第 27 卷第 9 期　　电子与信息学报　　Vol.27No.9
2005 年 9 月　　Journal of Electronics & Information Technology　　Sept. 2005

基于多速率运动模型的多帧概率数据关联算法

田宏伟　敬忠良　胡士强　李建勋
(上海交通大学航空航天信息与控制研究所　上海　200030)

摘　要：该文指出 Hong (2001)在多速率运动模型中关于过程噪声的一处错误，提高了多速率运动模型状态估计效果，并在此基础上建立了多帧概率数据关联算法。在确定多帧量测数据有效回波时，提出双重门限方法，有效减少了多帧概率数据关联算法的计算量。最后针对各种杂波密度情况对多帧量测数据概率数据关联算法的性能进行了分析。

关键词：多帧概率数据关联，目标跟踪，多速率运动模型，小波变换
中图分类号：TP274　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2005)09-1412-04

A Multi-scan Probabilistic Data Association Algorithm Based on Multi-rate Kinematic Model

Tian Hong-wei　Jing Zhong-liang　Hu Shi-qiang　Li Jian-xun
(*Institute of Aerospace Information and Control, Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200030, *China*)

Abstract　In this paper, a mistake made by Hong (2001) is pointed out and corrected, and the estimation performance of the multi-rate kinematic model is improved. And then, a multi-scan probabilistic data association algorithm is presented. With the introduction of double gates, the calculation amount of the presented algorithm is decreased efficiently. Finally, the performance of multi-scan probabilistic data association is studied under different clutter density.

Key words　Multi-scan probabilistic data association, Target tracking, Multi-rate model, Wavelet transform

1　引言

数据关联作为跟踪领域一个重要问题，近年来获得广泛研究，出现多种算法[1-5]，可归结为 3 类：最近邻数据关联算法，Reid[2]提出的多假设滤波(MHT)方法和 Bar-shalom[3]提出的概率数据关联方法。概率数据关联方法一般用来处理单帧量测数据，虽然 Roecker[5]提出了多帧联合概率数据关联算法，把概率数据关联算法推广到多帧情况，但该算法由于依然采用全速率运动模型，没有充分利用序列量测数据间的相关信息,计算量和滤波效果都没有达到令人满意的程度。

本文对 Hong[6-8]提出的多速率运动模型进行了深入的研究，指出 Hong 在多速率运动模型中关于过程噪声的一个错误，给出正确结论，并在此基础之上建立了多帧概率数据关联算法。在回波的选择上提出双重门限思想，大大减少了多帧数据关联的计算量，文中还针对不同回波密度情况对多帧概率数据关联算法性能进行分析，得出相应结论。

2004-04-20 收到，2004-12-06 改回
国家自然科学基金(60375008)，国家教育部科学技术研究重点项目(01072)，航天科技创新基金项目,上海市科技发展基金重点项目(015115038)，高校博士点基金(20020248)，航空科学基金(02D57003)和航天支撑技术基金(2003-1.3 02)联合资助课题

2　数学模型

小波变换作为重要的数学工具在信号处理领域获得了广泛应用，但是小波变换在运用时要使用批量数据，因此限制了它在实时性要求很高的跟踪领域的应用。Hong[6-8]把小波变换方法首先引入到跟踪领域，开发了多速率常速模型和常加速模型，并在此基础之上提出了多速率(multirate)跟踪方法。本节在对多速率运动模型简单介绍基础之上，详细分析了多速率运动模型的过程噪声，指出 Hong 在处理多速率运动模型过程噪声的一处错误，并给出正确结论。

2.1　1/3 速率(one-third-rate)常速模型[8]

状态方程：

$$\boldsymbol{X}^p(k+3)=\boldsymbol{F}^p(k)\boldsymbol{X}^p(k)+\boldsymbol{\Gamma}^p(k)v^p(k) \tag{1}$$

