第14卷 第4期 电子科学学刊 Vol. 14, No. 4
1992年7月 JOURNAL OF ELECTRONICS July, 1992

非最小相位 FIR 系统辨识的递归封闭型算法的改进

梁应敞 王树勋 戴逸松
(吉林工业大学电子工程系,长春 130022)

摘要 本文根据基于高阶统计量辨识非最小相位 FIR 系统的线性算法之一——递归封闭型算法,提出了一种利用非线性最小二乘解的优化迭代方法提高参数估计精度的改进算法,最后还给出了仿真实例.

关键词 非最小相位 FIR 系统;高阶统计量;参数估计;迭代法

1. 引言

设非最小相位 FIR (Finite Impulse Response) 系统模型为

$$x(n)=\sum_{k=0}^{q} b(k)u(n-k) \tag{1}$$

观测模型为

$$y(n)=x(n)+w(n) \tag{2}$$

其中,动态噪声 $u(n)$ 不可观测,并假定:

(1) $\{u(n)\}$ 为独立的、服从同一非高斯分布的白噪声, 且 $E\langle u(n)\rangle=0$, $E\langle u^2(n)\rangle=\sigma_u^2$, $E\langle u^3(n)\rangle=\gamma\neq 0$, ($\sigma_u^2,\gamma$ 均未知), $E\langle u^6(n)\rangle<\infty$;

(2) $\{w(n)\}$ 为独立的、服从同一高斯分布的白噪声, 且 $E\langle w(n)\rangle=0$, $E\langle w^2(n)\rangle=\sigma_w^2$ (未知), $E\langle w^3(n)\rangle=0$;

(3) $u(n)$ 与 $w(n)$ 相互独立;

(4) 阶次 q 已知, $b(0)=1$.

本文的目的在于,利用输出观测值 $y(n)$ 的高阶累量 (Higher Order Cumulants) 来估计参数 $b(k)$. 目前, 常用的方法有两大类: 线性方法[1-3]和非线性方法[4]. 由于线性方法运算简单,并且能够保证估计值收敛于整体极值,因此其研究引人注目.

本文根据文献[1,2]提出的线性递归封闭型 (Recursive Closed-form) 算法 (简称 RC 算法), 首先分析了影响参数估计精度的三方面因素,然后利用非线性方程组最小二乘解的优化迭代方法,提出了一种提高参数估计精度的改进算法(简称 IRC 算法), 最后给出了模拟实验结果.

1991.04.19 收到, 1991.08.20 定稿.

2. RC 算法及其误差分析

文献[2]指出,(1),(2)式模型参数 $b(k)$ 可由下面两式递归确定.

$$b(q-l)=[f^2(l)+g(l)-f(l)-h(l)]b(q)/[2(f(l)-1)] \tag{3}$$

$$b(l)=[f^2(l)+h(l)-f(l)-g(l)]/[2(f(l)-1)] \tag{4}$$

$l=1,2,\cdots,[(q-1)/2]$，其中

$$b(q)=C_{3y}(q)/C_{3y}(-q) \tag{5}$$

$$f(l)=R_y(q-l)/R_y(q)-\sum_{k=1}^{l-1}b(k)b(k+q-l)/b(q) \tag{6}$$

$$g(l)=C_{3y}(q-l)/C_{3y}(q)-\sum_{k=1}^{l-1}b(k)[b(k+q-l)/b(q)]^2 \tag{7}$$

$$h(l)=C_{3y}(l-q)/C_{3y}(-q)-\sum_{k=1}^{l-1}b^2(k)b(k+q-l)/b(q) \tag{8}$$

如果 q 为偶数,则

$$b(q/2)=f(q/2)b(q)/[1+b(q)] \tag{9}$$

(5)~(8)式中,

$$R_y(\tau)=E\{y(n)y(n+\tau)\} \tag{10}$$

$$C_{3y}(\tau)=E\{y(n)y^2(n+\tau)\} \tag{11}$$

实际上,有

$$b(q-l)/b(q)+b(l)=f(l) \tag{12}$$

$$[b(q-l)/b(q)]^2+b(l)=g(l) \tag{13}$$

$$b(q-l)/b(q)+[b(l)]^2=h(l) \tag{14}$$

求解方程组(12),(13),(14)式可直接推得(3)式和(4)式.

