电子科学学刊
JOURNAL OF ELECTRONICS

一种基于小波变换的自适应滤波新方案 [1]

王永德　　何培宇　　赵　刚

(四川大学无线电系　成都　610064)

摘　要　本文基于 $L^2(R)$ 函数的尺度函数表示法提出一种适用于声回波对消应用的自适应系统辨识的新方案．该方案可以利用小波变换的抽取特性，降低自适应迭代的次数且保持小波准正交变换的优点．计算机模拟证实了上述论断的正确性．

关键词　小波变换，自适应信号处理，声回波对消

中图号　TN713

1　引　言

与横向滤波器为基本结构框架的时域自适应信号处理平行发展的变换域自适应信号处理近年来受到广泛的关注．基本原因是以 FIR 直接实现形式的自适应滤波，当采用梯度类算法，如 LMS 算法时，输入信号强相关引起输入信号的自相关阵特征值分散变大，其收敛速度和精度受到极大的制约．特别是自适应系统辨识应用，如声回波对消应用，需要采用十分大阶数 (上千个权) 的 FIR 滤波器，这一问题尤为突出．因而对输入信号向量进行了正交归一预处理，降阶处理减少特征值分散度就是一种自然的、合理的选择．典型的正交化方案有 Gram-Schmidt 正交化，格型滤波正交化，以及离散傅里叶变换 (DFT) 等，这些变换域处理方式均在不同程度上达到正交归一输入信号向量的目的．

小波变换 (WT) 的应用对输入信号向量正交化提出新的可能．原理上，基于离散小波变换 (DWT) 的自适应滤波结构非常类似于基于 DFT 的自适应滤波，只不过前者具有更大的灵活性．特别是在自适应系统辨识应用时，当被辨识系统的系统函数 (冲激响应) 不能简单地用有限个成谐波关系的简谐信号的加权和来精确表示时，小波变换即可展现出其优越性．

采用 DWT 做自适应系统辨识，未知系统的冲激响应 (时变，非时变) 可以由一个选定的基本小波 (母小波) 的伸缩和位移的线性组合来逼近．由于可选小波的多样性，这就为具体问题的解决提供了更大的空间．多分辨分析理论告诉我们，任何一个属于 $L^2(R)$ 的函数均可用小波在此空间张成的正交基来表示．自适应系统辨识，对输入信号向量的预处理，实际上就是将输入信号向量投影到上述正交子空间，然后再将其线性组合起来去逼近未知系统的输出，具体配置见图 1．

当然，任何一个小波函数不可能刚好是输入信号自相关矩阵的特征向量，因而不可能期望它能将输入信号严格对角线化 (正交化)．但是对于大多数信号，其自相关阵满足 Calderon-Zygmund 核条件，若采用具有 P 阶消失矩的小波基，可以保证变换后自相关阵几乎对角线化，即偏离对角线的元素其绝对值以 $(P+1)$ 次方的反比关系衰减，因而对强相关信号作为输入激励，采用 DWT 作为预处理可以期待得到比时域自适应滤波更快的收敛 [1,2]．

从信号处理的观点，小波实质上是一个带通滤波器 [3]．小波变换则是将信号通过一个随中心频率增加带宽也成比例增加的一组常 Q 滤波器，对比 DFT 则是一组等带宽的带通

