

# 一种新的时间连续型随机多址系统分析方法研究<sup>1</sup>

赵东风

(云南大学信息与电子科学系 昆明 650091)

**摘要** 本文采用一种新的平均周期分析方法对时间连续型随机多址系统进行了分析,得到了系统的信息分组发送成功的平均长度公式、信息分组发生碰撞的平均长度公式和空闲时间的平均长度公式,并在讨论了系统的捕获效应特性和冲突分解特性后,给出了系统的吞吐量。最后,还给出了系统的计算机模拟实验结果。

**关键词** 随机多址系统, 平均周期分析方法, 连续时间系统, 吞吐量

**中图分类号** TN914.5

## 1 引言

时间连续型随机多址系统是一类重要的通信系统, ALOHA 系统<sup>[1]</sup>是其中的经典系统。Slotted ALOHA 系统<sup>[2]</sup>在技术上进行了改进,系统性能有了较大提高。由这两种系统发展起来的传输技术已广泛地应用于卫星通信系统、移动通信网络、计算机通信网络,以及电视电缆数据传输系统之中<sup>[3-5]</sup>。随机多址系统的最大特点是各用户终端随机争用信道,而捕获效应<sup>[6]</sup>的存在,改善了系统性能,有效的冲突控制技术<sup>[7-9]</sup>又是提高系统性能的关键。诸多因素的影响,这就需要采用有效的分析方法对随机多址系统进行更深入的研究。

本文采用平均周期分析方法<sup>[8]</sup>对时间连续型随机多址系统进行研究,并由此给出信息分组发送成功的平均长度、信息分组发生碰撞的平均长度和空闲时间的平均长度,以及一些相关的重要参数。

## 2 分析方法描述

在时间连续型随机多址系统中,终端用户数不受限制,其发送信息分组的情况如图 1 所示。从图中可以看到,信道中有三种事件发生:信息分组信号被成功发送,信息分组信号发生碰撞,以及空闲时间。这三种事件是一交错出现的随机过程。

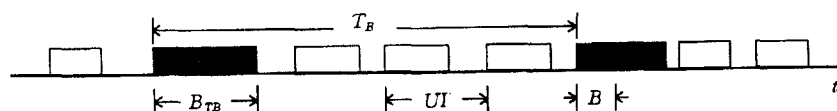


图 1 随机多址信道图

现在将成功事件和空闲事件复合成为一种事件,这样在时间轴上出现的就是信息分组发生碰撞的事件,信息分组发送成功和空闲时间的复合事件,这两种事件在时间轴上是不断循环发生,其循环发生的时间变量用  $T_B$  表示。为了分析上的简明,将两个碰撞信息分组信

<sup>1</sup> 1997-08-11 收到, 1998-02-04 定稿  
国家 863/CIMS 主题资助和云南省教委自然科学基金资助课题

号的前半段定义为一个非完整段随机变量 ( $B$ ), 将图中一个完整的信息分组信号和其后的空闲时间定义为一个完整段随机变量 ( $UI$ ).

### 3 系统分析

假定系统中信息分组到达的时间间隔是一负指数分布  $f(t) = Ge^{-Gt}$ , 信息分组的平均到达时间为  $1/G$ ; 信息分组长度为  $L$ .

#### 3.1 $B, UI$

两个信息分组发生碰撞的概率:

$$p = \int_0^L Ge^{-Gt} dt = 1 - e^{-LG}. \quad (1)$$

两个信息分组未发生碰撞的概率:

$$q = \int_0^\infty Ge^{-Gt} dt = e^{-LG}. \quad (2)$$

根据定义, 一个非完整段长度的均值:

$$E(B) = \int_0^L \frac{tf(t)}{p} dt = 1/G - Le^{-LG}/(1 - e^{-LG}). \quad (3)$$

一个完整段长度的均值:

$$E(UI) = \int_L^\infty \frac{tf(t)}{q} dt = 1/G + L. \quad (4)$$

#### 3.2 $N_B, N_{UI}$

在一个循环期中, 由  $N_B$  个非完整段与  $N_{UI}$  个完整段组成的联合概率分布为

$$P(N_B = j, N_{UI} = k) = (1 - e^{-LG})^j (e^{-LG})^k, \quad j = 1, 2, \dots, \quad k = 1, 2, \dots. \quad (5)$$

