

非均匀损耗介质体电磁逆散射的 非相关照射法

王卫延 张守融

(中国科学院电子学研究所,北京 100080)

摘要 本文提出一种恢复非均匀损耗介质体复介电常数的新方法。它基于这样一个原则,即当介质体被一组非相关入射波照射,可以从其散射场中获得充分的有关介质体的信息。本文给出了有关的公式和数值模拟结果。准确的恢复数据说明这种方法在电磁逆散射和微波成像的研究中很有潜力。

关键词 电磁逆散射;非相关照射;非均匀损耗介质体;计算机辅助分析

一、导 言

近十年来,已有许多关于介质体电磁逆散射和微波成像的研究工作相继发表。就研究方法而言,这些工作大致可分为两类。第一类作法是将介质体划分为小块,采用矩量法计算分块模型的电参数^[1-4]。它的关键步骤是求外场散射矩阵的逆,进而获得介质体各单元的电流或介电常数。但是这个矩阵的性质很不好,随着介质体厚度增加,划分的单元增多,它将趋于严重病态。第二类作法是在 Born 近似的基础上,进行散射断层成像^[5-7]。这种方法通过一个近似的二维 Fourier 变换,得到介质体电参数在有限的空间频域内的分布表达。但是它只适于对介电常数反差较小的无损介质体成像,而不适合损耗介质体。

本文提出求解介质体复介电常数的非相关照射法,它不受弱散射和平面波照射的限制,与以往各种方法的区别在于它们获取目标信息的途径不同。作者采用一组非相关的人射波反复照射介质体,并接收相应的散射场,从而获取有关介质体参数分布的信息。这种方法可以广泛应用于具有不同电参数分布的损耗介质体。

二、数学公式

处于自由空间的非均匀损耗介质体,在入射场照射下,在其体内会产生感生电流,感生电流在空间产生散射场。通过电场散射积分方程,可以将介质体内部总电场和外部散射场表示为

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \iiint_V \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') k_0^2 \left(\varepsilon_r(\mathbf{x}') - 1 + \frac{\sigma(\mathbf{x}')}{-i\omega\varepsilon_0} \right) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{x}') dV + \mathbf{E}^i(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{x}) = \iiint_V \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') k_0^2 \left(\varepsilon_r(\mathbf{x}') - 1 + \frac{\sigma(\mathbf{x}')}{-i\omega\varepsilon_0} \right) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{x}') dV \quad (2)$$

在以上二式中, $\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ 是自由空间并矢格林函数; \mathbf{E} , \mathbf{E}^i , \mathbf{E}^s 分别表示总电场, 入射电场和散射电场; ε_r 和 σ 分别是介质体的介电常数和电导率; ω 是电磁波的角频率; k_0 是电磁波在自由空间的波数; ε_0 是自由空间的介电常数; 积分在介质体占据的空间 V 上进行。

把介质体离散为 N 个单元, 当 N 足够大时, 可以近似地认为每个单元的参数和场量是均匀的。应用矩量法, 由脉冲函数作基函数, δ 函数作检验函数, 可以把(1), (2)两式转化为矩阵方程:

$$([\mathbf{G}_1][\boldsymbol{\tau}] - [\mathbf{I}])(\mathbf{E}) = -(\mathbf{E}^i) \quad (3)$$

$$[\mathbf{G}_2][\boldsymbol{\tau}](\mathbf{E}) = (\mathbf{E}^s) \quad (4)$$

在(3), (4)式中, (\mathbf{E}) 和 (\mathbf{E}^i) 分别是介质体内的总电场列矢量和入射电场列矢量, 如果电场分量数是 α , 那么它们都是由 αN 个元素构成。 (\mathbf{E}^s) 则是介质体外的散射场列矢量, 它由不同场点上不同分量的散射电场构成, 最少可以只有一个元素, 即只在一个场点测量散射场的一个分量。设 (\mathbf{E}^s) 由 p 个元素构成。 $[\boldsymbol{\tau}]$ 是 $\alpha N \times \alpha N$ 的对角阵, 其对角线上的元素由不同介质单元的复介电常数构成:

$$\tau_{nn} = \varepsilon_r(n) - 1 + i\sigma(n)/(\omega\varepsilon_0) \quad (5)$$