[1] 1997-06-28 收到， 1998-07-11 定稿
国家自然科学基金资助项目

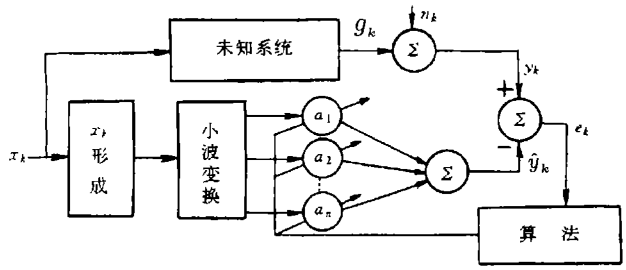

图 1 基于小波变换自适应系统辩识原理图

滤波器. 从运算的角度，小波变换主要是对信号进行一系列滤波处理和抽取 (正变换)，插值 (反变换) 运算. 因而它是一种工作在多抽样率的信号处理系统. 即不同的分辩率采取不同的抽样速率. 现在已提出的基于小波变换的自适应算法，除了采用子带分解的块处理方案外 [4]，均是采用类似于滑动 DFT 的滑动 DWT 工作方式 [5], 即仅对输入信号进行小波变换，期待信号保持时域抽样形式，而且每来一个新的数据做一次 DWT，相应地更新一次权系数. 虽然收敛性能比之于 FIR 结构大有改善，但其运算量相对说来也比较大. 如何利用 DWT 抽取特性，减少运算量，无论从性能准则和自适应算法上尚未见报道，值得研究 [1,6].

本文基于信号的小波表示的尺度函数方法 [7]，提出一种主要适用于声回波对消应用的基于小波变换的自适应系统辩识结构，可以充分利用小波变换抽取特性，降低自适应迭代频率，减少运算量，达到比利用完整的小波变换，并做优选小波系数后的降阶处理更好的性能.

2 基于小波变换的自适应系统辩识

系统的自适应辩识是自适应声回波对消的基础. 用 FIR 滤波结构去辩识未知系统，可称为直接法. 对于具有近似 IIR 特性的未知系统，用有限阶 (如 $N-1$ 阶) 的 FIR 去进行辩识，实际上将未知 IIR 系统前 N 个值截断出来进行辩识，因而若未知 IIR 特性衰减得较慢，则可能带来较大的剩余误差. 采用 DWT 预处理不仅可以在一定程度上解决强相关信号输入收敛速度的问题，而且总有可能通过优化选择不同的小波系数，让小波的时频分布与未知系统的时频分布达到匹配，用较少的权达到高的收敛精度 [1,2]. 但面对广泛一类未知系统，如何在自适应迭代之前选择被激活的小波系数，或在自适应过程中自动地选出某些指标的小波系数，仍然是一个值得研究的课题.

本文采用小波表示信号的另一种基函数表示法，即尺度函数表示法，对未知系统进行逼近来实现自适应辩识，一方面具有文献 [1,2] 小波展开方式的优点，同时可以充分利用时间抽取带来运算量的减少. 计算机模拟证实，在一定程度上可以达到与文献 [1,2] 优化小波方式同样的效果.

从时间连续信号的小波级数表示知，若 $x(t) \in L^2(R)$，则有

$$x(t) = \sum_{j,k \in Z} d_{jk} \Psi_{jk}(t), \tag{1}$$

式中 Z 表示整数集合，若 $\varphi_{jk} = 2^{j/2}\varphi(2^j t - k)$ 为尺度函数 $\varphi(t)$ 导出的正交基，且 $\{\varphi(t)\} \subset V_j \subset V_{j+1}$, V_j 为 $\varphi(t)$ 所处的子空间, 则 $\{\Psi_{jk}(t) = 2^{j/2}\Psi(2^j t - k)\}_{k \ni Z}$ 是子空间 $W_j = V_{j+1} - V_j$ 的正交基.

从实用角度，用小波函数去表示一个任意函数时，通常只能用有限和去代替上述无穷和，即有下列近似表示

$$x(t) \cong x^J(t) = \sum_{j=0}^{J}\sum_{k\in Z} d_{jk}\Psi_{jk}(t) = \sum_{j=0}^{J}\sum_{k\in Z} 2^{j/2}d(j,k)\Psi(2^j t-k). \tag{2}$$

根据小波可由尺度函数导出，即

$$\Psi(t) = \sum_{k\in Z}(-1)^k c_{l-k}\varphi(2t-k) \tag{3}$$

以及双尺度方程

$$\varphi(t) = \sum_{n\in Z} c_n\varphi(2t-n), \tag{4}$$

则有

$$\mathrm{span}\{2^{j/2}\Psi(2^j t-m)\}_{j=-\infty}^{J-1} = \mathrm{span}\{2^{J/2}\varphi(2^J t-m)\}, \tag{5}$$