非完整段出现次数的均值是

$$E(N_B) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} j(1 - e^{-LG})^j (e^{-LG})^k = e^{LG}. \quad (6)$$

完整段出现次数的均值是

$$E(N_{UI}) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} k(1 - e^{-LG})^j (e^{-LG})^k = 1/(1 - e^{-LG}). \quad (7)$$

#### 3.3 $U_{TB}, B_{TB}, I_{TB}, T_B$

在一个循环期中信息分组发送成功 ( $U_{TB}$ ) 的总时间长度的均值为

$$E(U_{TB}) = E(N_{UI})L - L = Le^{-LG}/(1 - e^{-LG}). \quad (8)$$

在一个循环期中信息分组发生碰撞 ( $B_{TB}$ ) 的总时间长度的均值为

$$E(B_{TB}) = E(N_B)E(B) + L = e^{LG}/G - Le^{-LG}/(1 - e^{-LG}). \quad (9)$$

在一个循环期中空闲时间的总长度的均值为

$$E(I_{TB}) = E(N_{UI})[E(UI) - L] = 1/[G(1 - e^{-LG})]. \quad (10)$$

一个循环期 ( $T_B$ ) 的时间长度的均值为

$$E(T_B) = E(N_B)E(B) + E(N_{UI})E(UI) = e^{LG}/[G(1 - e^{-LG})]. \quad (11)$$

#### 4 吞吐量上限值

从上面的分析可知, 在一个循环期中平均碰撞的信息分组数是  $[E(N_B) + 1]$ , 如果这些碰撞的信息分组能在其后的空闲时间段中重发成功, 那么系统的性能指标是会提高的。另外, 由于所考虑的系统是时间连续的随机多址系统, 碰撞的信息分组信号在其后的空闲时间内重新发送后总会留下时间碎片, 这些时间碎片的均值由下式计算:

$$E(I_{t<L}) = \sum_{i=1}^{\infty} \int_{iL}^{(i+1)L} [(t - iL)f(t)/e^{-LG}] dt = [1 - (1 + LG)e^{-LG}]/[G(1 - e^{-LG})]. \quad (12)$$

在  $UI$  中空闲时间的均值为

$$E(I_{UI}) = \int_L^{\infty} [(t - L)f(t)/e^{-LG}] dt = 1/G. \quad (13)$$

在  $I_{UI}$  中可用作重发碰撞信息分组的时间均值是

$$E(I_L) = E(I_{UI}) - E(I_{t<L}) = Le^{-LG}/(1 - e^{-LG}). \quad (14)$$

如果系统中捕获效应的成功概率为  $P_c$ , 而碰撞失败的信息分组需经过平均  $E(M)$  次重发才能传送成功<sup>[9]</sup>, 在系统稳定状态下, 则有下式:

$$[E(N_B) + 1](1 - P_c)E(M)L \leq E(N_{UI})E(I_L). \quad (15)$$

根据吞吐量  $S_U$  的定义, 并由 (15) 式得到下式, 同时系统吞吐量的上限值也将由下式计算:

$$(1 - P_c)E(M)(1 + e^{S_{U1}})(1 - e^{-S_{U1}})^2 \leq e^{-S_{U1}}. \quad (16)$$

如果在时间连续型随机多址系统中增加反馈控制系统, 减少冲突分解中的碎片时间量, 那么系统吞吐量的上限值由下式计算:

$$S_{U2}(1 - P_c)E(M)(1 - e^{-2S_{U2}}) \leq e^{-S_{U2}}. \quad (17)$$

#### 5 理论计算和计算机模拟实验

在以上分析结果的基础上, 我们对时间连续型随机多址系统进行了计算机模拟实验, 实验参数取值与理论计算参数值相同, 并且在计算机模拟过程中选取了 95% 的概率取值的置信区。表 1 和表 2 中给出了随机变量  $U_{TB}$ 、 $B_{TB}$  和  $I_{TB}$  的理论值和实验值。

表 1  $U_{TB}$ 、 $B_{TB}$  和  $I_{TB}$  的平均长度 ( $L = 1$ )

