

用细胞神经网络实现图像恢复的一种新方法¹

赵建业 余道衡

(北京大学电子系 视觉与听觉信息处理实验室 北京 100871)

摘要 本文提出并讨论了用细胞神经网络实现图像最大熵恢复的可能性,并基于对最大熵方法的物理实质分析推出了相应细胞神经网络模板的新设计方法,针对二值图像的恢复问题进行了计算机仿真,结果证明了这一方法是可行的。

关键词 最大熵图像恢复,细胞神经网络,模板设计法

中图分类号 TN-052, TN911.73

1 引言

细胞神经网络 (Cellular Neural Network, 以下记作 CNN)^[1,2] 自从被提出以来已被广泛应用于图像处理的各个领域^[3,4]。由于细胞神经网络具有很强的并行计算能力,而且具有局部连接,便于集成的特性,因而具有广阔的应用前景。但目前 CNN 模板 (cloning template) 的设计多依赖于经验,并没有通用的设计方法。在本文中我们结合图像的统计特性,较为合理地提出了解决退化图像最大熵恢复问题的模板形式。将图像的统计信息应用到 CNN 模板设计中去将会为 CNN 模板的设计提供新的思路。文献 [5] 中提出了 CNN 的局域连接结构直接面向图像的局部,但在文献 [5] 中如何合理地使 CNN 的模板形式与图像局部特性结合起来仍有待解决。文献 [6] 提出了图像的 Gibbs 随机场模型,这个模型已在许多图像处理工作中应用,但未与神经网络方法建立任何联系。本文的工作把 Gibbs 随机场模型与 CNN 结合起来,解决如何选用适当的模板这个 CNN 应用的核心问题。基于图像的 Gibbs 随机场模型,我们知道存在用 CNN 实现对退化图像进行最大后验概率估计的可能性,但是基于最大后验概率估计是无法合理地找出模板的具体形式的。文献 [7,8] 指出了最大熵图像恢复法的物理意义及其与最大后验概率图像恢复法之间的关系,这使我们通过对最大熵恢复的分析提出了一种用于退化图像恢复的细胞神经网络方法。这种方法有效地把图像统计特性应用于 CNN 模板设计,有效地对有噪声的灰度图像进行了恢复处理。

文章第 2 节介绍了图像的 Gibbs 随机场模型。第 3 节讨论了最大熵估计和最大后验概率估计的关系。第 4 节讨论了基于最大熵估计的 CNN 模板应具有的形式。第 5 节给出了计算机模拟结果。第 6 节为结论。

2 图像的 Gibbs 随机场模型

图像的 Gibbs 随机场模型可描述如下:将讨论限定在 $N_1 \times N_2$ 的格点空间上的二维随机场。这个二维随机场可以表示为 $L = \{(i, j) | 1 \leq i \leq N_1, 1 \leq j \leq N_2\}$, 其中 (i, j) 表示一个象素点, $N_1 \times N_2$ 即图像大小,对于标准图像 $N_1 \times N_2 = 512 \times 512$ 。

定义 1 定义在 L 上的 (i, j) 点的邻域系统 η 表示为

$$\eta = \{\eta_{ij} | (i, j) \in L, \eta_{ij} \subseteq L\},$$

¹ 1997-10-14 收到, 1998-03-29 定稿

且满足下两式: (1) $(i, j) \notin \eta_{ij}^d$ 其中 η_{ij}^d 表示 (i, j) 点的 d 阶邻域系统; (2) 如果 $(k, l) \in \eta_{ij}$, 则对于任何 $(i, j) \in L$ 有 $(i, j) \in \eta_{kl}$ 图 1 中给出了 (i, j) 点的 d 阶邻域系统的具体说明。

定义 2 定义在 (L, η) 上的一个团由 C 表示, C 是 L 的一个子集并满足: (1) C 中只有一个象素, 或 (2) 对于 $(i, j) \neq (k, l)$, $(i, j) \in C$ 且 $(k, l) \in C$, 则 $(i, j) \in \eta_{kl}^d$. 图 2 中给出了包含两个点的团的各种情形。

