程一般可以用 SVD 奇异值分解算法来描述. 对于 $(M \cdot i) = (L + i)$ 的情形, 在一定条件下, 可以直接利用观测矢量 X_k 的自相关矩阵 R_X 的子空间分解^[7], 如 MUSIC 算法等方法来求解输入信号. 显然利用 (10) 式我们已经可以直接求得输入信号, 然而 (10) 式的块处理结构运算量较大, 要求的资源也很大, 特别是在数据长度稍长和信道阶数较大时. 为了实际处理的需要, 设在 k 时刻, 观测矩阵的 SVD 为

$$X_{k|k+i-1}^{(j)} = U_k \cdot \Sigma_k \cdot V_k^H \quad (11)$$

则由上一节有

$$s_{k-L|k+i-1}^{(j)} \cdot V_k^\perp = 0 \quad (12)$$

或

$$V_k^{\perp T} \cdot s_{k|k+j-1} = 0 \quad (13)$$

对于上式根据文献 [9] 的思想, 构造出状态方程和输出方程, 就可用卡尔曼算法实现自适应求解. 构造方法如下, 选 S 为状态变量, 构造状态方程

$$S_{k+1|k+j-1}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \cdot S_{k|k+j-2}^{(1)} + \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot S(k+j-1) \quad (14)$$

上式右边第二项是未知的输入项, 我们把它近似作为零均值噪声项 q_k , 其方差与信号形式有关. 有了状态方程后, 我们还要导出输出方程, 显然它应与 V_k^\perp 和状态变量有关, 由 (13) 式我们考虑在 $k-1$ 时刻的关系式有

$$V_{k-1}^{\perp T} \cdot S_{k-1|k+j-2}^{(1)} = 0 \quad (15)$$

为了避免无效解, 我们用估值 $\hat{S}(k)$ 代替 $S(k)$, 则由 (15) 式可得出

$$-V_k^{\perp T}(:, 1) \cdot \hat{S}(k) = V_{k-1}^{\perp T}(:, 2:j) \bullet S_{k+1|k+j-1}^{(1)} + w_k \quad (16)$$

其中 w_k 表示估计噪声，其协方差矩阵 $W = \sigma^2 \cdot I_{N \times N}$ 。于是 (14) 和 (16) 式，就是卡尔曼滤波的一般方程，各种常规的卡尔曼算法都可以用来计算处理上述方程。

由上面卡尔曼的状态方程和滤波方程可见，两式中均含有输入符号矢量，因此本文的方法可以直接作用于输入符号矢量，无需先作信道估计再进行均衡解调，与传统接收机中采用的方法相比，简化了均衡和解调的过程，提高了处理的效率。

4 计算机模拟结果

为了验证算法的正确性，我们利用高级语言在计算机上进行了算法仿真，根据上面算法的描述可知，本文提出的方法直接作用于输入符号矢量均衡并给出解调数据，因此算法的验证我们采用误码性能来表征，为了简单起见，输入信号调制形式采用 BPSK，信道响应采用文献 [7] 的时不变信道和响应抽头通过二阶低通的时变信道，其参数为

$$H = \begin{bmatrix} -0.3903 + 0.5133i & 1.4662 + 0.3480i & -2.0504 + 1.9730i & -0.7474 - 0.3588i \\ 1.3883 - 1.9860i & 0.4463 - 0.2973i & -0.1128 - 0.2296i & 1.0801 + 1.8436i \\ 0.4861 + 0.9505i & -1.5355 - 0.3179i & -0.9544 + 0.3132i & 0.2538 - 0.9624i \\ 0.9025 + 0.7591i & 0.3670 + 0.6075i & 0.9638 + 0.1569i & 1.0147 - 1.4225i \\ -0.0591 + 0.6512i & -2.6728 + 0.6830i & 1.8970 - 0.3781i & -0.7998 - 0.1118i \\ 0.0844 - 0.5356i & 0.9099 - 0.8208i & -0.9758 + 0.4363i & -0.1707 + 0.0054i \end{bmatrix}$$

输入信号采用随机二进制数据，数据长度为 1000，噪声采用零均值高斯分布函数生成复噪声，在每一信噪比值上作 100 次仿真后的平均结果绘制如图 2。迭代算法采用文献 [9] 类似的算法，具体的迭代过程的参变量应根据 (14) 和 (16) 式作相应的代换，需要指出的是，这里给出