我们称 $[\boldsymbol{\tau}]$ 为复参数矩阵; $[\mathbf{I}]$ 是与 $[\boldsymbol{\tau}]$ 同样尺度的单位阵; $[\mathbf{G}_1]$ 是 $\alpha N \times \alpha N$ 的方阵, 它支配着介质体内各单元的散射场, 其元素与工作频率和介质体的几何形状有关; $[\mathbf{G}_2]$ 则是 $p \times \alpha N$ 的矩阵, 它支配着介质体外不同场点的散射场, 其元素不仅与频率和介质体形状有关, 还与场点的相对位置有关。

为了求解介质体的复介电常数, 通常的作法是对(4)式的 $[\mathbf{G}_2]$ 求逆(当 $p = \alpha N$)。但是大量的计算已经表明, 这种作法只适合处理薄壳状或薄板状的介质体, 当介质体是较大的实心体时, $[\mathbf{G}_2]$ 成为严重的病态矩阵, 不可求逆。不少人尝试用伪逆法、迭代法等来克服这个困难, 但至今为止, 所有围绕着获得 $[\mathbf{G}_2]^{-1}$ 的努力, 都不能从根本上解决问题。本文不采取这种作法。

注意到, 与 $[\mathbf{G}_2]$ 矩阵的性质相反, $[\mathbf{G}_1][\boldsymbol{\tau}] - [\mathbf{I}]$ 矩阵始终是一个良态矩阵, 通过逆矩阵表示, (3)式可写为

$$(\mathbf{E}) = -([\mathbf{G}_1][\boldsymbol{\tau}] - [\mathbf{I}])^{-1}(\mathbf{E}^i) \quad (6)$$

把(6)式代入(4)式

$$[\mathbf{G}_2][\boldsymbol{\tau}]([\mathbf{G}_1][\boldsymbol{\tau}] - [\mathbf{I}])^{-1}(\mathbf{E}^i) = -(\mathbf{E}^s) \quad (7)$$

对(7)式来说, 在不改变工作频率和几何形状的前提下, 每改变一个入射场列矢量, 就有一个新的散射场列矢量相对应, 如果选择 αN 个不同的入射场列矢量, 就会有 αN 个散射场列矢量与之对应, 于是(7)式被扩展为

$$[\mathbf{G}_2][\boldsymbol{\tau}]([\mathbf{G}_1][\boldsymbol{\tau}] - [\mathbf{I}])^{-1}[\mathbf{E}^i] = -[\mathbf{E}^s] \quad (8)$$

式中矩阵 $[\mathbf{E}^i]$ 和 $[\mathbf{E}^s]$ 的每一列分别对应于一个入射场列矢量和一个散射场列矢量, 它们都由 αN 个列矢量组成。

再进一步, 如果恰当地选择入射场, 使每个人射场列矢量互不相关, 则由此构成的 $[E^i]$ 矩阵是可逆的, 于是(8)式可写为

$$([E^i][E^i]^{-1}[G_1] + [G_2])[\tau] = [E^i][E^i]^{-1} \tag{9}$$

记

$$[\phi] = [E^i][E^i]^{-1} \tag{10}$$

$$[\psi] = [E^i][E^i]^{-1}[G_1] + [G_2] \tag{11}$$

(9)式可简化为

$$[\phi][\tau] = [\psi] \tag{12}$$

由于 $[G_1], [G_2]$ 是可计算的, $[E^i]$ 是可测量的, $[E^i]$ 是设计的良态矩阵, 显然 $[\phi]$ 和 $[\psi]$ 也是可计算的矩阵。这样, 从(12)式两端的任一行对应元素, 我们可以确定复参数矩阵 $[\tau]$ 的全部对角元素:

$$\tau_{nn} = \phi_{nn} / \psi_{nn} \tag{13}$$

并由(5)式得到介质体各单元的电参数:

$$\epsilon_r(n) = \text{Re}[\phi_{nn} / \psi_{nn}] + 1 \tag{14a}$$

$$\sigma(n) = \text{Im}[\phi_{nn} / \psi_{nn}] \cdot \omega \epsilon_0 \tag{14b}$$

以上由(7)式至(14)式的推导, 证明了这样一条原则, 即一个离散的介质体在一组非相关的入射波照射下, 从其散射场中一定可以充分获得这个介质体的参数分布信息。

三、非相关入射场

在以上推导逆散射公式的过程中, 保证 $[E^i]$ 的非奇异性是至关重要的, 即构成 $[E^i]$ 的全部列矢量必须是非线性相关的。这一要求是可实现的, 因为入射场是人为的, 它的分布不受介质性质影响。在设备可实现的基础上, 人们可依自己的要求, 针对不同的照射参数(如照射方向、波束宽度、极化形式、聚焦位置、照射源位置等), 有目的地改变入射场, 由此获得非相关照射。以下的例子将说明构造一组非相关入射场是可能的。

