

全响应 CPM 的减少状态格状图¹

李 斌 程时昕*

(通信工程学院 南京 210016)

*(东南大学 南京 210018)

摘 要 连续相位调制 (CPM) 的最佳相干解调的译码性能取决于其最小平方欧氏距离。本文在不减少其最小平方欧氏距离的前提下, 提出了全响应 CPM 的减少状态格状图, 从而减少了 Viterbi 的译码复杂度。

关键词 连续相位调制, 最佳相干解调, 减少状态格状图, Viterbi 译码

中图分类号 TN929.5

1 引言

连续相位调制 (Continuous Phase Modulation, 简称 CPM) 由于具有良好的频谱特性和良好的误码性能, 因而引起了人们的极大关注。CPM 的最佳相干解调通常采用 Viterbi 算法进行最大似然序列估值 (MLSE) 来实现, 其误码性能取决于其 CPM 的最小平方欧氏距离 (MSED)。由于该 Viterbi 算法不仅需要记忆 CPM 的相位状态, 而且还需要记忆 CPM 的前后相关码元序列, 因而 CPM 的 Viterbi 译码通常具有非常大的复杂度, 如何减少 Viterbi 的译码复杂度一直是人们的研究方向^[1,2]。在文献 [3] 中, 我们利用相位集合分集的方法在不减少最小平方欧氏距离的前提下, 成倍地减少了 2CPFSK 的 Viterbi 译码的格状图的状态数目, 从而大大地减少了 Viterbi 的译码复杂度。本文在文献 [3] 的基础上, 着重推导了两个更具普遍意义的情形: (1) 二进制全响应 CPM 的减少复杂度的 Viterbi 译码, 它包括了 2CPFSK^[3]; (2) 调制指数是任意阶的情形, 它不限定调制指数是合数阶^[3]。

2 全响应 CPM 的另一种表达形式

全响应 CPM 信号通常可表示为

$$s(t) = A \cos[\omega_0 t + \phi(t) + \phi_0], \quad (1)$$

这里 A 是信号振幅; ω_0 是载波角频率; ϕ_0 是初始相位; 携带信息的相位 $\phi(t)$ 为

$$\phi(t) = 2\pi h a_n q(t - nT) + \pi h \sum_{i=0}^{n-1} a_i, \quad nT \leq t \leq (n+1)T, \quad (2)$$

其中 T 是码元宽度; $a_i \in \{-1, +1\}$ 是码元信息; h 是调制指数, 我们通常假定 h 是有理数, $h = k/p$, $(k, p) = 1$; $q(t)$ 是相位响应函数, 它被归一化为

$$q(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ 1/2, & t > T. \end{cases} \quad (3)$$

¹ 1995-01-05 收到, 1995-11-08 定稿

东南大学移动通信国家重点实验室资助项目

常见的几种全响应 CPM(FRCPM) 信号如连续相位频移键控调制 (CPFSK)、升余弦 (1RC) 和半周正弦 (HCS) 的相位响应函数为 [4]

$$\left. \begin{aligned} q_{\text{CPFSK}}(t) &= t/(2T), & 0 \leq t \leq T; \\ q_{\text{1RC}}(t) &= 1/(2T)[t - T/(2\pi) \sin(2\pi t/T)], & 0 \leq t \leq T; \\ q_{\text{HCS}}(t) &= [1 - \cos(\pi t/T)]/4, & 0 \leq t \leq T. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

根据 (1) 式, FRCPM 可表示为另一种形式

$$s(t) = A \cos[(\omega_0 - \pi h/T)t + \phi_N(t) + \phi_0]. \quad (5)$$

这里携带信息的相位 $\phi_N(t)$ 为

$$\phi_N(t) = 4\pi h b_n q(t - nT) + 2\pi h \sum_{i=0}^{n-1} b_i + \pi h(t - nT)/T - 2\pi h q(t - nT), \quad nT \leq t \leq (n+1)T, \quad (6)$$

其中 $b_i = (a_i + 1)/2 \in \{0, 1\}$ 。

当接收端采用最佳相干解调时, 相干载波 $\omega_0 - \pi h/T$ 和初始相位 ϕ_0 被同步, 因而当 $t = mT$ (m 为整数) 时, $\phi_N(t)$ 取值于集合 $\{0, 2\pi/p, 4\pi/p, \dots, 2\pi(p-1)/p\}$, 此时 Viterbi 算法具有 p 个状态, 它们分别记忆这 p 个相位。

3 FRCPM 的减少状态格状图

FRCPM 的误码性能取决于它的 p - 状态格状图的 MSED, 该 MSED 可表示为 [4]

$$d_{\min}^2 = \frac{2}{T} \int_0^T \{1 - \cos[4\pi h q(t)]\} dt. \quad (7)$$

下面我们将给出一个减少状态的格状图, 并证明该减少状态格状图的 MSED 保持不变仍为 d_{\min}^2 。

引理 1 对于调制指数 $h = k/p \leq 0.5$ 的 FRCPM, 如果 q 是 p 的一个因子, 且 $q > k$ 。设 $\theta \in \{2\pi q m/p, 0 \leq m \leq p/q - 1\}$, 那么

$$\int_0^T \cos[4\pi h q(t)] dt \geq \int_0^T \cos[\theta \pm 4\pi h q(t)] dt \quad (8)$$