G	$E(U_{TB})$		$E(B_{TB})$		$E(I_{TB})$	
	理论值	模拟值	理论值	模拟值	理论值	模拟值
0.08	12.0067	12.0071±.0325	1.5344	1.5341±.0009	162.5833	162.5952±.4234
0.09	10.6186	10.6256±.0259	1.5388	1.5381±.0008	129.0957	129.1419±.3011
0.10	9.5083	9.5112±.0211	1.5434	1.5427±.0007	105.0833	105.0789±.2219
0.20	4.5167	4.5163±.0057	1.5903	1.5898±.0005	27.5833	27.5769±.0314
0.30	2.8583	2.8574±.0027	1.6412	1.6410±.0004	12.8610	12.8568±.0105
0.40	2.0332	2.0327±.0016	1.6963	1.6962±.0004	7.5831	7.5813±.0049
0.50	1.5415	1.5418±.0011	1.7560	1.7558±.0003	5.0830	5.0833±.0029
0.60	1.2164	1.2162±.0008	1.8205	1.8203±.0003	3.6940	3.6937±.0019
0.70	0.9864	0.9861±.0007	1.8904	1.8902±.0004	2.8376	2.8376±.0013
0.80	0.8160	0.8157±.0005	1.9660	1.9657±.0004	2.2700	2.2697±.0010
0.90	0.6851	0.6851±.0005	2.0478	2.0476±.0004	1.8724	1.8726±.0008
1.00	0.5820	0.5817±.0004	2.1363	2.1360±.0004	1.5820	1.5819±.0006
1.10	0.4990	0.4987±.0003	2.2321	2.2318±.0004	1.3627	1.3627±.0005
1.20	0.4310	0.4310±.0003	2.3358	2.3353±.0005	1.1925	1.1927±.0005
1.30	0.3746	0.3746±.0003	2.4479	2.4476±.0005	1.0574	1.0575±.0004
1.40	0.3273	0.3273±.0003	2.5693	2.5691±.0006	0.9481	0.9483±.0004
1.50	0.2872	0.2872±.0002	2.7006	2.7003±.0006	0.8581	0.8583±.0003
1.60	0.2530	0.2531±.0002	2.8427	2.8425±.0007	0.7831	0.7833±.0003

表 2  $U_{TB}$ 、 $B_{TB}$  和  $I_{TB}$  的平均长度 ( $L = 0.5$ )

G	$E(U_{TB})$		$E(B_{TB})$		$E(I_{TB})$	
	理论值	模拟值	理论值	模拟值	理论值	模拟值
0.08	12.2517	12.2465±.0315	0.7585	0.7584±.0004	318.7917	318.6199±.8035
0.09	10.8630	10.8486±.0250	0.7596	0.7597±.0004	252.5108	252.1553±.7671
0.10	9.7521	9.7326±.0202	0.7606	0.7608±.0004	205.0417	204.6342±.6189
0.20	4.7542	4.7546±.0075	0.7717	0.7715±.0003	52.5417	52.5412±.0785
0.30	3.0896	3.0887±.0034	0.7832	0.7832±.0002	23.9305	23.9244±.0247
0.40	2.2583	2.2578±.0020	0.7952	0.7950±.0002	13.7916	13.7878±.0111
0.50	1.7604	1.7601±.0013	0.8077	0.8076±.0002	9.0416	9.0407±.0060
0.60	1.4292	1.4288±.0010	0.8206	0.8206±.0001	6.4305	6.4297±.0037
0.70	1.1931	1.1932±.0007	0.8341	0.8340±.0001	4.8375	4.8379±.0025
0.80	1.0166	1.0166±.0006	0.8482	0.8481±.0001	3.7916	3.7917±.0018
0.90	0.8798	0.8798±.0005	0.8628	0.8627±.0001	3.0662	3.0667±.0013
1.00	0.7708	0.7707±.0004	0.8780	0.8779±.0001	2.5415	2.5417±.0010
1.10	0.6819	0.6819±.0003	0.8938	0.8937±.0001	2.1489	2.1491±.0008
1.20	0.6082	0.6082±.0003	0.9103	0.9102±.0001	1.8470	1.8473±.0007
1.30	0.5461	0.5461±.0003	0.9274	0.9273±.0001	1.6094	1.6096±.0006
1.40	0.4932	0.4933±.0002	0.9452	0.9451±.0001	1.4189	1.4192±.0005
1.50	0.4476	0.4476±.0002	0.9637	0.9636±.0001	1.2635	1.2637±.0004
1.60	0.4080	0.4079±.0002	0.9830	0.9829±.0001	1.1350	1.1351±.0004