首先被考虑的是窄波束多方向照射方案。如图 1 所示。选择可产生窄波束的照射

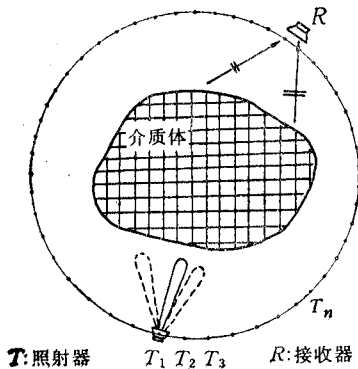


图 1 窄波束多方向照射方案

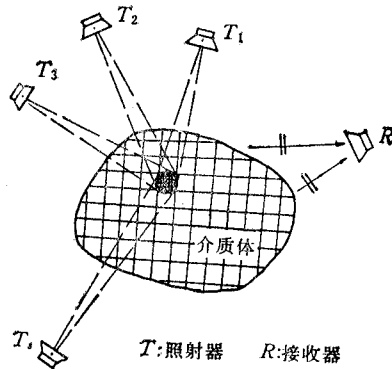


图 2 多波束聚焦照射方案

器,把它放在介质体外的照射圆周上(以二维问题为例)。在这种方案中,一方面我们可以沿圆周不断地改变照射器与介质体的相对位置,另一方面还可以通过机械控制或相位控制方式,改变波束的照射方向,使每一次照射的区域各不相同。正是利用了窄波束对被照区域的良好选择性,使非相关照射成为可能。

另一种是多波束聚焦方案,如图2所示。把多个具有窄波束的照射器放置在介质体周围,通过改变每个照射器的照射方向并调整它们的相位,可以使入射波依次在被照区域的每一个位置上聚焦。显然由这种照射所形成的人射矩阵是主对角线占优矩阵,它的逆矩阵是存在的。

实际上,非相关照射的形成并不局限于上述方案,给出的例子只说明利用现有技术手段可以构成非相关入射场。

四、数值模拟结果

应用非相关照射法对不同类型的二维损耗介质体进行了计算机模拟反演。模拟中介

表1 36单元阶梯模型数据对比

单元	恢复参数		原始参数		单元	恢复参数		原始参数	
	ϵ_r	σ	ϵ_r	σ		ϵ_r	σ	ϵ_r	σ
1	0.9997	0.0100	1.0	0.01	19	18.9992	0.1900	19.0	0.19
2	1.9999	0.0200	2.0	0.02	20	20.0000	0.2000	20.0	0.20
3	3.0000	0.0300	3.0	0.03	21	20.9997	0.2100	21.0	0.21
4	3.9998	0.0400	4.0	0.04	22	22.0001	0.2200	22.0	0.22
5	5.0000	0.0500	5.0	0.05	23	22.9994	0.2300	23.0	0.23
6	5.9998	0.0600	6.0	0.06	24	23.9980	0.2400	24.0	0.24
7	7.0005	0.0700	7.0	0.07	25	25.0019	0.2500	25.0	0.25
8	8.0001	0.0800	8.0	0.08	26	25.9994	0.2600	26.0	0.26
9	8.9994	0.0900	9.0	0.09	27	27.0011	0.2700	27.0	0.27
10	9.9996	0.1000	10.0	0.10	28	27.9999	0.2800	28.0	0.28
11	10.9996	0.1100	11.0	0.11	29	28.9991	0.2900	29.0	0.29
12	11.9998	0.1200	12.0	0.12	30	30.0027	0.3000	30.0	0.30
13	12.9996	0.1300	13.0	0.13	31	31.0109	0.3100	31.0	0.31
14	14.0008	0.1400	14.0	0.14	32	31.9994	0.3200	32.0	0.32
15	15.0001	0.1500	15.0	0.15	33	33.0028	0.3300	33.0	0.33
16	16.0005	0.1600	16.0	0.16	34	33.9997	0.3400	34.0	0.34
17	17.0029	0.1700	17.0	0.17	35	35.0001	0.3500	35.0	0.35
18	17.9982	0.1800	18.0	0.18	36	36.0116	0.3603	36.0	0.36