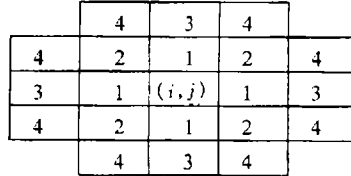


图 1 (i, j) 点的邻域系统图, 数字 $d(1,2)$ 等表明该点处于 (i, j) 点的 d 阶邻域上

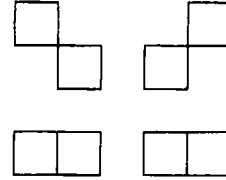


图 2 含两个点的团的示意图

定义 3 η^d 是定义在有限格域 L 上的 d 阶邻域系统, $X = \{X_{ij}\}$ 是 L 上的一个 Gibbs 随机场, $X = \{X_{ij}\}$ 为对应象素点 (i, j) 所属区域类型值, 则 X 要满足:

$$P(X = x) = e^{-U(x)}/Z, \quad (1)$$

$$U(x) = \sum_{c \in C} V_C(x), \quad (2)$$

$$Z = \sum_x e^{-U(x)}. \quad (3)$$

在上述三式中 $P(X = x)$ 为一联合概率分布, $V_C(x)$ 为一能量函数, 即与团 C 相联系的位势, $U(x)$ 为整个图像在 x 出现时的能量, Z 为配分函数, 可见 $U(x)$ 越小, x 出现概率越大。

Gibbs 图像模型将图像分为两层 Y 和 X , $Y = \{Y_{ij}\}$ 对应象素点的灰度值; $X = \{X_{ij}\}$ 为对应象素点 (i, j) 所属区域类型值。象素点的灰度值是所属区域类型值的函数, 表示为 $Y_{ij} = F(X_{ij})$, 上式中 $F(\cdot)$ 为灰度值与区域类型值之间的函数关系。对于被噪声破坏的图像 Y_{ij} 可表示为 (以下仅考虑白高斯噪声 W_{ij})

$$Y_{ij} = F(X_{ij}) + W_{ij}. \quad (4)$$

基于上述模型, 文献 [6] 给出了加性高斯白噪声 W_{ij} 情形下的最大后验概率估计方法。由于是加了噪声后的图像, 所以无法由现在灰度值来判定 (i, j) 属于那一区域, 根据 Bayes 公式可作最大后验概率估计:

$$P(X = x|Y = y) = P(Y = y|X = x)P(X = x)/P(Y = y). \quad (5)$$

由于现在 y 值已知, 所以只要求分子最大即可, 即求分子的最大值。由 (1) 式, (3) 式和 $W_{ij} \sim (0, \sigma^2)$ 的约定:

$$\ln P(Y = y|X = x) = -\frac{N_1 N_2}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \sum_{m=1}^M \sum_{i,j} \frac{(y_{ij} - q_m)^2}{2\sigma^2}, \quad (6)$$

$$\ln P(X = x) = \ln Z - \sum_{c \in C} V_C(x). \quad (7)$$

(6) 式中 q_m 为图像未加噪声时所属区域灰度值, y_{ij} 为加噪声后 (i, j) 点的灰度值, 以下记经过处理后的 (i, j) 点灰度值为 V_{ij} . V_{ij} 是可变的, 这不同于 y_{ij} , y_{ij} 即开始处理时图像初始值. 考虑包含两个像素点的团, 这也是最低阶的有意义的团. 如相邻点的灰度相同, 则其位势应为负, 若相反, 其位势应为正, 所以位势以下式近似:

$$V_C(x) = -W(i, j; k, l)V_{ij}V_{kl}. \quad (8)$$

(8) 式中 $W(i, j; k, l)$ 为 (i, j) 点与 (k, l) 点的联系权重.

(6), (7) 两式相加展开并忽略常数项. 就可得使 $\ln P(Y = y|X = x) + \ln P(X = x)$ 取最大值等同于使下式取最大值:

$$\sum_{i,j} \sum_{k,l} W(i, j; k, l)V_{ij}V_{kl} - \frac{1}{2\sigma^2}(-2 \sum_{i,j} I_{ij}V_{ij} + \sum_{ij} V_{ij}^2), \quad (9)$$

(9) 式中 $I_{ij} = y_{ij}$; (9) 式取最大值等同于下式取最小值:

$$-\sum_{i,j} \sum_{k,l} W(i, j; k, l)V_{ij}V_{kl} - \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i,j} I_{ij}V_{ij} + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{ij} V_{ij}^2, \quad (10)$$

这与 CNN 的能量函数在形式具有某种相似性.