其中状态方程的状态变量、状态转移阵和过程噪声增益阵分别为

$$\boldsymbol{X}^p(k)=\begin{bmatrix} x_{k_L} \\ x_{k_H} \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{F}^p(k)=\begin{bmatrix} I & 6I \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Gamma}^p(k)=\begin{bmatrix} 5\sqrt{2}I & 3\sqrt{2}I & \sqrt{2}I \\ \sqrt{2}I & \sqrt{2}I & \sqrt{2}I \end{bmatrix}$$

过程噪声符合高斯分布，即

$$v^p(k) \sim N\left(0, \operatorname{diag}\left\{q_{k+1_{H^2}}, q_{K+2_{H^2}}, q_{K+3_{H^2}}\right\}\right)$$

量测方程为

$$Z^p(k) = H^p(k)X^p(k) + w^p(k) \tag{2}$$

其中模式空间量测和量测矩阵为

$$Z^p(k) = \begin{bmatrix} z^p_{k_L} \\ z^p_{k_H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}z_{k-2} + z_{k-1} + \frac{1}{2}z_k \\ -\frac{1}{2}z_{k-2} + \frac{1}{2}z_k \end{bmatrix} \quad 和 \quad H^p(k) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

z_i 表示量测空间内第 i 个时刻的量测；量测噪声符合高斯分布，即 $w^p(k) \sim N\left(0, R^p_k\right)$，其中

$$R^p_k = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}R_{k-2} + R_{k-1} + \frac{1}{4}R_k & -R_{k-2} + \frac{1}{4}R_k \\ -\frac{1}{4}R_{k-2} + \frac{1}{4}R_k & \frac{1}{4}R_{k-2} + \frac{1}{4}R_k \end{bmatrix}$$

R_i $(i = k-2, k-1, k)$ 为第 i 个时刻量测空间内量测误差的协方差矩阵。上标 p 表示该变量属于多速率运动模型。

2.2 1/3 速率(one-third-rate)常速模型过程噪声推导

为方便 1/3 速率常速模型过程噪声与全速率常速模型过程噪声的比较，下面给出全速率常速模型的描述:

状态方程为

$$X^m(k+1) = F^m(k)X^m(k) + \Gamma^m(k)v^m(k) \tag{3}$$

其中状态方程的状态变量，状态转移阵和过程噪声增益阵为

$$X^m(k) = \begin{bmatrix} x_k \\ \dot{x}_k \end{bmatrix},\ F^m(k) = \begin{bmatrix} I & T \\ 0 & I \end{bmatrix},\ \Gamma^m(k) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 \\ T \end{bmatrix}$$

其中 T 为采样周期，$v^m(k)$ 为过程噪声且满足 $E[v^m(k)] = 0$ 和 $E[v^m(t)v^{m\mathrm{T}}(\tau)] = q\delta(t-\tau)$，则相应的 1/3 速率常速模型的过程噪声可由以下推导获得:

由文献[8]，1/3 速率常速模型的过程噪声为

$$\begin{aligned} x_{k+1_{H^2}} &= -\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{1}{2}x_{k-2} + \frac{1}{2}x_k\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{1}{2}x_{k-1} + \frac{1}{2}x_{k+1}\right) \\ &= -\frac{\sqrt{2}T}{4}(\dot{x}_k + \dot{x}_{k-1}) + \frac{\sqrt{2}T}{4}(\dot{x}_{k+1} + \dot{x}_k) \\ &= \frac{\sqrt{2}T^2}{4}(\ddot{x}_{k+1} + \ddot{x}_k) \\ &= \frac{\sqrt{2}T^2}{4}\left(v^m(k+1) + v^m(k)\right) \end{aligned}$$

因为 $v^m(k+1)$ 和 $v^m(k)$ 为不相关的高斯分布的随机变量，则 1/3 速率常速模型的过程噪声和全速率常速模型过程噪声方差的关系为：$q_{k+1_{H^2}} = (T^4/4)q$。$q_{k+2_{H^2}}$ 和 $q_{k+3_{H^2}}$ 具有与上式同样的结果。其他的多速率运动模型的过程噪声可以用类似的方法获得。