RC 算法具有三方面误差来源:

(1) $R_y(\tau)$, $C_{3y}(\tau)$ 的估计误差　对于给定的N个输出观测值 $y(n)$, $0\leqslant n\leqslant N-1$, $R_y(\tau)$ 和 $C_{3y}(\tau)$ 的估计分别为

$$\hat{R}_y(\tau)=(1/N)\sum_{n=0}^{N-1-\tau}y(n)y(n+\tau),\ \tau=0,1,\cdots,q \tag{15}$$

$$\hat{C}_{3y}(\tau)=(1/N)\sum_{n=\max(0,-\tau)}^{\min(N-1,N-1-\tau)}y(n)y^2(n+\tau),\ \tau=-q,\cdots,q \tag{16}$$

由于观测数据长度N的有限性, $R_y(\tau)$, $C_{3y}(\tau)$ 的估计误差不可避免.

(2) 传播误差　RC 算法的实质是用 $R_y(q-l)$, $C_{3y}(q-l)$, $C_{3y}(l-q)$ 和 $b(l-1)$, $b(l-2),\cdots$, $b(0)$ 以及 $b(q-l+1)$, $b(q-l+2),\cdots$, $b(q)$ 先生成 $f(l)$, $g(l)$ 和 $h(l)$, 然后求解方程组估计 $b(q-l)$ 和 $b(l)$, 即由两头向中间形成递归封闭型估计,因而参数估计误差依次传播下去.

(3) 非线性方程组(12),(13),(14)式求解的方法误差　理想情况下，如果 $R_y(\tau)$, $C_{3y}(\tau)$ 都取真值，则由 $f(l)$, $g(l)$ 和 $h(l)$ 生成的方程组(12),(13),(14)式（三个方程,两个未知数）有唯一公共解，这时 RC 算法估计值就是方程组的最小二乘解. 实际上,由于上述(1),(2)两类误差的存在,使得方程组无公共解,这时需要寻求方程组的最小

二乘解，而 RC 算法估计值不是最小二乘解，因而误差较大。

为了提高参数估计精度，我们从减小第(3)类误差着手，对 RC 算法进行了改进。

3. IRC 算法

在求解方程组(12)，(13)，(14)式时，我们采用非线性最小二乘解的优化迭代方法[7]。为叙述方便，将方程组写成

$$f_1(x_1,x_2)=x_1+x_2-a=0 \tag{15}$$

$$f_2(x_1,x_2)=x_1^2+x_2-b=0 \tag{16}$$

$$f_3(x_1,x_2)=x_1+x_2^2-c=0 \tag{17}$$

其中，$x_1=b(q-l)/b(q)$，$x_2=b(l)$，$a=f(l)$，$b=g(l)$，$c=h(l)$。

利用高斯-牛顿迭代法

$$\boldsymbol{X}_{k+1}=\boldsymbol{X}_k+\boldsymbol{P}_k,\quad (k=0,1,\cdots) \tag{18}$$

$$\boldsymbol{P}_k=-(A_k^TA_k)^{-1}A_k^T f(\boldsymbol{X}_k) \tag{19}$$

其中，$\boldsymbol{X}'=(x_1,x_2)$，$\boldsymbol{P}'_k=(p_1,p_2)$，$\boldsymbol{f}'(\boldsymbol{X})=(f_1(\boldsymbol{X}),f_2(\boldsymbol{X}),\ f_3(\boldsymbol{X}))$

$$A_k^T=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial f_1(\boldsymbol{X})}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2(\boldsymbol{X})}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_3(\boldsymbol{X})}{\partial x_1}\\[2ex] \dfrac{\partial f_1(\boldsymbol{X})}{\partial x_2} & \dfrac{\partial f_2(\boldsymbol{X})}{\partial x_2} & \dfrac{\partial f_3(\boldsymbol{X})}{\partial x_2}\end{bmatrix}$$

这样，以 RC 算法的估计结果当作初始值 $\boldsymbol{X}_0$，经过若干次迭代后，可以得到方程组(12)，(13)，(14)式的近似最小二乘解。

考虑到矩阵 $(A_k^T\ \ A_k)$ 是 (2×2) 维矩阵，因此，每次迭代所需的运算量不大。

4. 模拟实验

本节通过计算机模拟实验比较改进前后两种算法的性能。各例中，$u(n)$ 采用 $\sigma_u^2=1$，$\gamma=2$ 的指数型白噪声，$w(n)$ 采用高斯白噪声，信噪比 $\mathrm{SNR}=10\log\{E[x^2(n)]/\sigma_w^2\}$。为了减小试验的依赖性，各例均作多次蒙特卡罗 (Monte Carlo) 运算，IRC 算法迭代次数取 2。

