

二维 QAM 旋转不变 TCM 设计方法的研究

胡建明

(上海彭浦电子技术研究所,上海 200072)

宋国文

(成都电信技术研究所,成都 610036)

摘要 本文在 L. F. Wei(1984)的工作基础上,定义了格状码格状图的一般结构,讨论了二维 QAM 星座的旋转不变格状码的性质,给出了其全部不等价信号安排,从而可以方便地设计旋转不变格状码。

关键词 编码;调制;格状码

1. 引言

自 Ungerboeck^[1]发表格状编码调制 (Trellis-Coded Modulation, 简称 TCM) 的论文以来,TCM 的研究引起了人们广泛的重视,在理论研究和实际应用两方面都取得了丰硕成果。在实际应用方面,以 L. F. Wei^[2,3]的工作最为突出,他提出的同时克服 90° , 180° 及 270° 三种相位模糊的二维 QAM 星座的 TCM (简称 90° 旋转不变格状码,而对只克服 180° 相位模糊的 TCM,则简称为 180° 旋转不变格状码)已被 CCITT 作为标准建议(建议 V.32 及 V.33),相应的调制解调器已进入实用。文献[2,3]中分别指出了 180° , 90° 旋转不变格状码的设计方法。设计包括差分编码和卷积编码两个主要部分,其中差分编码部分设计比较容易,而卷积编码部分设计则很困难,其难点在于如何找出满足旋转不变性且平方欧氏距离 d_i^2 最大的信号安排。文献[2,3]中举出了满足这些条件的信号安排例子,但并未说明找出满足这些条件的信号安排的方法,同时,文中验证 d_i^2 是否最大也比较复杂,因此,设计 180° 或 90° 旋转不变格状码仍然是一个困难问题。本文在研究格状码格状图及其信号安排的性质基础上,建立了所有满足 90° 旋转不变的不等价信号安排模型,并指出了 d_i^2 最大的条件。从这些模型出发设计 90° 旋转不变格状码十分简便灵活。由于 90° 旋转不变格状码包含了 180° 旋转不变格状码的条件,本文方法容易应用到 180° 旋转不变格状码的设计,因此本文只讨论 90° 旋转不变格状码的设计。

2. 格状图及其信号安排

对于 32 点, 64 点, 128 点和 256 点 QAM 星座的 TCM, 一般采用 8 状态 $2/3$ 码率的卷积码, 其一般结构我们可用图 1 所示的格状图描述。图中卷积码的 8 个状态用 $S_0 \sim$

1991.08.12 收到,1992.03.17 定稿。

胡建明 男,1964 年出生,博士研究生,现从事专业为通信与电子系统。

宋国文 男,1942 年生,高级工程师,从事数字通信、信息站等研究工作。

S_7 表示,每个状态对应的 4 个输出从左到右标在格状图左边(对应从上到下的支路)。输出用 $A_{ij}, B_{ij}(i, j = 1 \sim 4)$ 表示,对应 QAM 星座按集分割方法^[1]划分成的 8 个信号子集。图 1 中 A_{ij}, B_{ij} 的一个排列即为一个信号安排。对 90° 旋转不变格状码,信号安排除满足文献[1]中提出的信号安排准则(文献[4]称之为 U 条件)外,还应满足下面两个条件:

L_1 : 设任一信号子集 V 顺时针旋转 $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$, 分别得到信号子集 V_1, V_2, V_3 , 存在一一映射 f_1, f_2, f_3 (分别对应 $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 相位模糊),若 $S_i \xrightarrow{V} S_j$ (表示从状态 S_i 转移到状态 S_j 输出为 V), 则 $f_l(S_i) \xrightarrow{V_l} f_l(S_j), l = 1, 2, 3$ (为统一起见,下文中 V_l 也记作 $f_l(V)$);

L_2 : 平方欧氏距离 d_i^2 达到最大。

注意到满足 U 条件和条件 L_1, L_2 的信号安排只与 A_{ij}, B_{ij} 与集分割所得 8 个信号子集的对应关系有关,而与状态 $S_0 \sim S_7$, 输入及输出信号代表的二进制代码无关。因此在设计时,我们只需找出满足 U 条件及条件 L_1, L_2 的全部不等价信号安排,然后根据需要选取各个变量对应的二进制代码求出具体的卷积码^[4]。

下面我们首先讨论格状图的等价关系。若两格状图能产生相同的输出信号序列集,则称它们是等价的。显然,若不改变格状图状态之间相对输入输出关系而只改变状态的排列位置,则所得格状图与原来格状图等价。例如,文献[2,3]中采用的格状图结构与图 1 所示不同,通过改变状态排列位置(S_1 与 S_2, S_3 与 S_6 位置互换)可以变为图 1 所示结构,其它结构的格状图均可等价地变为图 1 所示形式,因此本文均采用图 1 所示结构的格状图。