## 6 结束语

从表 1 和表 2 中的结果可以看到, 理论计算值和计算机模拟实验结果相一致, 这说明所给出的时间连续型随机多址系统的平均周期分析方法是有效的。下面就系统吞吐量的上限值的问题进行一些讨论:

(1) 当  $P_c=0$ ,  $E(M) = 3$  时, 由 (16) 式得到  $S_{U_{\max 1}}=0.3673$ ;  $P_c = 0.1$ ,  $E(M) = 2$  时,  $S_{U_{\max 1}}=0.4597$ ;  $P_c = 0.2$ ,  $E(M) = 1$  时,  $S_{U_{\max 1}}=0.6447$ 。捕获效应和冲突分解能力的提高, 改善了系统的性能;

(2) 在时间连续型随机多址系统中增加反馈控制系统, 可减少冲突分解中的碎片时间量, 当  $P_c=0$ ,  $E(M) = 3$  时, 由 (17) 式得到  $S_{U_{\max 2}}=0.4028$ ;  $P_c = 0.1$ ,  $E(M) = 2$  时,  $S_{U_{\max 2}}=0.5156$ ;  $P_c = 0.2$ ,  $E(M) = 1$  时,  $S_{U_{\max 2}}=0.7546$ 。增强反馈控制系统是必需的。

本文在信息分组的到达过程为负指数分布条件下, 对时间连续型随机多址系统进行了研究, 但其分析方法对其它类型的分布仍是有意义的。(16) 式和 (17) 式对工程中的系统性能评估是较简明有效的。

### 参 考 文 献

- [1] Abramson N. The ALOHA system—another alternative for computer communication. AFIPS Conf. Proc. Fall Joint Comput. Conf., Montvale, N.J.: AFIPS Press, 1970, 37: 281–285.
- [2] Roberts L G. ALOHA packet system with and without slots and capture. ARPA Network Inform. Cen., Stanford Res. Inst., Menlo Park, CA: ARPA Satellite Syst. Note 8 (NIC 11290), 1972; reprinted in ACM SIGCOMM Comput. Commun. Rev., 1975, 5: 28–42.
- [3] Roberts L G. Dynamic allocation of satellite capacity through packet reservation. AFIPS Conf. Proc., Nat. Conf. New York: AFIPS Press, 42, 1973, 711–715.
- [4] Kleinrock L. Queuing Systems. Vol. II: Theory. New York: Wiley(Interscience), 1976, 159–393.
- [5] Van Der Vleuten R J, Van Etten W, Van Boom H P A. Optimal controlled ALOHA for two-way data communication in a cable television network. IEEE Trans. on Commun., 1994, COM-42(7): 2453–2459.
- [6] Zdunek Kenneth J, Ucci Donald R, LoCicero Joseph L. Packet radio performance of inhibit sense multiple access with capture. IEEE Trans. on Commun., 1997, COM-45(2): 164–168.
- [7] Zhao Dongfeng, Zheng Sumin. Analysis of a slotted access channel with average cycle method. Proceedings of 1996 International Conference on Communication Technology, Beijing, China: May 5-7, 1996, 33.04.1-33.04.4.
- [8] 赵东风, 李必海, 郑苏民. 一种新的时隙式随机多址系统分析方法研究. 电子科学学报, 1997, 19(6): 814–819.
- [9] 赵东风, 郑苏民. 二叉树形冲突分解算法研究. 电子科技大学学报, 1996, 25(8): 260–264.

## STUDY ON A NEW METHOD FOR CONTINUOUS-TIME SYSTEMS OF RANDOM ACCESS CHANNEL

Zhao Dongfeng

(Department of Information and Electronic Science, Yunnan University, Kunming 650091)

**Abstract** In this paper, the continuous-time systems of the random access channel are analyzed by using the average cycle method. Analytic formulae for mean values of a successful period and a colliding period and an idle period are derived. Also, the upper bounds on the throughput of the system with capture effect and packet conflict resolution are provided. Finally, the simulation results of the random access channel are given.

**Key words** Random access channel, Average cycle method, Continuous time system, Throughput

赵东风: 男, 1957 年生, 副教授, 中国电子学会高级会员, 从事计算机网络、一点多址通信、ATM 和 CIMS 的科研教学。