Hong 在文献[7, 8]仿真分析中简单地认为多速率运动模型与全速率运动模型具有相同的过程噪声，恶化了跟踪效果。通过上述讨论获得了多速率运动模型的过程噪声，该过程噪声正确反映了实际情况，对跟踪效果的提高有重要的作用。

3 多帧概率数据关联算法描述

概率数据关联算法在时域空间进行数据关联，而多帧概率数据关联算法则把数据关联从时域推广到频域，即将量测空间内的量测序列压缩映射到模式空间，然后在模式空间进行数据关联。通过序列量测数据的压缩映射，获得的高频(速度)信息，增加了数据关联的信息量，对关联效果的提高有重要作用。但是使用多帧概率数据关联算法进行数据关联要面临有效回波的选取这一重要问题。本文提出的多帧数据关联算法中使用双重门限的方法进行回波选择，有效减少了多余回波的数量。下面给出详细的多帧概率数据关联算法。

3.1 使用双重门限确定有效回波

已知在 $k-1$ 时刻获得模式空间的滤波结果 $\hat{X}^p(k-1|k-1)$ 和 $P^p(k-1|k-1)$，则量测空间内相应的滤波结果 $\hat{X}^m(k-1|k-1)$ 和 $P^m(k-1|k-1)$ 可由小波逆变换获得，获得测量空间滤波结果后计算 k，$k+1$ 和 $k+2$ 时刻状态预测 $\hat{X}^m(k|k-1)$，$\hat{X}^m(k+1|k-1)$ 和 $\hat{X}^m(k+2|k-1)$。假设 k 时刻真实量测的分布服从正态分布，即 $Z(k) \sim N[\hat{Z}(k|k-1), S^m(k)]$。

k，$k+1$ 和 $k+2$ 时刻量测空间内的有效回波可通过下述方法获得:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{k+i}(\gamma) &\triangleq \left\{Z(k+i) : [Z(k+i) - \hat{Z}(k+i|k-1)]^{\mathrm{T}} \right. \\ &\qquad \left. \cdot S^{m-1}(k+i)[Z(k+i) - \hat{Z}(k+i|k-1)] \le \gamma^m\right\} \\ &= \left\{Z(k+i) : v(k+i)^{\mathrm{T}} S^{m-1}(k+i) v(k+i) \le \gamma^m\right\}, \\ &\quad i = 0,1,2 \end{aligned} \tag{4}$$

其中 $S^m(k+i)$, $(i = 0,1,2)$ 为新息协方差阵。假设在 k，$k+1$ 和 $k+2$ 时刻落入门限回波数量分别为 m_k，m_{k+1} 和 m_{k+2}，则压缩映射到模式空间的量测的数量为 $m^p_{k+2} = m_k \times m_{k+1} \times m_{k+2}$。对于模式空间内的 m^p_{k+2} 个回波可以采用类似于单帧量测数据下的门限方法进行回波选择。由于模式空间量测数据维数发生变化，因此量测新息的分布发生变化，下述定理描述了这一变化。

定理　当量测空间内真实量测(位置)的分布服从正态分布，即 $Z(k+i) \sim N[\hat{Z}(k+i|k), S(k)]$，其中 $i = 1,2,3$ 时，模式空间内量测新息 $V^p(k+3)$ 服从正态分布，$V^{p\mathrm{T}}(k+3)$ $S^p(k+3)V^p(k+3)$ 服从自由度为 $2\times d$ 的 χ^2 分布，$S^p(k+3)$ 为模式空间量测预测协方差阵，d 为量测空间量测数据的维数。

