第 21 卷 第 5 期
1999 年 9 月

电子科学学刊
JOURNAL OF ELECTRONICS

Vol.21 No.5
Sept. 1999

正交检波器误差校正的一种方法 [1]

李跃华 李兴国

(南京理工大学毫米波光波近感技术研究所 南京 210094)

摘 要 本文根据正交检波器的工作原理和输出信号间的关系，提出了利用矩阵奇异值分解 (SVD) 法求取线性变换，对正交检波器误差进行校正的方法，将其用于频率步进高分辨率毫米波雷达点目标距离像的成像中，仿真结果表明该方法是有效可行的.

关键词 正交 IQ 通道，信号检测，系统误差，误差校正

中图号 TM911.7

1 引 言

由于正交检波器同时利用了信号的幅度信息和相位信息，经过处理后即可获得有用的调制信号，因此在通信和雷达等领域中有着广泛的应用.

图 1 为典型的正交检波器的结构框图. 输入信号 $y_i(t)$ 与本振信号 $z_i(t)$ 混频，经过低通滤波器后得到包含调制信息的同相输出信号 I 和正交输出信号 Q：理想的 I 、 Q 通道的输出分别为：

$$I = A_i \cos\varphi_i, \tag{1}$$

$$Q = A_i \sin\varphi_i, \tag{2}$$

由此求得调制信号：

$$G_i = A_i(\cos\varphi_i + j\sin\varphi_i). \tag{3}$$

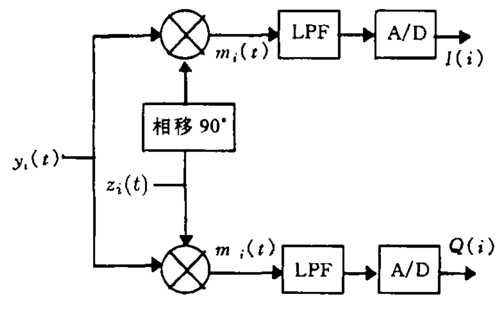

图 1 正交 I 、 Q 通道

实现图 1 所示的正交 I/Q 检波的一个基本条件就是 I 、 Q 两通道在幅度和相位上必须严格保持平衡 [1,2] . 但由于器件制造工艺等方面的原因，在实际系统中配备特性完全一致的器件模块非常困难. 因此，在实际正交解调过程中，将不可避免地存在 I 、 Q 检波通道的不平衡误差. 针对这种实际情况，本文提出利用矩阵奇异值分解对 I 、 Q 检波通道的不平衡误差进行校正的方法，消除这种误差对检波输出信号的影响.

2 矩阵奇异值分解的性质

奇异值分解 (SVD) 法是一种矩阵分解方法. 根据矩阵理论 [3] ：

[1] 1998-01-13 收到， 1998-10-23 定稿

定理 1 对于任意一个 $m\times n$ 维的复数矩阵 $\boldsymbol{A}$，则分别存在一个 $m\times m$ 维和一个 $n\times n$ 维酉矩阵 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$，使得

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{U}\Sigma\boldsymbol{V}^H, \tag{4}$$

其中酉矩阵 $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 满足:

$$\boldsymbol{U}^{-1}=\boldsymbol{U}^H,\quad \boldsymbol{V}^{-1}=\boldsymbol{V}^H; \tag{5}$$

特别对于实的酉矩阵有 $\boldsymbol{U}^{-1}=\boldsymbol{U}^T, \boldsymbol{V}^{-1}=\boldsymbol{V}^T$ 为正交阵;

Σ 为一个 $m\times n$ 维的对角阵,

$$\Sigma=\begin{bmatrix} S & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{S}=\mathrm{diag}(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_h), \tag{7}$$

其中 σ_i, $(i=1,\cdots,h)$ 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的奇异值，且有

$$\sigma_1\ge\sigma_2\ge\cdots\ge\sigma_h\ge 0,\quad 下标 h\le\min(m,n).$$

进一步，当矩阵 $\boldsymbol{A}^H\boldsymbol{A}$ 为一个 $m\times m$ 的非负定的厄米特矩阵时，$\sigma_i^2(i=1,2,\cdots,m)$ 为它的 m 个非负特征值. 当矩阵 $\boldsymbol{A}^H\boldsymbol{A}$ 的秩 $r\le m$ 时，$\sigma_i^2(i=1,2,\cdots,r), r\le m$，为它的 r 个非负特征值. 设 σ_i^2 对应的特征矢量为 $v_i(i=1,2,\cdots,r)$，令

$$\boldsymbol{V}_1=[v_1,v_2,\cdots,v_r];$$
$$\boldsymbol{V}_2=[v_{r+1},v_{r+2},\cdots,v_m];$$

则

$$\boldsymbol{V}=[\boldsymbol{V}_1,\boldsymbol{V}_2]. \tag{8}$$

从特征分解为线性空间分解的意义来看 [4,5]，矩阵 $\boldsymbol{A}^H\boldsymbol{A}$ 的特征矢量 $v_i(i=1,2,\cdots,m)$ 所张成的线性空间，可分解为两个子空间的直和.