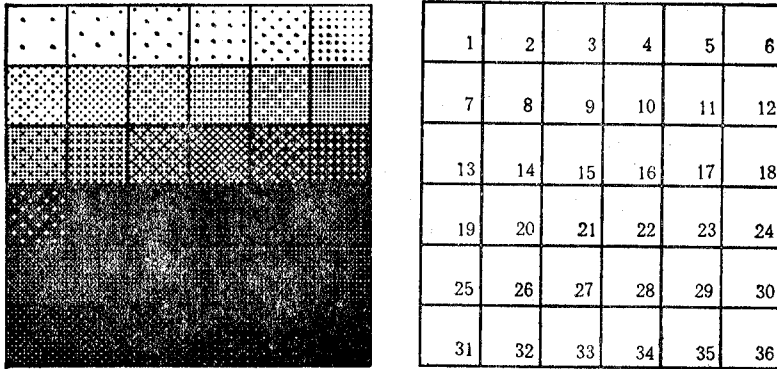


图3 36单元阶梯式模型和单元编号

表2 225单元高反差模型的部分数据对比

单元	恢复参数		原始参数		单元	恢复参数		原始参数	
	ϵ_r	σ	ϵ_r	σ		ϵ_r	σ	ϵ_r	σ
:					114	10.0015	0.1000	10.0	0.10
:					115	8.1020	0.8006	8.0	0.80
91	1.0000	0.0100	1.0	0.01	116	5.9851	0.5999	6.0	0.60
92	1.9997	0.0200	2.0	0.02	117	4.0000	0.0400	4.0	0.04
93	2.9996	0.0300	3.0	0.03	118	3.0001	0.0300	3.0	0.03
94	3.9991	0.0400	4.0	0.04	119	2.0000	0.0200	2.0	0.02
95	5.9455	0.6010	6.0	0.60	120	1.0001	0.0100	1.0	0.01
96	8.1046	0.7973	8.0	0.80	121	1.0000	0.0100	1.0	0.01
97	10.0025	0.1001	10.0	0.10	122	2.0000	0.0200	2.0	0.02
98	9.9893	0.1001	10.0	0.10	123	3.0000	0.0300	3.0	0.03
99	10.0014	0.1000	10.0	0.10	124	4.0000	0.0400	4.0	0.04
100	8.0877	0.7974	8.0	0.80	125	5.9972	0.5999	6.0	0.60
101	6.0200	0.6002	6.0	0.60	126	7.8424	0.8008	8.0	0.80
102	4.0002	0.0400	4.0	0.04	127	9.9996	0.1000	10.0	0.10
103	3.0001	0.0300	3.0	0.03	128	10.0047	0.1000	10.0	0.10
104	2.0001	0.0200	2.0	0.02	129	9.9997	0.1000	10.0	0.10
105	1.0000	0.0100	1.0	0.01	130	7.9927	0.8014	8.0	0.80
106	1.0000	0.0100	1.0	0.01	131	6.0030	0.5992	6.0	0.60
107	1.9999	0.0200	2.0	0.02	132	4.0002	0.0400	4.0	0.04
108	2.9997	0.0300	3.0	0.03	133	3.0002	0.0300	3.0	0.03
109	3.9995	0.0400	4.0	0.04	134	2.0001	0.0200	2.0	0.02
110	5.9961	0.6008	6.0	0.60	135	1.0000	0.0100	1.0	0.01
111	8.1187	0.7998	8.0	0.80	:				
112	10.0033	0.1000	10.0	0.10	:				
113	15.0158	0.1501	15.0	0.15	:				

质模型放置于自由空间,它被分为 N 个截面为 $0.1 \times 0.1\text{m}^2$ 的柱形介质单元。工作频率为 300MHz 。介质体外的散射场用 J. H. Richmond 方法计算得到^[6]。对于不同尺度,不同参数分布的介质模型,均得到准确的反演结果,限于篇幅,这里仅以两个例子说明。