证明　模式空间内量测新息为

$$V^p(k+3)=\begin{bmatrix}v_{k_L}^p\\ v_{k_H}^p\end{bmatrix}=Z^p(k+3)-\hat{Z}^p(k+3|k)$$
$$=\begin{bmatrix}z_{K_L}(k+3)\\ z_{k_H}(k+3)\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\hat{z}_{K_L}(k+3|k)\\ \hat{z}_{k_H}(k+3|k)\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}A+B+\frac{1}{2}C\\ -\frac{1}{2}A+\frac{1}{2}C\end{bmatrix}$$

式中 $A=[z(k+1)-\hat{z}(k+1|k)]$, $B=[z(k+2)-\hat{z}(k+2|k)]$, $C=[z(k+3)-\hat{z}(k+3|k)]$。

因为 $Z(k+i)\sim N[\hat{Z}(k+i|k),S(k+i)]$, 其中 $i=1,2,3$, 则

$$v_{k_L}^p\sim N\left[0,\frac{1}{4}S^m(k+1)+S^m(k+2)+\frac{1}{4}S^m(k+3)\right]$$
$$v_{k_H}^p\sim N\left[0,\frac{1}{4}S^m(k+1)+\frac{1}{4}S^m(k+3)\right]$$

所以当量测空间量测数据的维数为 d 时, $V^{p\mathrm{T}}(k+3)S^p(k+3)V^p(k+3)$ 服从自由度为 $2\times d$ 的 χ^2 分布。 证毕

模式空间内的有效回波可以用下述方法获得:

$$\tilde{V}_k^p(\gamma)\triangleq\left\{Z^p(k):[Z^p(k)-\hat{Z}^p(k|k-1)]'S^{p-1}(k)\cdot[Z^p(k)-\hat{Z}^p(k|k-1)]\le\gamma^p\right\}=\left\{Z^p(k):V^{p\mathrm{T}}(k)S^{p-1}(k)V^p(k)\le\gamma^p\right\}\tag{5}$$

3.2 模式空间概率数据关联

(a) 状态预测 模式空间状态预测

$$\hat{X}^p(k+2|k-1)=F^p(k)\hat{X}(k-1|k-1)\tag{6}$$

(b) 状态和协方差更新 $k+2$ 时刻的状态估计为

$$\hat{X}^p(k+2|k+2)=\hat{X}^p(k+2|k-1)+W^p(k+2)V^p(k+2)\tag{7}$$

滤波增益为

$$W^p(k+2)=P^p(k+2|k-1)H^p(k+2)'S^p(k+2)^{-1}\tag{8}$$

组合新息为

$$V^p(k+2)=\sum_{i=1}^{m_{k+2}^p}\beta_i^p(k+2)V_i^p(k+2)$$

其中

$$V_i^p(k+2)=Z_i^p(k+2)-\hat{Z}^p(k+2|k-1)$$

$$\beta_i^p(k+2)=\begin{cases}\dfrac{e_i^p}{b+\sum_{j=1}^{m_{k+2}^p}e_j^p}, & i=1,\cdots,m_{k+2}^p\\[2ex] \dfrac{b}{b+\sum_{j=1}^{m_{k+2}^p}e_j^p}, & i=0\end{cases}$$

式中 $$e_i^p\triangleq e^{-\frac{1}{2}V_i^p(k+2)S^p(k+2)^{-1}V_i^p(k+2)}$$

$$S^p(k+2)=H^p(k+2)P^p(k+2|k-1)H^p(k+2)'+R^p(k+2)$$

$$b\triangleq\lambda\left|2\pi S^p(k+2)\right|^{\frac{1}{2}}\frac{1-P_D^pP_G^p}{P_D^p}$$

P_D^p 和 P_G^p 为模式空间内的量测的检测概率和正确回波落入门限内的概率。

相应于状态估计的协方差阵为

$$P^p(k+2|k+2)=\beta_0^p(k+2)P^p(k+2|k-1)+[1-\beta_0^p(k+2)]\cdot P^{p^c}(k+2|k+2)+\tilde{P}^p(k+2|k+2)\tag{9}$$