3 正交检波器误差的校正原理

设 I/Q 通道的采样点数为 m，构造如下采样数据矩阵:

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix} I_1 & I_2 & \cdots & I_m\\ Q_1 & Q_2 & \cdots & Q_m\end{bmatrix}^T. \tag{9}$$

这样 I、Q 通道误差的影响可以通过 I、Q 采样值的自相关矩阵 $\boldsymbol{R}$ 来加以研究. 根据统计理论,

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix} R_{II} & R_{IQ}\\ R_{QI} & R_{QQ}\end{bmatrix}=\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{H}. \tag{10}$$

根据 (1)、(2) 式，I、Q 通道的采样值 I、Q 应该属于:

$$I,Q\in\Phi=\mathrm{Span}\{1,\sin x,\cos x,\cdots,\sin nx,\cos nx\}, \tag{11}$$

根据周期函数的性质，三角函数族 $\{1, \sin x, \cos x, \cdots, \sin nx, \cos nx\}$ 为离散点集：

$$\{x_i = 2\pi i/m\}_0^{m-1} \tag{12}$$

的正交函数族，且满足如下关系式 [6]：

$$\sum_{j=0}^{m-1} \sin\left(h\frac{2\pi j}{m}\right)\sin\left(k\frac{2\pi j}{m}\right) = \begin{cases} 0, & h \neq k, \\ m/2, & h = k \neq 0, \end{cases} \quad (h, k = 1, 2, \cdots, m);$$

$$\sum_{j=0}^{m-1} \cos\left(h\frac{2\pi j}{m}\right)\sin\left(k\frac{2\pi j}{m}\right) = 0;$$

$$\sum_{j=0}^{m-1} \cos\left(h\frac{2\pi j}{m}\right)\cos\left(k\frac{2\pi j}{m}\right) = \begin{cases} 0, & h \neq k, \\ m/2, & h = k \neq 0, \\ m, & h = k = 0, \end{cases} \quad (h, k = 1, 2, \cdots, m);$$

由此，对于理想的正交 I 、 Q 通道，矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的各个元素应该满足如下关系：

$$R_{IQ} = 0, \quad R_{QI} = 0.$$

进一步根据正交检波器的工作原理，还应有：

$$R_{II} = R_{QQ}.$$

当 I 、 Q 通道特性不一致时， I/Q 通道间存在相位误差和增益误差，正交性被破坏，矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的各个元素表现为

$$R_{IQ} \neq 0, \quad R_{QI} \neq 0, \quad R_{II} \neq R_{QQ}$$

这样，对于 I 、 Q 通道相位误差和增益误差的校正即可看成是寻找一种变换 $\boldsymbol{T}$，对采样数据矩阵 $\boldsymbol{H}$ 进行变换， $\boldsymbol{H}_0 = \boldsymbol{HT}$，从而使 I 、 Q 采样值处理后的自相关矩阵转化为

$$\boldsymbol{R}_0 = \boldsymbol{H}_0^T\boldsymbol{H}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

根据定理 1 ，对采样数据矩阵 $\boldsymbol{H}$ 进行奇异值分解有

$$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{U}\Sigma\boldsymbol{V}^T, \tag{14}$$

于是有

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{H}^T\boldsymbol{H} = (\boldsymbol{U}\Sigma\boldsymbol{V}^T)^T(\boldsymbol{U}\Sigma\boldsymbol{V}^T) = \boldsymbol{V}\Sigma^T(\boldsymbol{U}^T\boldsymbol{U})\Sigma\boldsymbol{V}^T. \tag{15}$$

由 (5) 和 (6) 式可有 $(\boldsymbol{U}^T\boldsymbol{U}) = \boldsymbol{I}$, $\Sigma^T\Sigma = \boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S}$ ，则

