任意旋转对称面共形阵互耦的分析 [1]

柴舜连　　姚德淼

(国防科技大学电子技术系 长沙 410073)

摘 要　本文研究了旋转对称面共形阵互耦的分析方法。文中提出了“等效环”的概念，把旋转对称面上不等元分布共形阵等效为等元分布的情形，简化了共形阵的物理模型。通过把阵的任意激励分解成与结构对称性相匹配的一组本征激励的线性叠加的方法，避免了大矩阵的求逆，大大的减少了运算量。这对于共形阵的分析和综合有重要意义。

关键词　旋转对称，共形阵，互耦，本征激励

中图号　TN820

1 引 言

共形阵与平面阵相比具有很大的优越性，主要表现在它能与导弹或飞行器表面共形，不影响空气动力学性能，而且具有宽角扫描的特点。它的研究虽然有二十几年的历史，但是过去的研究 [1−3] 主要集中在比较规则的表面上，例如：球面、柱面和锥面。而且对阵的互耦也没有比较有效的分析方法，往往采取实验加分析的措施 [4] 。本文研究可适用于任意旋转对称面共形阵的互耦。其基本思想是：将阵的任意激励分解成与结构对称性相匹配的一组本征激励，这些本征激励具有正交性和对算子的不变性；又由于它们的维数比较低，这样就将原问题简单化。然后用叠加原理就可以求出一般情况下的解。文献 [5, 6] 对圆柱形共形阵进行了计算，文献 [7] 对小角圆锥阵进行了计算，但是它们只限于每环单元数相等的严格对称情况，由于现在考虑的是任意旋转对称面的共形阵，每环单元数不相等。本文的目的是将上述方法推广到例如抛物面等共形阵的不等元的情况中。

2 理论公式

2.1 等效环的概念

如图 1 和图 2，我们以轴线垂直于表面的开口波导单元为例，每环的单元数不相等，且具有以下规律：

$$N_s = p \times N, \qquad s = 1, 2, \cdots, M; \qquad p = 1, 2, \cdots, \tag{1}$$

其中 N 是第一环 (自顶端起) 的单元数，M 为阵的总环数。(1) 式说明：从第二环起，每环的单元数是第一环单元数的整数倍。另外，为了保证结构的对称性，每环的单元均匀分布在每环中。这样对于单元数为 $p \times N$ 环，可以看成单元数为 N 的 p 等效环，每个等效环的单元也均匀分布

[1] 1994-12-24 收到， 1995-01-18 定稿
国防预研基金项目课题

在圆周上。例如，对单元数为 $4N$ 的环，单元 $4k$ 、 $4k+1$ 、 $4k+2$ 、 $4k+3(k=0,1,\cdots,N-1)$ 分别组成 4 个等效环。设等效环的数目为 M_e ，则

$$M_e=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{M}N_i, \tag{2}$$

单元总数为 $M_e\times N$ 个。这样把 M 环，每环数目不等 (N_i) 的共形阵等效成每环数为 N 的 M_e 个等效环的阵，简化了阵的物理模型。本文下面所提及的环均为等效环。

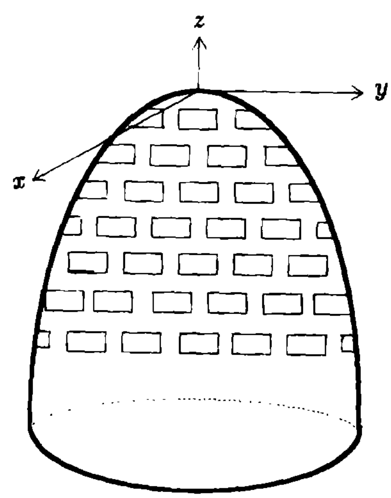

图 1 抛物面共形阵

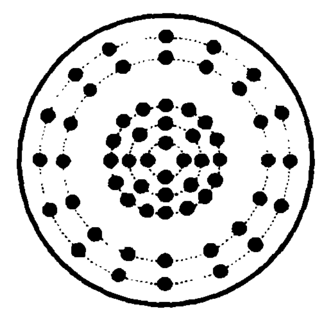

图 2 阵的俯视图

2·2 阵互耦的一般表示

把共形阵看成一个多端口网络，其端口处自由激励向量为 $\boldsymbol{A}$ ，反射向量为 $\boldsymbol{B}$ ，它们的关系是

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}, \tag{3}$$

式中 $\boldsymbol{S}$ 为散射矩阵。我们作如下定义：

$$[a^q]=\{a_k^q\},\qquad k=0,1,\cdots,N-1;q=1,2,\cdots,M_e, \tag{4}$$

其中 q 表示环， k 表示环中的单元。(4) 式是单环激励的表示式，这样阵列的激励为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} a^1 \\ a^2 \\ \vdots \\ a^{M_e} \end{bmatrix}. \tag{5}$$

