

设计有限字长 FIR 数字滤波器的 Tabu 优化算法¹

殷福亮 周浩洋

(大连理工大学电子工程系 大连 116023)

摘要 本文提出了设计有限字长 FIR 数字滤波器的 Tabu 优化算法,这是一种模拟人的记忆过程的并行优化算法。首先,详细描述了 Tabu 算法并给出了计算步骤;然后将 Tabu 算法应用于有限字长 FIR 数字滤波器的优化设计;最后给出了模拟计算结果。

关键词 FIR 数字滤波器, Tabu 算法, 有限字长, 滤波器设计

中图分类号 TN713

1 引言

FIR 数字滤波器是一种重要的数字滤波器,由于它具有精确的线性相位和固有的稳定性,因此在通信、雷达、声纳、生物医学、地震勘探等方面得到了广泛应用。

设计 FIR 数字滤波器的传统方法有窗函数法、频率取样法、Parks-McClellan 法等^[1-3]。这些方法简单易行,且可以实现良好的选频特性。但这些设计方法一般都是在无限精度条件下得出的优化结果,当用数字计算机或专用数字硬件实现时,由于其参数必须用有限字长表示,因此截尾或舍入效应使得所设计的滤波器的特性与期望的相差较大,不能产生最佳的滤波器特性。如果在离散参数空间中对滤波器系数直接进行优化设计,则可以大大提高所设计滤波器的性能。

多年来,一些学者对有限字长 FIR 数字滤波器的设计做了大量研究工作,并提出了一些设计方法^[4-6]。基于混合整数规划技术的设计方法是一种全局优化方法^[4],这是目前在最大误差最小化意义上能保证全局最优解的唯一的算法。但其运算量随滤波器阶数增加呈指数增大,从而限制了该算法的应用。此外,基于局部邻域搜索技术的设计方法是另一类重要方法^[5],这是一种次最优算法。该算法的主要特点是运算量小,但只能找到局部最优解,优化效果不明显。近年来提出的基于模拟退火的设计方法受到人们的关注^[6],该方法的优化效果好,但由于其采用随机策略,导致了运算量比较大。

最近,Tabu 算法逐渐受到学术界的高度重视^[7-10]。Tabu 算法是模拟人的记忆过程的并行确定性全局优化算法。本文将 Tabu 算法用于数字滤波器的设计,提出了设计有限字长 FIR 数字滤波器的一种新方法——Tabu 优化算法。该方法优化效果好,运算量小,通用性强,适于 VLSI 实现。文中给出了模拟计算结果,验证了该方法的有效性。

2 Tabu 算法

Tabu 搜索算法是由 Glover 提出的一种组合优化算法^[7-9]。它是一种人工智能算法,是局部搜索算法的扩展。基于局部搜索的优化方法的搜索过程如下:从任一可行的初始状态 S 出发,在其邻近状态 $N(S)$ ($N(S)$ 为 S 的邻域)中寻找使目标函数 $f(S)$ 达到最小的状态 S_0 。如果该 $f(S_0) < f(S)$,则以 S_0 为下次搜索的初始状态;如果 $f(S_0) > f(S)$,则搜索停止,此时 S 即为最优状态。显而易见,以上搜索只能找到 $f(S)$ 的局部极值点。

Tabu 算法在局部搜索法的基础上提出无论 $f(S_0)$ 和 $f(S)$ 两者谁大,都将 S_0 作为下一次搜索的初始状态,从而避免了陷入局部极值点。但这会使搜索陷入循环。为了避免循环,可以构造一个先进先出(FIFO)的 Tabu 表。该表中存有最近 L 次搜索所产生的 L 个局部最优状态。

¹ 2002-03-08 收到, 2002-09-08 改回

在邻域 $N(S)$ 的搜索过程中, 将禁止对 Tabu 表中的状态进行搜索, 从而避免了搜索的循环. 简言之, Tabu 算法就是在邻域中搜索目标函数的极小状态. 若该状态不在 Tabu 表内, 则接受, 否则拒绝, 直至搜索终止. 下面简要介绍 Tabu 算法的基本要素.

(1) 目标函数 组合优化问题可以表述为

$$\min f(S), \quad \text{s.t. } S \in R \quad (1)$$

其中 $f(S)$ 称为目标函数, R 为问题 (1) 式的可行集, $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ 是离散优化变量, n 是 S 的维数. 优化问题就是要寻找使 $f(S)$ 达到最小的 $S(S \in R)$.

(2) 邻域的产生 为简便起见, 假定优化问题 (1) 式的优化变量 S 为一维, 则可如下产生 S 的邻域. 首先对 S 进行二进制编码, 形成 $I_1 I_2 \dots I_B$ 二进制串, 其中 $I_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, 2, \dots, B$ (B 根据精度确定). 然后对 I_B 取反, 并保持其余各位不变, 得到状态 S^1 . 再对 I_{B-1} 取反, 得到状态 S^2 . 以此类推, 产生 B 个状态 $S^i (i = 1, 2, \dots, B)$. 该 $\{S^i\}$ 即为 S 的邻域 $N(S)$.