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{V}\Sigma^T\Sigma\boldsymbol{V}^T = \boldsymbol{V}\boldsymbol{S}^T\boldsymbol{S}\boldsymbol{V}^T, \tag{16}$$

设存在线性变换 $\boldsymbol{T}$，对采样数据矩阵 $\boldsymbol{H}$ 作变换有

$$\boldsymbol{H}_0 = \boldsymbol{HT}. \tag{17}$$

对 I 、 Q 通道误差校正的最终目的是为了使采样数据矩阵 $\boldsymbol{H}_0$ 的相关矩阵 $\boldsymbol{R}_0=\boldsymbol{I}$ 。于是

$$\boldsymbol{R}_0=\boldsymbol{H}_0^T\boldsymbol{H}_0=(\boldsymbol{HT})^T(\boldsymbol{HT})=\boldsymbol{T}^T\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{HT}, \tag{18}$$

代入 (16) 式，有

$$\boldsymbol{R}_0=\boldsymbol{H}_0^T\boldsymbol{H}_0=\boldsymbol{T}^T\boldsymbol{VS}^T\boldsymbol{SV}^T\boldsymbol{T}=\boldsymbol{I}, \tag{19}$$

即可求出线性变换：

$$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{VS}^{-1}\boldsymbol{V}^T. \tag{20}$$

4 实验结果

在频率步进高分辨率毫米波雷达目标距离像的成像中，由于 I 、Q 通道间的相位误差、增益误差、本振信号泄漏等的影响，产生了镜像信号，造成了一维距离像中出现假目标. 利用上述方法对这种误差校正进行了仿真实验.

根据频率步进毫米波雷达目标距离像的成像方法，点目标的回波波形函数为 [1]

$$H_m=\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1}G_i\exp\left(j\frac{2\pi}{n}mi\right), \tag{21}$$

其回波波形的包络为

$$|H_m|, \tag{22}$$

其中 $G_i=A_i(\cos\varphi_i+j\sin\varphi_i)$ ； A_i 为混频输出信号幅度；

$$\varphi_i=-2\pi(f_0+i\Delta f)\left[\frac{2R}{c}-\frac{2V_t}{c}\left(iT_2+\frac{T_1}{2}+\frac{2R}{c}\right)\right];$$

T_2 为脉冲重复周期； T_1 为脉冲宽度； V_t 为雷达与目标的相对运动速度.

对于理想的正交 I 、Q 通道，设点目标相对于雷达的距离为 $R=2500\text{m}$ ， $f_0=30\text{GHz}$ ， $\Delta f=10\text{MHz}$ ， $T_1=100\text{ns}$ ， $T_2=20\mu\text{s}$ ， $n=128$ ，雷达与目标的相对运动速度 $V_t=20\text{m/s}$ 时，根据 (21) 和 (22) 式可得点目标的距离像如图 2 所示，目标散点相对位于 $n=48$ 处.

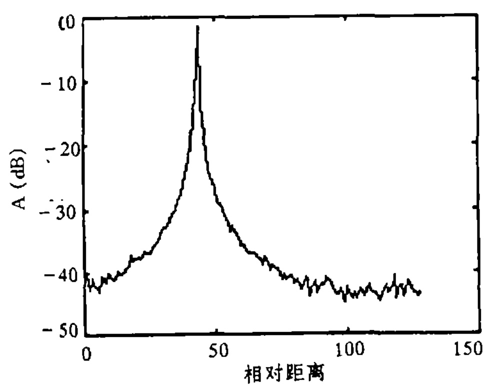

图 2 理想 IQ 检测的距离像

当 I 、 Q 通道间存在相位误差、增益误差，为了便于讨论，不妨设

$$I = A_i \cos\varphi_i, \tag{23}$$

$$Q = (A_i + \Delta A_i)\sin(\varphi_i + \Delta\varphi_i), \tag{24}$$

则

$$G_i = A_i \cos\varphi_i + j(A_i + \Delta A_i)\sin(\varphi_i + \Delta\varphi_i). \tag{25}$$

对上述同样的点目标相对于雷达的距离为 R=2500m ， f_0 =30GHz ， Δf = 10MHz ， T_1=100ns ， $T_2 = 20\mu$s ， $n = 128$ ， $\Delta A_i = 1.5$dB ， $\Delta\varphi_i = 4^0$ ，根据 (21) 和 (22) 式可得点目标的距离像如图 3 所示，可见在目标距离像中出现假目标 (约在 $n = 90$) 。