其次我们来讨论满足 U 条件及条件 L_1 的信号安排形式。设 QAM 星座按集分割划分所得 8 个子集为 $\{a_1 \sim a_4, b_1 \sim b_4\}$, 其中设 $A = \{a_1 \sim a_4\}, B = \{b_1 \sim b_4\}$ 为第一级划分时所得两大子集。8 个子集之间的关系如图 2 所示,即子集 a_1 顺时针旋转 90° 得子集 b_1, b_1 旋转 90° 得 a_2 , 等等。由 U 条件,图 1 中状态 S_0, S_2, S_4, S_6 对应的输出均取自同一大子集,不妨设取自 A , 且设 $A_{11} = a_1$, 则 S_1, S_3, S_5, S_7 的输出取自 B 。由条件 L_1 , 由于 $S_0 \xrightarrow{a_1} S_0$, 则应有 $f_2(S_0) \xrightarrow{f_2(a_1) = a_2} f_2(S_0)$, 由图 1, 从同一状

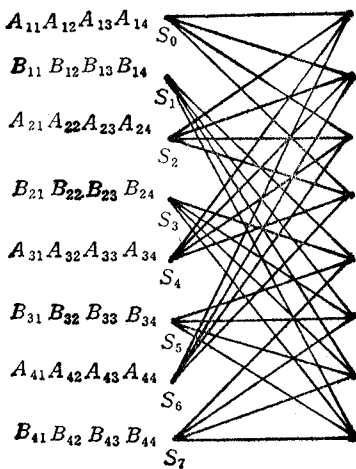


图 1

态出发进入同一状态且输出为 a_2 的支路只有一条,即 $S_2 \xrightarrow{a_2} S_2$, 故有 $f_2(S_0) = S_2$ 。依

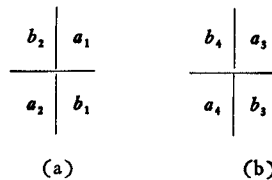


图 2

态出发进入同一状态且输出为 a_2 的支路只有一条,即 $S_2 \xrightarrow{a_2} S_2$, 故有 $f_2(S_0) = S_2$ 。依

此类推,可找出满足条件 L_1 的全部映射关系 $f_l(l = 1, 2, 3)$, 它们如图 3 所示, 共有 4 种. 图 3 表示的映射关系是: 若某一状态 S_i 旋转 $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 得到状态 S_{i1}, S_{i2}, S_{i3} , 则分别表示映射关系 $f_1(S_i) = S_{i1}, f_2(S_i) = S_{i2}, f_3(S_i) = S_{i3}$. 例如, 图 3(1) (a) 表示:

$S_0 \xrightarrow{f_1} S_5 \xrightarrow{f_1} S_2 \xrightarrow{f_1} S_7 \xrightarrow{f_1} S_0, S_0 \xrightarrow{f_2} S_2 \xrightarrow{f_2} S_0, S_0 \xrightarrow{f_3} S_7 \xrightarrow{f_3} S_2 \xrightarrow{f_3} S_5 \xrightarrow{f_3} S_0$. 由图 3 容易验证 f_1, f_2, f_3 满足如下性质(规定 $f_0(S_j) = S_j, j = 0 \sim 7$):

$$f_i(f_j) = f_k, k = i + j, \text{ mod } 4, (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

由图 3 所示的每种映射关系以及图 2 和(1)式,可得到满足 U 条件及条件 L_1 的全部信号安排. 可以验证,图 3(2),(3),(4) 作用下所得的信号安排通过改变格状图状态的排列位置可变为图 3(1)作用下所得信号安排,因此,图 3(2),(3),(4) 均与图 3(1)等价,故只需考虑图 3(1)作用下所得信号安排. 由于已设 $A_{11} = a_1$, 故 $A_{12}A_{13}A_{14}$ 取 a_2, a_3, a_4 的一个排列,共有 $3! = 6$ 种可能. 当 $A_{13} = a_2$ 时,在图 3(1)作用下,由 $S_0 \xrightarrow{a_2} S_2$ 推出 $S_2 \xrightarrow{a_1} S_0$, 这样进入 S_0 的支路中有两个输出为 a_1 , 不符合 U 条件,故 $A_{13} \neq a_2$. 又当

$$A_{11}A_{12}A_{13}A_{14} = a_1a_4a_3a_2 \text{ 和 } A_{11}A_{12}A_{13}A_{14} = a_1a_3a_4a_2$$