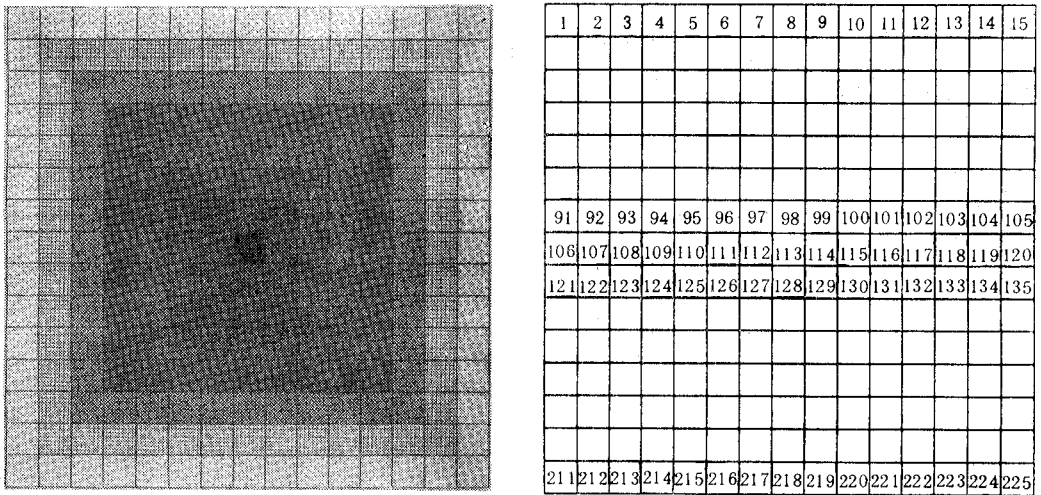


图4 225单元高反差模型和单元编号

图3是一个36单元(6×6)的介质体参数分布模型。每个单元的复介电常数各不相同,分为36个层次。采用窄波束多方向照射来形成非相关照射。恢复参数与原始参数的比较列于表1,其中最大的相对误差小于0.06%。

图4是一个8层的大尺度模型,它被分为225单元(15×15)。采用多波束聚焦方式照射介质体。同样获得令人满意的结果。恢复参数与原始参数的对比列于表2,最大相对误差小于0.37%。

全部数值模拟都是在 Vax-11/780 计算机上进行,并采用单精度数。

五、结 论

本文提出了求解非均匀损耗介质体电磁逆散射的非相关照射法。它可以概括为:当介质体被一组线性非相关的人射波反复照射,在一个场点(或多个场点)测量到的相应散射场中包含大量有关介质体电参数的信息,通过对入射矩阵求逆和一些简单矩阵运算,可以准确地恢复介质体各单元的复介电常数。此外,非相关照射法还有以下几个显著特点:

(1) 非相关照射法可以有效地用于不同的非均匀损耗介质体,并具有相当高的精度。

(2) 构成非奇异入射矩阵 $[E']$ 是全部方法的关键,它依赖于一组非相关入射波的照射,这样的照射是可实现的。

(3) 对于一个已设计好的系统, $[G_1]$, $[G_2]$ 和 $[E']^{-1}$ 矩阵都是确定的。它们可以只被计算一次,然后存在计算机内为以后反复使用。因此对实际的恢复复介电常数的过程,计算量是很小的。

(4) 在一个场点接收的散射场数据足以恢复介质体全部复介电常数。为了使结果更

精确,可以在多个场点测量散射场。

最后,作者期望非相关照射法能有助于介质体电磁逆散射和微波成像的研究工作,并在实际应用中得到发展。

参 考 文 献

- [1] D. K. Ghodgaonkar, Om P. Gandhi, M. J. Hagmann, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-31**(1983)6, 442—446.
- [2] M. M. Ney, A. M. Smith, S. S. Stuchly, *IEEE Trans. on MI*, **MI-3**(1984)4, 155—162.
- [3] M. J. Hagmann, R. L. Levin, *IEEE Trans. on AP*, **AP-38**(1990)1, 99—106.
- [4] J. Wang, T. Takagi, *Electron. Lett.*, **27**(1991)2, 112—113.
- [5] M. Slaney, A. C. Kak, L. E. Larsen, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-32**(1984)8, 860—874.
- [6] W. Tabbara et al., *Inverse Problems*, **4**(1988)2, 305—331.
- [7] A. Broquetas et al., *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-39**(1991)5, 836—844.
- [8] J. H. Richmond, *IEEE Trans. on AP*, **AP-13**(1965)5, 334—341.

UNRELATED ILLUMINATION METHOD FOR ELECTROMAGNETIC INVERSE SCATTERING OF INHOMOGENEOUS LOSSY DIELECTRIC BODIES

Wang Weiyan Zhang Shourong

(*Institute of Electronics, Academia Sinica, Beijing 100080*)

Abstract A novel method proposed in the paper is aimed at reconstructing the complex permittivities of inhomogeneous lossy dielectric bodies. The method is based on such a principle that sufficient informations of a dielectric body may be obtained from the scattered fields when the body is illuminated by a group of unrelated incident fields. The formula derivations and the simulation results are presented, and the accurate reconstructed results show that the method proposed has great potentialities in developing the electromagnetic inverse scattering and the microwave imaging.

Key words Electromagnetic inverse scattering; Unrelated illumination; Inhomogeneous lossy dielectric body; CAA