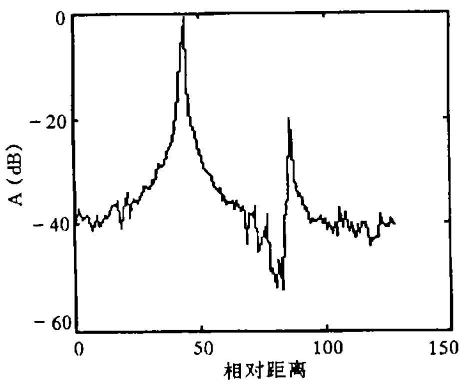

图 3　校正前的距离像

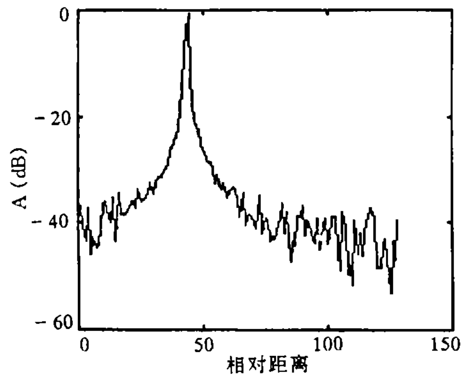

图 4　校正后的距离像

采用 SVD 校正方法，对上述同样的点目标，首先构成采样数据矩阵 $\boldsymbol{H}$ 。计算出自相关矩阵 $\boldsymbol{R}$ ：

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} 64.25 & 16.0422 \\ 16.0422 & 97.4859 \end{bmatrix}.$$

可见由于 I 、 Q 通道的幅相不平衡，使自相关矩阵 $\boldsymbol{R}$ 中因素间的相关性被破坏，根据 (20) 式，我们可以求出线性变换

$$\boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} 0.1267 & -0.0180 \\ -0.0180 & 0.0977 \end{bmatrix}.$$

对采样数据矩阵 $\boldsymbol{H}$ 进行变换，求出 $\boldsymbol{H}_0 = \boldsymbol{HT}$ 。对 $\boldsymbol{H}_0$ 进行同样的处理后，可获得图 4 所示的校正后的距离像，可见消除了镜频信号产生的假像。此时自相关矩阵 $\boldsymbol{R}_0$ 为

$$\boldsymbol{R}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

以上根据正交检波器的工作原理以及输出信号间的关系，提出了利用矩阵的 SVD 解奇异值分解法求取线性变换，对正交检波器幅相误差进行校正的方法，将其用于频率步进高分辨率毫米波雷达目标距离像的成像中，仿真结果表明该方法对于消除正交检波器幅相不平衡误差的影响是有效的、可行的。

参 考 文 献

[1] Weher D R. High Resolution Radar. Boston: Artech House, 1987, 102–170.

[2] Sinsky A I. Error analysis of a quadrature coherent dectetor processor. IEEE Trans. on AES, 1984, AES-(10): 880–895.

[3] 张贤达. 现代信号处理. 北京: 清华大学出版社, 1995 年 1 月, 68–83.

[4] 王宏禹. 现代谱估计. 南京: 东南大学出版社, 1990 年 10 月, 190–210.

[5] Sarkar T K. On SVD for estimating generalized eigenvalues of singlar matrix pencil in noise. IEEE Trans. on SP, 1991, SP-(39): 892–906.

[6] 李庆扬, 等著. 现代数值分析. 北京: 高等教育出版社, 1995 年 10 月, 29–50.

A ERROR CALIBRATION METHOD OF QUADRATURE DETECTOR

Li Yuehua Li Xingguo

(MMW & Light Wave Near Sensing Institute,

Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

Abstract In this paper, an error calibration method of quadrature detector based on SVD technique is presented. The method has been applied to target imaging of high resolution step-frequency MMV radar. The simulation results show good performance of the proposed method.

Key words Quadrature I and Q channel, Signal detection, System error, Error correcting

李跃华: 男, 1959 年生, 副教授, 现在南京理工大学电子工程系攻读博士学位, 主要研究方向为毫米波精确探测、目标识别、雷达信号处理等, 已发表论文十几篇.

李兴国: 男, 1940 年生, 教授, 博士生导师, 现为南京理工大学毫米波光波近感技术研究所所长, 中国电子学会毫米波、亚毫米波专业委员会主任委员. 主要研究方向为毫米波精确探测及目标识别. 曾获国家发明奖和科技大会奖各一项, 国家和部级奖多项, 出版著作三部, 发表论五十余篇.