它是 $M_e\times N$ 维向量。 $\boldsymbol{B}$ 仿照以上定义，也有类似的表示式。散射矩阵可以表示为

$$\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{S}^{11} & \boldsymbol{S}^{12} & \cdots & \boldsymbol{S}^{1M} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \boldsymbol{S}^{M1} & \boldsymbol{S}^{M2} & \cdots & \boldsymbol{S}^{MM} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

元素 S^{pq} 是 N 阶矩阵，它表示第 p 环和第 q 环上单元间的相互影响。由结构和单元对称性可知

$$S^{pq}=\begin{bmatrix} S_0^{pq} & S_1^{pq} & \cdots & S_{N-1}^{pq} \\ S_{N-1}^{pq} & S_0^{pq} & \cdots & S_{N-2}^{pq} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ S_1^{pq} & S_2^{pq} & \cdots & S_0^{pq} \end{bmatrix}. \tag{7}$$

S^{pq} 是循环的，即每行元素由前一行右循环一位而得到，元素 S_k^{pq} 表示第 p 环和第 q 环两元间的互耦，k 表示两元方位角位置差.

波导中仅仅维持一个主模传输，假定高次模对单元的辐射和互耦可以忽略。对于单模单元，应用互易定理，位于第 m 环的第 p 个单元 (m,p) 和第 n 环的第 q 个单元 (n,q) 的互导纳，可表示为

$$Y_{pq}^{mn}=\iint_{A_q^n}\hat{n}\times E_{0t}^n(\phi-2\pi q/N)\cdot H_{0t}^m(\phi-2\pi p/N)\mathrm{d}A, \tag{8}$$

式中积分区域是 (n,q) 单元的孔径，$\hat{n}$ 是垂直于阵面的单位矢量，$E_{0t}^n(\phi)$ 是 $(n,0)$ 单元对应于单位孔径模电压的横向电场分量；$H_{0t}^m(\phi)$ 是 $(m,0)$ 单元对应于单位孔径模电压的横向磁场分量。$H_{0t}^m(\phi)$ 和 $E_{0t}^n(\phi)$ 是通过解旋转抛物面外部电磁场问题得来的. 将互导纳对主模的波导纳归一化，导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 与散射矩阵 $\boldsymbol{S}$ 的关系为

$$\boldsymbol{S}=(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{I})(\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{I})^{-1}, \tag{9}$$

式中 $\boldsymbol{I}$ 是 $M_e\times N$ 单位矩阵. 可见，要求 $\boldsymbol{S}$，必先求 $M_e\times N$ 阶矩阵的逆。这对于大的共形阵来说，几乎是不可能的。下面介绍本征激励法，来解决这一难题。

2.3 本征激励法

线性叠加性使任意激励 $\boldsymbol{A}$ 可以表示为一组本征激励的加权和。选择本征激励为

$$\boldsymbol{m}(s,i)=\left\{\delta_{ps}N^{-1/2}\exp(j2\pi ik/N)\right\}, \tag{10}$$

式中 $p,s=1,2,\cdots,M_e$; $k,i=0,1,\cdots N-1$ 。(10) 式表示仅有第 s 环以方位数 i 激励，即相邻两单元相位增量为 $2\pi i/N$ ，而幅度相等；k 表示单元在环上的位置。

本征激励构成完备正交系，即

$$\left[\boldsymbol{m}^H(s,i)\boldsymbol{m}(t,n)\right]=\delta_{st}\delta_{in}, \tag{11}$$

δ_{st} 是 Kronecker 记号。这样任意激励 $\boldsymbol{A}$ 可表示为 $\boldsymbol{m}(s,t)$ 的线性组合，即

$$\boldsymbol{A}=\sum_{s=1}^{M_e}\sum_{i=0}^{N-1}a'_{si}\boldsymbol{m}(s,i), \tag{12}$$

其中 $a'_{si}=<\boldsymbol{m}^H(s,i)\cdot\boldsymbol{A}>$ 。可以注意到，$\boldsymbol{m}(s,i)$ 是 $\boldsymbol{S}^{st}$ 的本征向量。因而我们叫这种方法为本征激励法。并具有以下正交关系：

$$[\boldsymbol{m}^H(s,i)\boldsymbol{S}^{st}\boldsymbol{m}(t,n)]=\Gamma^{st}(i)\delta_{in}. \tag{13}$$

定义矩阵 $\boldsymbol{M}$ 构造如下，

$$\boldsymbol{M}=[\boldsymbol{m}(1,0)\cdots\boldsymbol{m}(M_e,0)\boldsymbol{m}(1,1)\cdots\boldsymbol{m}(M_e,1)\cdots\boldsymbol{m}(M_e,N-1)]. \tag{14}$$

它是 $M_e\times N$ 阶矩阵，且为酉矩阵，即

$$\boldsymbol{M}^H\boldsymbol{M}=\boldsymbol{I}. \tag{15}$$

作变换：

$$\boldsymbol{a}'=\boldsymbol{M}^H\boldsymbol{A},\qquad \boldsymbol{b}'=\boldsymbol{M}^H\boldsymbol{B}, \tag{16}$$