(3) Tabu 表的构成 Tabu 表的参数主要有两个, 一个是 Tabu 表的元素, 一个是 Tabu 表的长度. 对一般的优化问题, 每次搜索产生的局部最优状态 S 可直接作为 Tabu 表的元素. 当优化问题比较复杂时, 可对该状态作适当补充, 以便更精确地记录每次搜索的特征.

Tabu 表的长度 L 形象地反映了人类大脑的记忆长短. 一般情况下, Tabu 表越长越有利于优化. 但当 Tabu 表太长时, 往往导致程序的运算量和存储量过大. 如果 Tabu 表的长度 L 过短, 则由于记忆时间不够长容易使搜索陷入循环. 因此, 如何在较短的 Tabu 表长度下避免循环则成为 Tabu 算法关键所在.

Tabu 算法步骤:

- (1) 取初始状态 S_0 , 令 $S_i = S_0$, $C_{\text{best}} = f(S_i)$;
- (2) 置 Tabu 表的初始状态为空;
- (3) 判断 C_{best} 是否满足要求. 若满足, 则停止迭代; 否则, 转到 (4);
- (4) 产生 S_i 的邻域 $N(S_i)$;
- (5) 求邻域中不属于 Tabu 表且使 $f(X)$ 取最小值的状态 S_{i+1} 和对应的目标值 J_c ;
- (6) 将 S_i 保留到 Tabu 表中, 并去除最先进入的状态. 取 C_{best} 和 J_c 中的较小值赋给 C_{best} , 令 $S_i = S_{i+1}$;
- (7) 转到第 (3) 步.

3 设计有限字长 FIR 数字滤波器的 Tabu 优化算法

假设 N 阶 FIR 数字滤波器的脉冲响应为 $h(0), h(1), \dots, h(N-1)$, 则其传递函数可表示为

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n} \quad (2)$$

取 $z = e^{j\omega}$, 则滤波器的频率响应为

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n} \quad (3)$$

若设 FIR 数字滤波器的理想频率响应为 $H_d(e^{j\omega})$, 则在离散点 $\{\omega_i | i = 1, 2, \dots, M\}$ 上, 所设计滤波器的幅度 $|H(e^{j\omega})|$ 与理想滤波器的幅度 $|H_d(e^{j\omega})|$ 的误差平方和为

$$E = \sum_{i=1}^M (|H(e^{j\omega_i})| - |H_d(e^{j\omega_i})|)^2 \quad (4)$$

把 (3) 式代入 (4) 式, 可得

$$E = \sum_{i=1}^M \left(\left| \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega_i n} \right| - |H_d(e^{j\omega_i})| \right)^2 \quad (5)$$

根据频域最小均方误差准则, 有限字长 FIR 数字滤波器的设计, 就是要选取滤波器系数 $h(n) (n = 0, 1, \dots, N-1)$ 使目标函数 E 最小。显然这是一个组合优化问题, 我们可用 Tabu 算法来求解上述组合优化问题。为了加快 Tabu 算法的优化速度, 我们先用 Parks-McClellan 算法求出无限精度下的 FIR 数字滤波器系数 $h(n) (n = 0, 1, \dots, N-1)$; 然后按实际要求字长对其截尾, 并以此作为 Tabu 算法的初值; 最后再用 Tabu 算法求解该字长下最佳滤波器系数 $h(n)$ 。

下面详细讨论在设计有限字长 FIR 数字滤波器时 Tabu 算法基本要素 (目标函数、邻域、Tabu 表) 的确定。

3.1 目标函数

由以上分析可知, 设计最优有限字长 FIR 数字滤波器可归结为求 (5) 式的最小值, 即求解目标函数为 (5) 式、优化变量为 $h(0), h(1), \dots, h(N-1)$ 的组合优化问题。

3.2 邻域的产生

为了应用 Tabu 算法, 我们将滤波器的系数 $h(n)$ 用二进制串编码。设滤波器的脉冲响应向量 $\mathbf{H} = [h(0), h(1), \dots, h(N-1)]$ 。对 $h(n)$ 进行归一化处理, 使其落在规定的范围内。 $h(n)$ 用 B 位二进制串 $I_1 \cdots I_{B-1} I_B$ 表示, 其中 $I_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, B$ (B 根据精度确定)。任取 \mathbf{H} 的一个分量 $h(n)$, 对 $h(n)$ 的各位依次取反, 并保持 \mathbf{H} 的其余分量不变, 则产生 B 个分量 $I_1 \cdots I_{B-1} \bar{I}_B, I_1 \cdots \bar{I}_{B-1} I_B, \dots, \bar{I}_1 \cdots I_{B-1} I_B$, 这样就生成了向量 \mathbf{H} 的 B 个邻域状态 $H_n^B, H_n^{B-1}, \dots, H_n^1$ 。依此类推, 当 n 从 0 到 $N-1$ 时, 可产生大小为 $B \times N$ 的邻域 $N(\mathbf{H})$ 。