其中

$$P^{p^c}=P^p(k+2|k-1)-W^p(k+2)S^p(k+2)W^p(k+2)'$$

$$\tilde{P}^p(k+2)=W^p(k+2)\cdot\left[\sum_{i=1}^{m_{k+2}^p}\beta_i^p(k+2)V_i^p(k+2)\cdot V_i^p(k+2)'-V^p(k+2)V^p(k+2)'\right]W^p(k+2)'$$

上述即为多帧概率数据关联算法。

4 仿真分析

为验证本文对 Hong 提出的多速率运动模型过程噪声修改的正确性，进行如下仿真实验。假设目标在二维平面内做匀速直线运动，速度为 260m/s，量测噪声标准差为 100m,过程噪声标准差为 1m/s^2，运动时间为 90s，采样周期为 1s。分别选择全速率常速模型(CV)，1/3 速率常速模型(CH)，改正过程噪声的 1/3 速率常速模型(CH-M)进行 Kalman 滤波。经 200 次 Monte-Carlo 仿真实验，滤波稳定后各坐标方向上的位置、速度均方根误差如表 1 所示。

表 1 均方根误差比较表

	X 轴位置均方根误差(m)	Y 轴位置均方根误差(m)	X 轴速度均方根误差(m/s)	Y 轴速度均方根误差(m/s)
CV	32.76	32.89	2.01	2.07
CH	36.85	36.72	2.67	2.64
CH-M	30.52	30.45	1.54	1.51

从表 1 可以看出经过过程噪声的修改，1/3 速率常速模型的滤波性能有了较大的提高；与全速率常速模型相比，修改过程噪声后，1/3 速率常速模型在位置、速度方面也表现出较好的效果。滤波效果改善提高了状态预测的精度，对候选回波选择和关联效果的提高有重要作用。

为验证本文提出的多帧量测数据概率数据关联算法的有效性，进行如下仿真实验：

假设目标在二维平面内做速度为 300m/s 的匀速直线运动，运动的过程噪声标准差为 1m/s^2，量测噪声的标准差为 200m，运动的时间为 180s，采样周期为 1s，目标的检测概率 $P_D=1$。在本仿真实验中，跟踪丢失按照文献[1]定义为量测空间内连续 5 帧门限内没有正确量测。

在仿真分析中，杂波的密度分别为 0，$2\times10^{-7}\mathrm{m}^2$，$5\times10^{-7}\mathrm{m}^2$，$8\times10^{-7}\mathrm{m}^2$，$1.2\times10^{-6}\mathrm{m}^2$ 和 $2\times10^{-6}\mathrm{m}^2$。经过 100

次 Monte-Carlo 实验，获得了各种杂波密度环境下的位置、速度均方根误差以及跟踪丢失概率，结果如表 2 所示。

表 2　单帧概率数据关联算法与多帧概率数据关联算法均方根误差比较表

杂波密度 ($\lambda \times 10^{-7} m^2$)	0	2	5	8	12	20
平均杂波数 (单帧)	0	0.21	0.56	0.95	1.48	2.83
X 轴位置均方根误差 (单帧)	53.86	55.41	59.44	61.00	64.36	71.04
X 轴位置均方根误差 (多帧)	49.03	51.77	59.17	74.98	98.97	116.58
X 轴速度均方根误差 (单帧)	2.15	2.15	2.27	2.30	2.29	2.34
X 轴速度均方根误差 (多帧)	1.29	1.30	1.34	1.47	1.51	1.57
跟踪丢失率 (单帧)	0%	0%	0%	0%	0%	0%
跟踪丢失率 (多帧)	0%	0%	0%	0%	1%	1%

由表 2 可以看出：

(1) 在无杂波环境下由于过程噪声的正确选择，基于多速率模型的多帧状态估计在位置和速度的状态估计较单帧状态估计有较好的估计精度。在低密度杂波环境下($2\times10^{-7}\text{m}^2$)多帧概率数据关联算法较单帧概率数据关联算法也有较好的估计精度，随着杂波密度的增大，多帧概率数据关联算法估计精度下降，并随杂波密度的增大有较快下降。