时的信号安排可分别由 $A_{11}A_{12}A_{13}A_{14} = a_1a_2a_3a_4$ 和 $A_{11}A_{12}A_{13}A_{14} = a_1a_2a_4a_3$ 时状态 S_1, S_3 及 S_4, S_6 互换得到. 因此 $A_{11}A_{12}A_{13}A_{14}$ 只有两种独立取值,即 $A_{11}A_{12}A_{13}A_{14} = a_1a_2a_3a_4$ 或 $a_1a_2a_4a_3$. 当 $A_{11}A_{12}A_{13}A_{14} = a_1a_2a_3a_4$ 时,首先由图 3(1)所示映射关系及图 2,可确定状态 S_2, S_5, S_7 的输出. 例如,由 $S_0 \xrightarrow{a_1} S_0$, 则 $f_1(S_0) \xrightarrow{f_1(a_1)=b_1} f_1(S_0)$, 即 $S_5 \xrightarrow{b_1} S_5, B_{32} = b_1$. 再由 U 条件 $B_{11} = b_1$ 或 b_4, B_{11} 取定后可确定状态 S_1, S_3, S_4, S_6 的输出, $B_{11} = b_1, b_4$ 时所得信号安排分别如图 4(1),(2) 所示(图 4 中格状图结构同图 1, 省略). 同样可得出 $A_{11}A_{12}A_{13}A_{14} = a_1a_2a_4a_3$ 时对应的两种信号安排,分别如图 4(3),(4) 所示. 图 4 所示 4 种信号安排互不等价,它们都满足 U 条件及条件 L_1 .

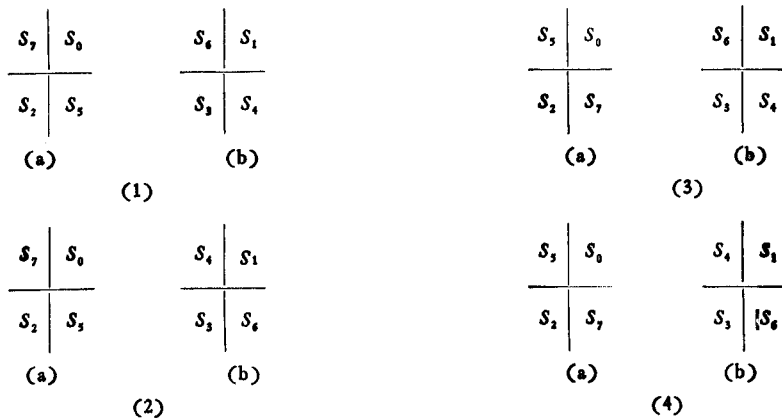


图 3

最后我们讨论图 4 所示的信号安排在什么情况下满足条件 L_2 . 设 QAM 星座信号间的最小欧氏距离为 d_0 , 并设 $d^2(a_i, a_j)$ 表示信号 a_i, a_j 间的平方欧氏距离, 利用类似于文献[4]中由码树求 d_0^2 的方法, 可以得出图 4 所示的任一种信号安排, 当满足

$$d^2(a_1, a_4) = d^2(b_1, b_4) = 4d_0^2 \quad (2)$$

或

$a_1 a_2 a_3 a_4 \cdot S_0$	$a_1 a_2 a_3 a_4 \cdot S_0$	$a_1 a_2 a_4 a_3 \cdot S_0$	$a_1 a_2 a_4 a_3 \cdot S_0$
$b_1 b_2 b_3 b_4 \cdot S_1$	$b_4 b_3 b_2 b_1 \cdot S_1$	$b_1 b_2 b_4 b_3 \cdot S_1$	$b_3 b_4 b_2 b_1 \cdot S_1$
$a_4 a_3 a_2 a_1 \cdot S_2$	$a_4 a_3 a_2 a_1 \cdot S_2$	$a_3 a_4 a_2 a_1 \cdot S_2$	$a_3 a_4 a_2 a_1 \cdot S_2$
$b_4 b_3 b_2 b_1 \cdot S_3$	$b_1 b_2 b_3 b_4 \cdot S_3$	$b_3 b_4 b_2 b_1 \cdot S_3$	$b_1 b_2 b_4 b_3 \cdot S_3$
$a_3 a_4 a_1 a_2 \cdot S_4$	$a_2 a_1 a_4 a_3 \cdot S_4$	$a_4 a_3 a_1 a_2 \cdot S_4$	$a_2 a_1 a_4 a_3 \cdot S_4$
$b_2 b_1 b_4 b_3 \cdot S_5$	$b_2 b_1 b_4 b_3 \cdot S_5$	$b_2 b_1 b_3 b_4 \cdot S_5$	$b_2 b_1 b_3 b_4 \cdot S_5$
$a_2 a_1 a_4 a_3 \cdot S_6$	$a_3 a_4 a_1 a_2 \cdot S_6$	$a_2 a_1 a_3 a_4 \cdot S_6$	$a_4 a_3 a_1 a_2 \cdot S_6$
$b_3 b_4 b_1 b_2 \cdot S_7$	$b_3 b_4 b_1 b_2 \cdot S_7$	$b_4 b_3 b_1 b_2 \cdot S_7$	$b_4 b_3 b_1 b_2 \cdot S_7$
(1)	(2)	(3)	(4)