证明 (1) 当 $\theta=0$ 即 $m=0$ 时, (8) 式显然成立。(2) 当 $\theta \neq 0$ 时, 我们有

$$\int_0^T \{\cos[4\pi h q(t)] - \cos[\theta \pm 4\pi h q(t)]\} dt = 4 \sin(\theta/2) \sin(\theta/2 \pm \pi h) \int_0^{\frac{T}{2}} \cos[4\pi h q(t) - \pi h] dt. \quad (9)$$

由于 $\sin(\theta/2) > 0$, $\sin(\theta/2 \pm \pi h) > 0$, 且当 $h \leq 0.5$ 时, $\cos[4\pi h q(t) - \pi h] > 0$, 所以 (9) 式大于零, 即 (8) 式成立。 证毕

定理 1 对于调制指数 $h = k/p \leq 0.5$ 的二进制 FRCPM 信号, 如果 q 是 p 的一个因子, 且 $q > k$, 那么存在一个 q - 状态格状图, 其 MSED 为 d_{\min}^2 。

证明 设状态 $S_i (0 \leq i \leq q-1)$ 表示相位集合 $W_i = \{2\pi(qm+i)/p, 0 \leq m \leq p/q-1\}$ 。从状态 S_i 到 S_i 的转移表示相位集合 W_i 到 W_i 的转移且携带信息“0”；从状态 S_i 到 S_{i+1} 的转移表示相位集合 W_i 到 W_{i+1} 的转移且携带信息“1”。这样我们便可得到一个 q - 状态格状图，如图 1 所示。在该 q - 状态格状图中，无论是从同一状态出发的两个分支转移还是合并到同一状态的两个分支转移之间的平方欧氏距离为

$$d_{ED}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \{1 - \cos[\theta \pm 4\pi h q(t)]\} dt. \tag{10}$$

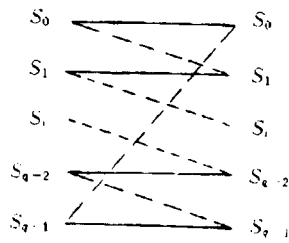


图 1 q - 状态格状图

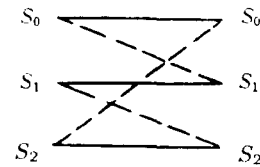


图 2 调制指数 $h=2/15$ 的 FRCPM 的 3 状态格状图

根据引理 1， $d_{ED}^2 \geq d_{min}^2/2$ ，因而该 q - 状态格状图的最小平方欧氏距离为 d_{min}^2 。证毕

举例 1 对于调制指数 $h = 2/15$ 的二进制 FRCPM 信号，如果取 $q=3$ ，那么我们将得到一个 3- 状态的减少状态格状图，如图 2 所示，其中 S_0 表示相位集合 $\{2\pi/15, 8\pi/15, 14\pi/15, 20\pi/15, 26\pi/15\}$ ； S_1 表示相位集合 $\{4\pi/15, 10\pi/15, 16\pi/15, 22\pi/15, 28\pi/15\}$ ； S_2 表示相位集合 $\{6\pi/15, 12\pi/15, 18\pi/15, 24\pi/15, 30\pi/15\}$ 。

举例 2 对于调制指数 $h=1/8$ 的二进制 FRCPM 信号，如果取 $q=2$ ，那么我们将得到一个 2- 状态的减少状态格状图，如图 3 所示，其中 S_0 表示相位集合 $\{2\pi/8, 6\pi/8, 10\pi/8, 14\pi/8\}$ ； S_1 表示相位集合 $\{4\pi/8, 8\pi/8, 12\pi/8, 16\pi/8\}$ 。

定理 2 对于调制指数 $h = k/p \leq 0.5$ 的二进制 FRCPM 信号，设 $p = kN + r$ ，这里 N 是正整数， $0 \leq r \leq k-1$ ，那么存在一个 $(k+r)$ - 状态格状图，其最小平方欧氏距离为 d_{min}^2 。

证明 设状态 $S_i (0 \leq i \leq k-1)$ 表示相位集合 $W_i = \{2\pi(km+i)/p, 0 \leq m \leq N-1\}$ ；状态 $Q_j (0 \leq j \leq r-1)$ 表示相位 $Z_j = 2\pi(kN+j)/p$ ，这样我们便得到一个 $(k+r)$ - 状态格状图，如图 4 所示。