因而代替 (2) 式的小波表示，有

$$x(t) \cong \sum_{k\ni Z} 2^{J/2}a(J,k)\varphi(2^J t-k), \tag{6}$$

式中系数 $a(J,k)$ 可由下述内积求得，即

$$a(J,k) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)2^{J/2}\varphi(2^J t-k)\mathrm{d}t. \tag{7}$$

文献 [1,2,6] 均采用 (2) 式作为未知系统冲激响应的近似表示，导出较为理想的自适应系统辨识方案，得出了好的结果。但此方案一个最大的缺陷就是运算量较大。目前尚未导出充分利用时间抽取的性能准则和算法。本文不用 (2) 式而改用 (6) 式作为未知函数冲激响应展开，从而导出一种新的基于小波变换的自适应系统辨识方案。

首先将未知系统冲激响应 $h(t)$ 用 (6) 式展开，即

$$h(t) = \sum_{m\in D} 2^{J/2}a(J,m)\varphi(2^J t-m), \tag{8}$$

式中 D 表示某个整数子集，即 $D \in Z$ 。用尺度函数来表示冲激响应，从物理意义来看，是基于这样一个事实，即大多数真实信号和物理系统，如语音信号等均具有近似低通的性质 [7] 。研究表明，在语音信号中具有主要能量的元音，无论从瞬时谱或者平均谱来看其能量主要分布在低频 [8]，声回波是话音通过 LRM(扬声器-房间-麦克风) 系统的产物， LRM 一般有从高频到低频下降的频响，因而，声回波也具有近似低通的性质。未知系统在输入 $x(t)$ 激励下其输出：

$$
\begin{aligned}
g(t) = x(t) * h(t) &= \sum_{m \in D} 2^{J/2} a(J,m) \int_0^{\infty} \varphi(2^J \tau - m) x(t-\tau) \mathrm{d}\tau \\
&= \sum_{m \in D} a(J,m) \int_0^{\infty} x(\tau) 2^{J/2} \varphi(2^J (t-\tau) - m) \mathrm{d}\tau.
\end{aligned} \tag{9}
$$

定义

$$
r_m^J(t) = \int_0^{\infty} x(\tau) 2^{J/2} \varphi(2^J (t-\tau) - m)) \mathrm{d}\tau. \tag{10}
$$

将 (9)， (10) 式在时间上离散化，则有

$$
\left.
\begin{aligned}
&g(k) = \underline{A}^T \underline{r}(k), \\
&\underline{r}(k) = [r_1^J(k),\ r_2^J(k),\ \cdots,\ r_M^J(k)]^T, \\
&y(k) = g(k) + n(k).
\end{aligned}
\right\} \tag{11}
$$

注意到 (10) 式与 (7) 式的关系，可见 $r_m^J(t)$ 实际上是时刻 t 输入信号的 DWT 。因而自适应系统的输出也可以表示成

$$
\hat{y}(t) = \sum_{m \in \hat{D}} \hat{a}(J,m) \int_0^{\infty} x(\tau) 2^{J/2} \varphi(2^J (k-\tau) - m) \mathrm{d}\tau = \underline{\hat{A}}^T \underline{r}(k), \tag{12}
$$

式中 $\hat{D}$ 一般是 D 的一个子集，即 $\hat{D} \subset D$ ，即降阶辨识， $\hat{a}(J,m)$ 则是需要通过自适应算法加以估计的权系数。若采用通用的均方误差最小准则，即最小化下列目标函数：

$$
\xi = E[e^2(k)] = E[(y(t) - \hat{y}(t))^2]. \tag{13}
$$

易知， ξ 是 A 的二次型函数，因而采用梯度类算法可以保证收敛到最小值。这里采用归一化 LMS 算法，则有

$$
\underline{\hat{A}}(k+1) = \underline{\hat{A}}(k) + \underline{M}\ \underline{r}(k) e(k), \tag{14}
$$