3 最大熵估计与最大后验概率估计之间的关系

在上节中我们已看出了图像的最大后验概率估计与 CNN 的能量函数具有某种相似性. 在本节中我们指出特定的最大熵恢复方法与最大后验概率估计之间的关系, 这有助于我们导出 CNN 的模板形式. 我们的讨论限定在线性图像, 图像退化的模型为

$$g = Hf + n_0, \quad (11)$$

其中 g 为退化图像, f 为原始图像, n_0 为噪声, H 为表示原始图像与退化图像关系的矩阵.

下面讨论在这种退化模型下最大熵估计与最大后验概率估计之间的关系. 对于如下最大熵估计方法:

$$\max(-f^T \ln f), \text{ 约束条件为 } \|g - Hf\|^2 = \|n_0\|^2.$$

由于 $f^T \ln f$ 是有意义的, 所以 f 大于 0. 问题的解由下式给出:

$$f = \exp[-I - 2\lambda H^T(g - Hf)], \quad (12)$$

式中 λ 为拉格朗日乘子, $I(1, 1, 1, \dots, 1)^T$.

对于最大后验概率估计, 假定高斯噪声平均值为 0, 图像先验概率为^[7]:

$$P_f(f) = k \exp(-\beta f^T \ln f). \quad (13)$$

(13) 式中 β 为与图像细节清晰度有关的可变因子, k 为一常数, 则有达到最大后验概率估计时问题的解应满足下式:

$$f = \exp[-I + H^T(g - hf)/(\beta\sigma^2)]. \quad (14)$$

(12) 式和 (14) 式仅有 2λ 和 $1/(\beta\sigma^2)$ 因子不同, 在 $P_f(f) = k \exp(-\beta f^T \ln f)$ 假定下最大熵估计是一种特殊的最大后验概率估计, 即使先验概率和假定有所偏差, 只要不大, 最大熵估计和最大后验概率估计效果也是相似的^[7]。在第 2 节中我们提到我们的先验概率为 $P(X = x) = e^{-u(x)}/Z$, 由于我们处理对象为二值图像, 对灰度的估计即对所属区域的估计。所以 $U(x)$ 越大, $P(X = x)$ 越小, 一定区域内灰度值越接近; 而相邻区域内灰度值越接近, 满足 (13) 式的 $P(f)$ 越小, 所以这两种概率描述是相似的, 即最大熵估计和最大后验概率估计效果也是相似的, 因此我们可借助最大熵法的物理意义找到 CNN 模板。

下面指出最大熵方法的物理意义, 对于如下两式:

$$H_f = \sum_x \sum_y f(x, y) \ln f(x, y), \quad (15)$$

$$E = \sum_x \sum_y f(x, y), \quad (16)$$

H_f 为总的熵值, E 为总的亮度值, 若 E 保持不变, 图像中各象素灰度值越接近, 熵 H_f 增加。说明图像熵越大, 图像越平滑, 因此最大熵法带有平滑的意义。我们可从这一点出发选择 CNN 的模板。

4 用 CNN 实现最大熵估计

CNN 神经网络结构如图 3 所示, $C(i, j)$ 表示第 i 行, 第 j 列的神经元。如同一个细胞自动机, 它只同周围的神经元连接, 而与其它神经元不连接。图 4 为单个神经元 $C(i, j)$ 的等效电路图, 这个等效电路可以用运算放大器来实现。 u_{ij} 表示输入, 用一个独立的电压源 E_{ij} 来表示, 如果 $C(i, j)$ 有外界输入, $E_{ij} \neq 0$ 。 V_{Xij} 表示神经元的状态, 它由电容 C 上的电压决定。本文采用的 CNN 中神经元 $C(i, j)$ 与邻近神经元的关系由线性电压控制电流源决定, 如果邻近神经元 $C(k, l)$ 的输入为 u_{kl} , 输出为 V_{Ykl} ; 压控电流源 I_{xy} 、 I_{xu} 可表示为