则

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}'&=\boldsymbol{M}^H\boldsymbol{S}\boldsymbol{M}\\&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{S}_0 & & & \\ & \boldsymbol{S}_1 & & \\ & & \cdots & \\ & & & \boldsymbol{S}_{N-1}\end{bmatrix},\end{aligned} \tag{17}$$

$\boldsymbol{S}_k$ 是 N 阶矩阵。

由 (17) 式可知，$\boldsymbol{S}'$ 是不变子空间 $\boldsymbol{S}_k$ 的直和。可以证明：对于不同的方位数 i，辐射方向图是正交的。从物理角度看，任意激励分解为本征激励后，不同方位数的激励产生的辐射能是非互耦的。因此，阵的互耦只要考虑同一方位数下的环与环的互耦即可。这样把原来 $M_e\times N$ 个单元的互耦问题，简化为 N 个单独的相同性质的问题。

对 $\boldsymbol{Y}$ 也作基变换：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Y}'&=\boldsymbol{M}^H\boldsymbol{Y}\boldsymbol{M}\\&=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Y}_0 & & & \\ & \boldsymbol{Y}_1 & & \\ & & \cdots & \\ & & & \boldsymbol{Y}_{N-1}\end{bmatrix}.\end{aligned} \tag{18}$$

Y_i 是 M_e 阶矩阵，其元素为

$$Y^{mn}(i)=\iint_{A_0^n}\hat{n}\times E_{0t}^n(\phi)\cdot\sum_{k=0}^{N-1}H_{0t}^m(\phi-2\pi k/N)e^{j2\pi ik/N}\mathrm{d}A. \tag{19}$$

定义环电压向量 $\boldsymbol{V}'$，它是本征激励下的一组孔径模电压，由 (1)，(17)，(18) 式可知：

$$\boldsymbol{V}'=2(\boldsymbol{Y}'+\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{a}'(s,i), \tag{20}$$

其中 $\boldsymbol{a}'(s,i)=\boldsymbol{M}^H\boldsymbol{m}(s,i)$，由矩阵 $\boldsymbol{M}$ 的构造可知：$\boldsymbol{a}'(s,i)$ 只有一个元素不为零，则

$$\boldsymbol{a}'(s,i)=\boldsymbol{M}^H\boldsymbol{m}(s,i). \tag{21}$$

这样 $\boldsymbol{V}'$ 的分量通过 M_e 矩阵求逆而得到，它比 $M_e\times N$ 阶矩阵的逆简单得多，再如前面所述的叠加原理，即可求出由于互耦影响的模电压，根据旋转对称面外部电磁问题即可求出考虑了互耦的辐射方向图。虽然本文以波导辐射单元为例，除 (8) 式外，其它公式均对任意旋转对称面

上的任意辐射单元都适用。这里只是作了互耦分析的理论推导，具体计算将由另文发表，并且还要考虑多模互耦和包括互耦的方向图综合问题。

参 考 文 献

[1] Kummer W H. Integrated Conformal Array. Final Report by Hughes Aircraft Company, Mar. 1970, AD-870786.

[2] Gobert J F. IEEE Trans. on AP, 1974, AP-22(1), 87-91.

[3] Gobert J F. Cylindrical Conical and Spherical Antenna Array: [Ph. D. thesis]. Chicago Illinois Institute of Tech., 1969.

[4] James J R, Hall P S. Hanbook of Microstrip Antennas. London: IEE, Peter Peregrinus Ltd, 1989, Chapter 16.

[5] Borgiotti G F. Conformal Array on Surfaces with Rotational Symmetry. Proc. of the 1970 Phased Array Antenna Sym., Frmingdale, New York: Jan. 1970, 301–314.

[6] Rudge A W. The Handbook of Antenna Design. London: IEE, Peter Peregrinus Ltd, 1974, Chapter 11.

[7] Balzano Q, Dowling T B. IEEE Trans. on AP, 1974, AP-22(1), 92–97.

ANALYSIS OF MUTUAL COUPLING OF CONFORMAL ARRAYS ON ARBITRARY SURFACES WITH REVOLUTIONAL SYMMETRY

Chai Shunlian　　Yao Demiao

(*National University of Defence Technology, Changsha* 410073)

Abstract　This article presents the mutual coupling of conformal array on arbitrary surfaces with revolutional symmetry. The concept "equivalent ring" simplifies the array model in the method of equating arrays with unequal elements to arrays with the same elements in each ring. The method of decomposing the arbitrary excitation of arrays into a term of intrinsic excitations aviods the inversion of large matrixes and so reduces largely the computer time, which is very important to the analysis and synthesis of conformal arrays.

Key words　Conformal array, Mutual coupling, Intrinsic excitation

柴舜连：　男，1969 年生，硕士生，主要对微带天线，天线数值计算感兴趣.

姚德淼：　男，1938 年生，教授，主要从事毫米波天线及其 CAD 的研究工作.