图 4

$$d^2(a_1, a_3) = d^2(b_1, b_3) = 4d_0^2 \quad (3)$$

时, d_0^2 达到最大, 且为 $5d_0^2$ 。

至此我们找出了满足 U 条件及条件 L_1 的全部不等价信号安排, 并指出了满足 d_0^2 最大的条件, 由此可以方便地设计所需 90° 旋转不变格状码。

3. 设计

设计时, 首先将星座图按集分割方法划分成 8 个子集, 任选其中一个子集记为 a_1 , 与 a_1 之间平方欧氏距离为 $4d_0^2$ 的那个集记为 a_3 或 a_4 , 再按图 2 所示关系确定其它 6 个子集的标号。对星座图中每个信号点按如下方式确定其二进制代码: 属于同一子集的信号点后三位代码(对应卷积码的三位输出)相同, 其余位代码取所有可能的值(互不相同); 星座图中半径相同且彼此相距 90° 的 4 个信号点除后三位外其它位代码相同(对应编码器的直通路)。星座图代码确定后, 任选图 4 中一种信号安排, 根据设计的卷积码是前馈型还是反馈型, 需要差分还是不差分等形式选择状态及输入对应的二进制代码。例如, 取格状图中对应状态 $f_i(S_i)$ 及输出 $f_i(V_i)$ ($i = 0 \sim 3$) 的输入均相同(对任一 i , $i = 0 \sim 7$), 这样得出的格状码不需要差分(即为文献[3]所述“广义旋转不变格状码”)。若选择编码器的状态由编码器的输入决定, 则得到的编码器为前馈型, 否则为反馈型。状态及输入对应的二进制代码确定后, 由格状图及其信号安排用真值表法求出具体的卷积码。最后, 对需要差分的格状码, 差分编码部分如文献[3]所述任取 4! 种可能之一。下面举例说明。

采用图 4(1) 所示格状图及信号安排, 状态 $S_0 \sim S_7$ 的二进制表示 $W_{1n} W_{2n} W_{3n}$ 与文献[3]中图 7 相同, 星座图子集划分及信号代码与文献[3]中图 4 相同。当取

$$a_1 a_2 a_3 a_4 = acbd, \quad b_1 b_2 b_3 b_4 = egfh$$

(此时符合(3)式), 并取 $S_0 = 000, S_1 = 011, S_2 = 001, S_3 = 010, S_4 = 100, S_5 = 110, S_6 = 101, S_7 = 111$, 即得到建议 V.32 给出的卷积编码器。

4. 结论

本文在讨论 TCM 的格状图表示及其结构性质的基础上, 给出了二维 QAM 星座的 90° 旋转不变格状码的全部不等价信号安排, 并给出了 d_0^2 最大的条件。在此基础上设计 90° 旋转不变格状码十分方便灵活, 大大减少了设计的复杂性。

参 考 文 献

- [1] G. Ungerboeck, *IEEE Trans. on IT*, **IT-28**(1982)1, 55—67.
- [2] L. F. Wei, *IEEE J. of SAC*, **SAC-2**(1984)5, 659—671.
- [3] L. F. Wei, *IEEE J. of SAC*, **SAC-2**(1984)5, 672—686.

[4] 胡建明、王育民,通信学报,13(1992)3,86—91.

RESEARCH OF THE DESIGN METHOD FOR ROTATIONALLY INVARIANT TRELLIS CODES WITH 2-D QAM

Hu Jianming

(Shanghai Pengpu Research Institute of Electronic Techniques, Shanghai 200072)

Song Guowen

(Chengdu Research Institute of Telecommunication Techniques, Chengdu 610036)

Abstract Based on L. F. Wei's work (1984), the generalized trellis diagram of trellis codes is defined, then the properties of rotationally invariant trellis codes with two-dimensional QAM constellations are discussed, and all the unequivalent signal assignments are given. Finally, rotationally invariant trellis codes are designed easily.

Key words Coding; Modulation; Trellis codes