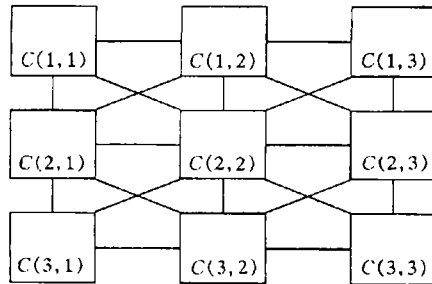


图 3 CNN 神经网络的结构

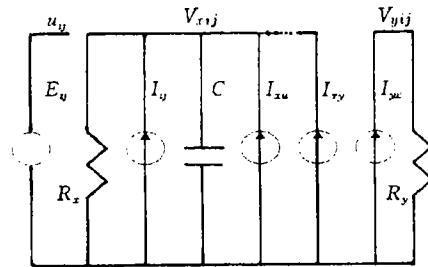


图 4 单个神经元的等效电路

$$I_{xy}(i, j; k, l) = A(i, j; k, l)V_{Ykl}, \quad (17)$$

$$I_{xu}(i, j; k, l) = B(i, j; k, l)u_{kl}, \quad (18)$$

上两式对 $(i, j) = (k, l)$ 的特殊情形同样成立。 $A(i, j; k, l)$ 组成的矩阵为 A 模板, $B(i, j; k, l)$ 组成的矩阵为 B 模板。 R_y 、 R_x 为电路实现时的阻抗。 V_{Yij} 为神经元 $C(i, j)$ 的输出:

$$V_{Yij} = (|V_{Xij} + 1| - |V_{Xij} - 1|)/2. \quad (19)$$

I_{yx} 为非线性压控电流源, $I_{yx} = V_{Yij}/R_y$, I_{ij} 为独立电流源.

CNN 中每个细胞单元满足以下状态方程:

$$C \frac{dV_{Xij}(t)}{dt} = -\frac{1}{R_X} V_{Xij}(t) + \sum_{(k,l) \in N_r(i,j)} A_{ijkl} V_{Ykl}(t) + \sum_{(k,l) \in N_r(i,j)} B_{ijkl} u_{kl}(t) + \frac{1}{\sigma^2} I_{ij}, \quad (20)$$

式中 $V_{Xij}(t)$ 指的是 t 时刻各细胞状态, $V_{Yij}(t) = (|V_{Xij}(t) + 1| - |V_{Xij}(t) - 1|)/2$. CNN 网络有以下特点: 每个细胞电路相同; 每个细胞只与邻近的细胞连接, 连接关系由 A 、 B 两个模板决定. 即除了边界外, 每个细胞与邻近的细胞连接关系是一样的. 这两个特点决定了 CNN 非常适合于电路实现, 因此由 CNN 实现的图像恢复算法也非常适合于硬件实现, 以下我们将讨论其实现方法. 我们已指出实现最大后验概率估计 (在二值图像时即最大熵估计), 应当使 (10) 式达到最小, 即

$$\min \left(-\sum_i \sum_j W(i, j; k, l) V_{ij} V_{kl} - \sum_{i,j} I_{ij} V_{ij} + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i,j} V_{ij}^2 \right).$$

在 CNN 中能量函数为

$$E(t) = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j A(i, j; k, l) V_{Yij} V_{Ykl} - \sum_{i,j} I_{ij} V_{ij} + \frac{1}{2R_x} \sum_{i,j} V_{Yij}^2 - \sum_i \sum_j B(i, j; k, l) V_{Yij} u_{kl}.$$

从以上两式的比较中可以看出, 欲用 CNN 实现图像最大熵恢复, B 模板应当取为 0, 由于能量函数随着时间增加趋于极小, 因此只要合理地选择 A 模板形式即可实现最大熵恢复. 而我们可以从最大熵恢复的物理意义得到 A 模板形式:

$$\begin{bmatrix} \partial & \partial & \partial \\ \partial & \partial_0 & \partial \\ \partial & \partial & \partial \end{bmatrix}.$$

我们采用这个形式主要是因为从物理意义上可以看出最大熵法对图像做了一种平滑, 因此从理论上可判断这种模板形式是合理的. 代入 CNN 状态方程, 令 C 和 R_X 为 1, 得到

$$\frac{dV_{Xij}(t)}{dt} = -V_{Xij}(t) + \sum_{(k,l) \in N_r(i,j)} A_{ijkl} V_{Ykl}(t) + \frac{1}{\sigma^2} I_{ij}. \quad (21)$$

A 模板中取 $\partial = 1.0$, ∂_0 应当尽量接近于 1.0 但同时满足 CNN 的稳定条件. 考虑到 CNN 的稳定条件, 在 A 模板中取 $\partial_0 = 1.05$. 这样即可以得到模板形式如下:

$$A = \begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.05 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix}, \quad B = 0, \quad C = 1, \quad R_X = 1.$$

对归一化图像, 上式中 $I_{ij} = 2Y_{ij}(0)/L - 1$, L 为图像最大灰度值; $Y_{ij}(0)$ 指的是开始输入的未处理图像; 处理标准图像时 $1 \leq i \leq 512, 1 \leq j \leq 512$.