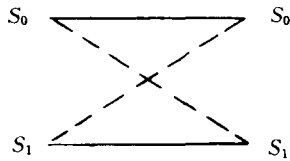


图 3 调制指数 $h=1/8$ 的 FRCPM 的 2- 状态格状图

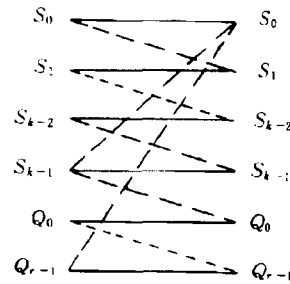


图 4 $(k+r)$ - 状态格状图

注意在该 $(k+r)$ - 状态格状图中, 从状态 S_{k-1} 出发有三个分支转移, 其中从状态 S_{k-1} 到 S_0 的分支转移表示相位集合 $\{2\pi(km+k-1)/p, 0 \leq m \leq N-2\}$ 到相位集合 $\{2\pi km/p, 1 \leq m \leq N-1\}$ 的转移且携带信息“1”; 从状态 S_{k-1} 到 S_{k-1} 的分支转移表示相位集合 W_{k-1} 到 W_{k-1} 的转移且携带信息“0”; 状态 S_{k-1} 到 Q_0 的分支转移表示相位 $2\pi(kN-1)/p$ 到 $2\pi kN/p$ 的转移且携带信息“1”。同样, 合并到 S_0 有三个分支转移 (这里我们不作一一说明)。

首先, 根据定理 1 的证明, 从任一状态出发的两个分支转移 (不含从 S_{k-1} 出发分别到达 S_0 和 Q_0 的两个分支转移) 或者合并到任一状态 (不含分别从 S_{k-1} 和 Q_{r-1} 出发合并到 S_0) 两个分支转移之间的平方欧氏距离满足 $d_{ED}^2 \geq d_{min}^2/2$ 。其次, 从 S_{k-1} 出发分别到达 S_0 和 Q_0 的两个分支转移或者分别从 S_{k-1} 和 Q_{r-1} 出发合并到 S_0 的两个分支转移之间的平方欧氏距离为

$$d_{ED}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \{1 - \cos \Delta\} dt. \tag{11}$$

这里, $\Delta = \{2\pi km/p, 1 \leq m \leq N-1\}$ 。由于 $\cos \Delta \leq \cos(2\pi k/p) \leq \cos[4\pi hq(t)]$, 所以 (11) 式的下限为

$$d_{ED}^2 \geq \frac{1}{T} \int_0^T \{1 - \cos[4\pi hq(t)]\} dt = d_{min}^2/2. \tag{12}$$

所以 $(k+r)$ - 状态格状图的 MSED 为 d_{min}^2 。

证毕

举例 3 对于调制指数 $h=1/13$ 的二进制 FRCPM 信号, 一个 3- 状态格状图如图 5 所示, 其中 S_0 表示相位集合的 $\{2\pi/13, 6\pi/13, 10\pi/13, 14\pi/13, 18\pi/13, 22\pi/13\}$; S_1 表示相位集合 $\{4\pi/13, 8\pi/13, 12\pi/13, 16\pi/13, 20\pi/13, 24\pi/13\}$; Q_0 表示相位 $Z_0 = 26\pi/13$ 。

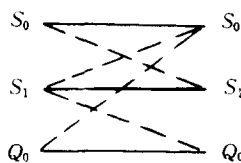


图 5 调制指数 $h=1/13$ 的 FRCPM 的 3- 状态格状图

4 结 论

本文利用相位集合分集的方法,大大减少了 FRCPM 的 p - 状态格状图的状态数目,并保证了其最小平方欧氏距离不变。从而在没有误码性能恶化的前提下,大大减少了 Viterbi 的译码复杂度。

参 考 文 献

- [1] Huber J, Liu W. IEEE J. of SAC, 1989, SAC-7(9): 1437-1449.
- [2] Svensson A, Sundberg C-E, Aulin T. IEEE Trans. on. COM, 1984, COM-32(6): 1079-1087.
- [3] 李 斌. 通信学报, 1994, 15(1): 29-32.
- [4] Anderson J B, Sundberg C-E, Aulin T. Digital Phase Modulation, New York:Plenum Press, 1986, Chapter 3.
- [5] Ungerboeck G. IEEE Trans. on. IT, 1982, IT-28(1): 55-67.
- [6] Li Bin. IEEE Trans. on COM, 1995, COM-43(2/3/4): 718-721.
- [7] Li Bin. IEEE Trans. on COM, 1995, COM-43(2/3/4): 1265-1268.

A REDUCED-STATE TRELLIS FOR FULL RESPONSE CPM

Li Bin

(*Nanjing Institute of Communications Engineering, Nanjing 210016*)

Cheng Shixin

(*Southeast University, Nanjing 210018*)

Abstract The error performance of continuous phase modulation (CPM) with optimal coherent detection depends on the minimum squared Euclidean distance (MSED). In this paper, a reduced-state trellis for full response CPM is presented under the condition that the MSED is not reduced, and therefore the complexity of the Viterbi decoding is reduced.

Key words Continuous phase modulation, Optimal coherent detection, Reduced-state trellis, Viterbi decoding

李 斌: 男, 1964 年生, 副教授, 主要从事编码调制领域的研究.

程时昕: 男, 1936 年生, 教授, 中国电子学会、中国通信学会会士, 主要从事无线通信网和个人通信系统的研究.