式中步长矩阵 $\underline{M} = \mathrm{diag}[\mu_1\ \mu_2\ \cdots\ \mu_M]$ 而

$$
\mu_m = \frac{\mu_0}{p_{m,k}}, \qquad m = 1, 2, \cdots, M, \tag{15}
$$

式中 $p_{m,k} = E[r_m^2(k)]$, 可以通过下列一阶递归方程来实时估计，即

$$
\hat{p}_{m,k+1} = (1-\beta)\hat{p}_{m,k} + \beta r_m^2(k), \qquad m = 1, 2, \cdots, M, \tag{16}
$$

式中 M 为子集 $\hat{D}$ 中最大角标范围。 μ_0 和 β 一般可按经验公式选取，即 $\mu_0 = 1/M$, $\beta = (1 - 1/M)$ 。

由 (10) 式看出，一般情况将 $x(k)$ 投影至 $2^{J/2}$ 分辨级得到的信号并非严格的正交向量，但只要对 $x(t)$ 的抽样率足够高， $r(k)$ 的正交性是近似成立的。

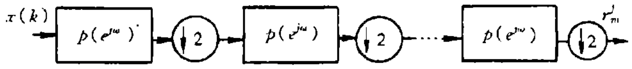

图 2 $r_m^J(k)$ 生成原理图

在具体实现上述方案时， $r_m^J(k)$， $m=1,2,\cdots,M$ 不能直接由 (10) 式进行计算，而是根据 $\Psi(t)$ 和 $\varphi(t)$ 完全由一个紧支撑的常数序列 $\{c_k\}$ 来确定的事实，采用下列方法得到。即让 $x(t)$ 连续通过若干个半带低通滤波器加 (2:1) 抽取运算即可，参看图 2, 图中 $p(e^{i\omega})$ 定义为 [7]

$$p(e^{j\omega})=\frac{1}{2}\sum_{k\in Z}c_k e^{j\omega k}. \tag{17}$$

再采用 (14) 式所示的自适应算法进行迭代运算，可得到最优系数。

3 计算模拟结果

为了对比研究本文提出的基于小波变换自适应辨识方案的优劣，我们用参考文献 [2] 给出的非时变系统模型和激励信号模型。激励信号模型为白噪声激励全极点模型的输出，具体参数：

极点数 4

零点数 0

第一对极点坐标 $0.9e^{\pm j\pi/4}$

第二对极点坐标 $0.99e^{\pm j\pi/8}$

非时变系统模型为全极点模型：

极点数 2

零点数 0

极点坐标 $0.9e^{\pm j0.47\pi}$

显然这样的激励信号为一强相关信号, 它在一定程度上制约了采用 FIR 直接形式的 LMS 算法的收敛性。未知系统具有 IIR 特性, 从而无论在时域或变换域用有限个参数的线性组合去逼近它，属于降阶模型，不可能达到与未知系统完全精确的匹配。采用 FIR 降阶模型一般就是在时域上将冲激向量尾部截去, 采用基于小波的降阶模型可以从时、频两个方面去选择，有较大的自由度，可以达到与未知系统较好的匹配，文献 [1,2,6] 模拟结果证实了这个论断。

为了便于计算，类似文献 [2]，我们采用了长度为 4 的 Daubechies 波。事先对未知系统冲激响应采用由 Mallat 多分辨快速算法导出的递推离散小波变换算出 32 点 DWT 。用适当的阈值选出 16 个小波系数参与实际自适应辨识。对于新方案，由于我们仅需采用对应尺度函数的小波系数，因而对 32 点为一帧信号直接用 $\{c_k\}$ 进行滤波， 4:1 抽取处理即得到 $J=2$ 的 8 个小波系数参与自适应迭代。

三种方案分别称为 FIR， WBA1， WBA2，即以 FIR 为基本结构采用 NLMS 算法的自适应辨识方案 (FIR)，基于小波变换的文献方案 (WBA1) 和新方案 (WBA2)，均采用上述模型对未知系统进行辨识。重复 100 次运行，其收敛曲线示于图 3 。明显看出基于小波变换的自适应系统辨识达到比 FIR 高的收敛精度．而新的方案优于文献方案。且新方案具有比文献方案少的运算量。