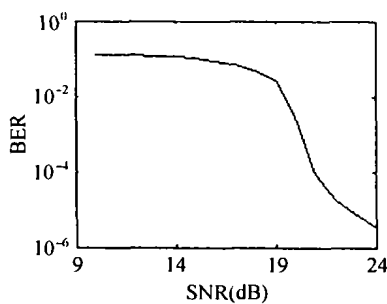


图 2 算法的误码性能

的迭代算法用于仿真是没有问题的，但实际应用时应采用数字稳定性更好的平方根型卡尔曼算法。图 2 波形的纵座标为对数刻度，从图中的仿真结果看该算法是有效的，而且算法对信道的变化不敏感，但对输入信号的信噪比要求较高，当输入信号的信噪比小于 20dB 时，误码率随信噪比下降较慢如图 2 的波形所示，当信噪比大于 20dB 后误码率下降较快。

5 结 论

短数据长度快速盲均衡算法的研究，一直是盲均衡算法研究改进的努力方向，自 Tong 和 Xu 等提出用二阶统计识别非最小相位信道的思想之后，在该领域的研究已经取得了很大的进展，有些方法已经具有了实用的基础，本文给出的方法是在 Tong 和 Xu 思想的基础上，将盲均衡与解调作为一个整体，与常规的盲均衡方法相比，不需先求出信道特性再作信道的均衡补偿，因此简化了接收机的均衡解调过程，对于 SOC 片上系统有着积极的意义，从仿真结果看该方法是有用的，而且算法对信道的变化不敏感，当信噪比适当时算法具有良好的性能。但算法对输入信号的信噪比要求较高，在低信噪比时算法对噪声还比较敏感，对于恶劣环境下的应用还存在差距，算法存在的这些问题需要进一步研究改进。

参 考 文 献

[1] Y. Sato, A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude modulation, IEEE Trans. on Comm., 1975, COM-23(6), 679-682.

- [2] A. Benveniste, M. Goursat, Blind equalizers, IEEE Trans. on Comm., 1984, COM-32(8), 871-883.
- [3] D. Hatzinakos, Blind equalization using decision feedback prediction and tricepstrum principle, Signal Processing, 1994, 36(3), 261-276.
- [4] S. Haykin, Adaptive Filter Theory, New Jersey, Prentice-Hall, Third Edition, 1991, Ch.18.
- [5] L. Tong, G. Xu, T. Kailath, A new approach to blind identification and equalization of multipath channel, Proc. of the 25th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computer, Pacific Grove, CA., Nov. 1991, 340-349.
- [6] H. Liu, G. Xu, A deterministic approach to blind symbol estimation, IEEE Signal Processing Letters, 1994, 1(12), 205-207.
- [7] E. Moulines, P. Duhamel, J. Cardoso, S. Mayrargue, Subspace methods for the blind identification of multichannel FIR filters, ICASSP'94 Adelaide, South Australia, 1994, 573-576.
- [8] P. Vandaele, M. Moonen, Adaptive algorithms for single user blind channel equalization, Proceedings of the Fourth IMA Conference on Mathematics in Signal Processing, Warwick, Dec.1996, 68-72.
- [9] 罗来源, 肖先赐, 基于卡尔曼滤波技术的盲均衡算法, 95 年仪器仪表与信号处理年会文集, 郑州, 1995, 179-184.

THE BLIND EQUALIZATION BASED ON SUBSPACE METHOD WITH FAST CONVERGENCE

Luo Laiyuan Xiao Xianci

(College of Electronic Engineering, UEST of China, Chengdu 610054, China)

Abstract A large of number sample data is needed by the blind channel equalization based on HOS (High Order Statistics). The performance of equalization was found to be poor in fast change environment or with short data samples. The blind equalization using second order statistics has drawn considerable attention recently. The performance with fast convergence makes it useful in the mobile communications or short-wave communications. The algorithm for subspace method based on the blind channel identification/equalization using Kalman filter equation is presented, which needs a few data. Simulation results show that the algorithm is effective.

Key words Blind channel equalization, Subspace, Demodulation

罗来源: 男, 1956 年生, 在职博士生, 研究方向: 通信与电子系统、信号与信息处理.

肖先赐: 男, 1933 年生, 博士生导师, 研究方向: 现代信号处理、阵列处理和自适应信号处理.