(2) 跟踪丢失概率两种算法没有明显差别。

多帧概率数据关联算法在低密度杂波环境下表现出较好的估计性能，这有两方面的原因：(a)基于多速率运动模型的状态估计有效利用了序列量测数据间的相关信息提高了估计精度。(b)模式空间内的量测包括低频(位置)信息和高频(速度)信息，因此在确认模式空间内的有效量测时可以通过建立低频(位置)门限和高频(速度)门限来完成，有效减少有效回波的数量，从而提高多帧概率数据关联算法的精度。

多帧概率数据关联算法在高密度杂波环境下的估计性能较差，而且由表 2 看出随着杂波密度的增大估计性能下降较快。多帧概率数据关联算法在高密度杂波环境下估计性能变差是因为经量测空间门限确定的有效回波映射到模式空间内回波的数量是 3 帧有效回波的乘积，即 k+2 时刻模式空间内候选回波的数量为 $m_{k+2}^{p} = m_k \times m_{k+1} \times m_{k+2}$，虽然高频(速度)门限可以“剔除”掉模式空间内近一半的候选回波，但是模式空间内的有效回波数量依然会随着杂波密度成 $k \times m_k \times m_{k+1} \times m_{k+2}$，$0 < k \le 1$ 形式增长，(其中 k 为经高频(速度)门限和低频(位置)门限确认后剩余有效回波占候选回波的比例)。随着有效回波数量的“激增”，恶化了模式空间内概率数据关联算法的精度，从而导致滤波精度下降。

5　结束语

本文详细研究了 Hong 提出的多速率运动模型，指出了 Hong 在处理多速率运动模型过程噪声中的一个失误。然后，本文在多速率运动模型基础之上提出了多帧概率数据关联算法，给出了算法的详细描述。对于多帧概率数据关联算法中有效回波的确定，作者提出双重门限的方法，有效减少模式空间有效回波的数量，从而提高估计精度。文章针对不同杂波环境对多帧概率数据关联算法进行仿真分析，指出多帧概率数据关联算法在低密度杂波环境下有较好的估计精度，但随着杂波密度的增加估计性能下降较快，并分析了其中的原因。本文提出的多帧概率数据关联算法对在杂波环境下解决序列量测数据的关联问题提供了一种新的方法。

参 考 文 献

[1] Bar-Shalom Y, Fortmann T E. Tracking and data association. New York: Academic Press, 1988: 157 − 191, 217 − 265.

[2] Reid D B. An algorithm for tracking multiple targets. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1979, 24 (6): 843 − 854.

[3] Bar-Shalom Y, Tse E. Tracking in a cluttered environment with probabilistic data association. Automatica, 1975, 11: 451 − 460.

[4] Kirubarajan T and Bar-Shalom Y. Probabilistic data association techniques for target tracking in clutter. *Proc. IEEE*, 2004, 92(3): 536 − 557.

[5] Roecker J A. Multiple scan joint probabilistic data association. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1995, 31: 1204 − 1210.

[6] Hong L. Multiresolutional distributed filtering. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1994, 39 (4): 853 − 856.

[7] Hong L, Cui N Z. An interacting multipattern probabilistic data association (IMP-PDA) algorithm for target tracking. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2001, 46(8): 1223 − 1236.

[8] Hong L, Cui N Z, Cong S, *et al.*. An interacting multipattern data association(IMPDA) tracking algorithm. *Signal Processing*, 1998, 71: 55 − 77.

田宏伟：　男，1973 年生，博士生，研究方向为信号处理、智能信息融合与控制、小波变换.

敬忠良：　男，1960 年生，国家教育部“长江学者奖励计划”特聘教授，博士生导师，研究领域为随机控制、目标跟踪、智能信息融合、图像融合.