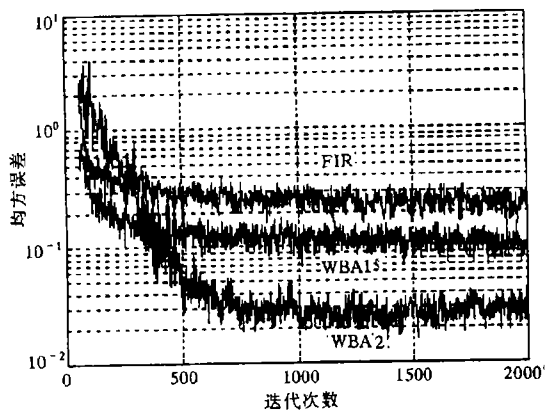

图 3　三种方案的比较

4 结 语

结果表明，在声回波对消应用时，采用以尺度函数为正交基作为未知系数表示的小波变换自适应系统辨识方案，作为小波变换自适应滤波的一种新的结构形式有其独到的优点，主要体现在运算量小，可以充分利用小波变换对信号抽取的特点，当 J 较大时这一优点更为突出。当然 J 较大对应滤波器带宽变窄，因而从频域角度可能与未知系统通带失配，解决这一问题的一种可能办法是提高对信号的采样率。另外，尺度函数的选择与具体应用关系密切，因而针对声回波对消应用，利用声回波能量主要集中在低频的特点，从统计角度选择最优小波表示。或从实时角度自适应地选择，综合最优小波，使得能用尽可能少的小波系数达到最好的对消效果，是值得进一步研究的课题。

参 考 文 献

[1] Doroslovacki M, *et al.* Wavelet-based adaptive filtering. Proceedings of International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing. Vol.3, Minneapolis, MN, USA: 1993, 488–491.

[2] Doroslovacki M, *et al.* Wavelet-based linear system modeling and adaptive filtering. IEEE Trans. on SP, 1996, SP-44(5): 1156– 1167.

[3] Vetterli M, *et al.* Wavelet and filter banks: Theory and design. IEEE Trans. on SP, 1992, SP-40(9): 2207–2232.

[4] Jin Q, *et al.* Optimal filter banks for signal decomposition and its applications in adaptive echo cancellation, IEEE Trans. on SP, 1996, SP-44(7): 1669–1680.

[5] Shynk J J. Frequency-domain and multirate adaptive filtering. IEEE Signal Processing Magazine, 1992, 9(1): 14–37.

[6] Erdol N, *et al.* Wavelet transform based adaptive filters: Analysis and new results. IEEE Trans. on AS, 1996, 44(9): 2163–2171.

[7] Tewfik A H, *et al.* On the optimal choice of a wavelet for signal representation. IEEE Trans. IT. 1992, 38(2): 747–765.

[8] [美] N.S. 杰因特，[德] 彼得. 诺尔著，钱亚生，诸厌鳞译. 语音与图像的波形编码原理及应用. 北京：人民邮电出版社，第二章，1990 年.

A NEW WAVELET TRANSFORM BASED SCHEME FOR ADAPTIVE FILTERING

Wang Yongde He Peiyu Zhao Gang

(*Department of Radio Electronics, Sichuan University, Chengdu* 610064)

Abstract Based on the scale function representation for a function in $L^2(R)$, a new wavelet transform based adaptive system identification scheme used for acoustic echo cancellation is proposed. It can reduce the amount of computation by exploiting the decimation and keep the advantage of quasi-othogonal transform with the discrete wavelet transform(DWT). The issue has been supported by computer simulations.

Key words Wavelet transform, Adaptive signal processing, Acoustic echo cancellation

王永德： 男， 1940 年生，教授，从事专业：信号处理.
何培宇： 女， 1963 年生，副教授，从事专业：信号处理.
赵 刚： 男， 1962 年生，副教授，从事专业：无线电技术.