例 1 设系统模型为

$$x(n)=u(n)+0.654u(n-1)-0.76u(n-2)+1.2u(n-3)$$

数据长度 $N=2048$，作 4 次 Monte Carlo 运算。表 1 列出了在不同信噪比 (SNR=∞，10) 情况下利用两种算法的估计均值和估计方差。

表 1 ($N=2048$，4 次 Monte Carlo 运算)

估计值 / 真值	RC 算法		IRC 算法	
	SNR = ∞	SNR = 10	SNR = ∞	SNR = 10
0.654	0.6123±0.0119	0.5954±0.0074	0.6485±0.0083	0.6472±0.0052
−0.76	−0.7033±0.0180	−0.6810±0.0191	−0.7328±0.0163	−0.7238±0.0109
1.2	1.1866±0.0095	1.1590±0.0117	1.1866±0.0095	1.1590±0.0117

例 2 设系统模型为

$$x(n)=u(n)+0.897u(n-1)-1.345u(n-2)+0.789u(n-3)\\-0.65u(n-4)+0.98u(n-5)$$

数据长度 $N=2048$，作 10 次 Monte Carlo 运算．表 2 列出了在不同信噪比（SNR＝∞，10）情况下利用两种算法的估计均值和估计方差．

表 2 （$N=2048$，10 次 Monte Carlo 运算）

真值 \ 估计值	RC 算法		IRC 算法	
	SNR = ∞	SNR = 10	SNR = ∞	SNR = 10
0.897	1.0344±0.1217	1.0139±0.1574	1.0598±0.0397	1.0687±0.0068
−1.345	−2.0687±1.9558	−2.8644±15.9874	−1.5189±0.0464	−1.6032±0.1768
0.789	1.7139±3.9282	2.3757±19.4827	0.7781±0.0771	0.8280±0.2058
−0.65	−0.7116±0.1065	−0.6553±0.1353	−0.6590±0.0076	−0.6575±0.0363
0.98	0.9897±0.0306	1.0162±0.0983	0.9897±0.0306	1.0162±0.0983

从表 1，表 2 可以看出，RC 算法估计结果与真值的偏差和估计方差均较大，而 IRC 算法的估计结果明显优越于 RC 算法的估计结果．

5. 结论

本文利用非线性最小二乘解的优化迭代方法对 RC 算法进行了改进．改进后的算法通过逐级使 $b(q-l)$，$b(l)$ 的估计达到近似最小二乘解，以减小传播误差的影响，提高了参数估计的精度．

参　考　文　献

[1] G. B. Giannakis, J. M. Mendel, *IEEE Trans. on ASSP*, ASSP-37(1989)5, 360—377.

[2] A. Swami, J. M. Mendel, *IEEE Trans. on ASSP*, ASSP-37(1989)11, 1794—1795.

[3] J. K. Tugnait, *IEEE Trans. on ASSP*, ASSP-38(1990)7, 1307—1317.

[4] J. K. Tugnait, *IEEE Trans. on IT*, IT-33(1987)5, 393—407.

[5] C. L. Nikias, M. R. Raghuveer, *IEEE Proc.*, 75(1987)7, 869—891.

[6] G. B. Giannakis, *IEEE Proc.*, 75(1987)9, 1333—1334.

[7] 王德人，非线性方程组解法与最优化方法，人民教育出版社，北京，1980年，第244页.

AN IMPROVEMENT OF THE RECURSIVE CLOSED-FORM ALGORITHM FOR NON-MINIMUM PHASE FIR SYSTEM IDENTIFICATION

Liang Yingchang　Wang Shuxun　Dai Yisong

(Jilin University of Technology, Changchun 130022)

Abstract　An improved algorithm which is based on the recursive closed-form algorithm for non-minimum phase FIR system identification via higher order statistics is presented. In order to increase the parameter estimation accuracy, the improved algorithm uses the optimal iterative method for nonlinear least-square solution. Finally the simulation examples are also given.

Key words　Non-minimum phase FIR sytem; Higher order statistics; Parameter estimation; Iterative method