5 计算机模拟

依据上述迭代公式, 我们对 Lenna 标准图像进行了计算机模拟。图 5 为 Lenna 图像原图, 图 6 为加了白高斯噪声的图像, 信噪比为 0dB。图 7 为恢复图像。结果显示这一方法效果较好, 处理后信噪比达到 30.6dB(图 7)。这一算法将文献 [6] 中指数复杂度的运算化为一个高度并行的算法, 由于 CNN 的结构极其适合于电路设计, 这个算法很容易由硬件实现。而适用于图像处理的 CNN 芯片已经出现^[9]。中值滤波算法是另一种比较适合于硬件实现图像实时处理的算法, 而且可以较好地图像细节和消除噪声之间取一折衷。图 8 为用窗口长度为 5 的中值滤波算法处理图 6 得到的结果, 从对比中可看出, 强白高斯噪声情形下本文提出的算法明显优于中值滤波算法。实际上窗口长度为 5 的中值滤波算法硬件实现也不太容易; 窗口长度为 3 的中值滤波实现较容易, 但处理突发噪声尚可, 处理白噪声效果较差。至于均值滤波等方法, 在强噪声情形下恢复图像时无法保留图像细节。维纳滤波虽然适合于处理白噪声, 但难于用硬件实现并行计算, 从而不能像本文提出的算法一样可以对图像实时处理(用硬件实现后)。基于这些考虑, 本文的算法是有其实用价值的。



图 5 Lenna 图像原图



图 6 受到噪声污染图像 (SNR=0dB)



图 7 用 CNN 恢复的图像



图 8 中值滤波恢复的图像

6 结 论

将图像统计模型与 CNN 模板设计结合起来, 从问题物理实质入手可以很好地处理二值图像恢复问题, 用 CNN 实现近最优最大后验概率估计, 使用模拟电路实现近最优最大熵 P 图像恢复成为可能。而图像统计模型的引入也将大大丰富 CNN 模板设计方法。

参 考 文 献

- [1] Chua L O, Yang L. Cellular neural network: Theory. IEEE Trans. on CAS, 1988, CAS-35(10): 1257-1272.

- [2] Chua L O, Yang L. Cellular neural network: Applications. IEEE Trans. on CAS, 1988, CAS-35(10): 1273-1290.
- [3] Venetianer P L, Werblin F, Roska T, Chua L O. Analogic CNN algorithms for some image compression and restoration tasks. IEEE Trans. on CAS, 1995, CAS-42(5): 278-284.
- [4] Sziranyi T, Zerubia J. Markov random field image segmentation using CNN. IEEE Trans. on CAS, 1997, CAS-44(1): 86-89.
- [5] 曾朝辉. CNN 在图像处理中的应用: [硕士论文], 北京: 北京大学电子学系, 1995.
- [6] Derin H, Elliot H. Modeling and segmentation of noisy textured image using GRF. IEEE Trans. on PAMI, 1987, PAMI-9(1): 39-55.
- [7] Trussel H. The relationship between image restoration by the MAP method and a ME method. IEEE Trans. on ASSP, 1980, ASSP-28(1): 114-117.
- [8] 周新伦. 数字图像处理. 北京: 国防工业出版社, 1986, 174-179.
- [9] Proc. IEEE Intl. Conf. Cellular Neural Network and Their Applications, CNNA-94, 1994, 3-8.

A NEW APPROACH FOR IMAGE RESTORATION BASED ON CELLULAR NEURAL NETWORK

Zhao Jianye Yu Daoheng

(Nat. Lab. of Machine Perception and Center of Infor. Sci., Peking University, Beijing 100871)

Abstract A new approach for image restoration based on Cellular Neural Network(CNN) is proposed. The physical meaning of Maximum Entropy (ME) is analyzed and a new template is proposed for ME binary image restoration. The result of computer simulation proves this approach is reasonable.

Key words Image restoration, Cellular neural network, Template design method

赵建业: 男, 1972 年生, 博士生, 从事人工神经网络、信号与信息处理等的研究.

余道衡: 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 从事电路与系统、信号与信息处理、现代通信等领域的教学和科研工作.