由于已用 Parks-McClellan 算法产生了 \mathbf{H} 的初始点, 因此邻域 $N(\mathbf{H})$ 只需在当前状态周围较小范围内选取即可。一般可限定 $h(n)$ 二进制串的变化范围为最后 2 至 4 位。这样在本文中, 只对 $h(n)$ 的后 3 位 $I_{B-2} I_{B-1} I_B$ 依次取反, 生成三个分量 $I_1 \cdots I_{B-2} I_{B-1} \bar{I}_B, I_1 \cdots I_{B-2} \bar{I}_{B-1} I_B, I_1 \cdots \bar{I}_{B-2} I_{B-1} I_B$ 。于是就产生了大小为 $3 \times N$ 的邻域 $N(\mathbf{H})$, 从而大大减少了运算量。

3.3 Tabu 表的确定

Tabu 表的确定如上节所述, 其长度选为固定式。根据 Tabu 表的结构特点, 我们可采用 FIFO 队列数据结构来实现 Tabu 表。假设所设计的滤波器阶数为 N , Tabu 表的长度为 L , 则整个 Tabu 表可用二维数组 $A_{L \times N} = [H_{L-1}, H_{L-2}, \dots, H_0]^T$ 来表示, 其中该数组的每个行向量 H_i 代表前次搜索的最优状态 H_{before} 。当前搜索结束时, 最先进入数组 A 的 H_{L-1} 状态从队列中去除, 而产生当前邻域 $N(H_0)$ 的局部最优状态 H_0 进入队列, 这样就完成了 Tabu 表的更新。

至此, 我们就可应用 Tabu 算法求解 (5) 式中的组合优化问题, 实现有限字长 FIR 线性相位滤波器的优化设计。下面给出 Tabu 算法设计有限字长 FIR 数字滤波器的具体步骤。

算法步骤

(1) 给定滤波器的技术指标, 用 Parks-McClellan 算法求出无限精度下 FIR 滤波器的系数 $h(n)(n = 0, 1, \dots, N-1)$ 。然后, 根据实际要求字长对滤波器系数 $h(n)$ 进行截尾处理, 并以此作为初始点 H_0 ;

(2) 根据给定的 Tabu 表长度 L 生成 Tabu 表, 并置 Tabu 表的初始状态为空;

(3) 令 $H_i = H_0, H_{\text{best}} = H_0, C_{\text{best}} = E(H_i)$;

(4) 判断 C_{best} 是否满足要求。若满足, 则停止迭代; 否则, 转到 (5);

(5) 产生 H_i 的邻域 $N(H_i)$;

(6) 求邻域中不属于 Tabu 表且使 $E(H)$ 取最小值的 H_{i+1} 以及对应的目标函数值 J_c ;

(7) Tabu 表上移一行 (即去除 Tabu 表中的状态 H_{L-1}), 并将 H_i 保留到 Tabu 表尾;

(8) $H_i = H_{i+1}$;

(9) 比较 C_{best} 和 J_c 。如果 C_{best} 大于 J_c , 则 $H_{\text{best}} = H_{i+1}, C_{\text{best}} = J_c$, 转到 (4); 如果 C_{best} 小于 J_c , 则转到 (4);

Tabu 算法迭代结束后, H_{best} 为最优解, C_{best} 为最优目标函数值。

4 模拟计算结果

为了验证本文方法的有效性, 我们在 Pentium III /800 机上进行了模拟计算。模拟计算中选择的参数为 $L = 50$, 频率采样点 $M = 128$ 。

例 1 设计字长 $B = 9$, 阶数为 30 的 FIR 低通数字滤波器, 其技术指标为

$$H_d(e^{j2\pi f}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq f \leq 0.2 \\ 0, & 0.25 \leq f \leq 0.5 \end{cases} \quad (6)$$

在本例中, 首先用 Parks-McClellan 算法设计滤波器, 并将其产生的滤波器系数用 $B = 9$ 位字长进行截尾处理, 得到的滤波器系数 $h(n)$ 如表 1 所示, 其相应的幅频响应如图 1 和图 2 中虚线所示。然后用截尾处理后的滤波器系数作为 Tabu 算法的初始点, 用 Tabu 算法进行优化设计, 得到的 $h(n)$ 如表 1 所示, 其相应的幅频响应如图 1 和图 2 实线所示。

表 1 Tabu 算法与 Parks-McClellan 算法的比较

系数 $h(n)$	Parks-McClellan 算法设计的 $h(n)$	Tabu 算法设计的 $h(n)$
$h(0) = h(29)$	17	6
$h(1) = h(28)$	4	3
$h(2) = h(27)$	-14	-9
$h(3) = h(26)$	-8	-8
$h(4) = h(25)$	14	12
$h(5) = h(24)$	19	17
$h(6) = h(23)$	-16	-13
$h(7) = h(22)$	-31	-29
$h(8) = h(21)$	9	8
$h(9) = h(20)$	52	49
$h(10) = h(19)$	5	6
$h(11) = h(18)$	-84	-83
$h(12) = h(17)$	-48	-48
$h(13) = h(16)$	180	180
$h(14) = h(15)$	413	415

从图 1 和图 2 可以看出, 经截尾处理的滤波器幅频响应不仅通带波动很大, 而且阻带衰减较小, 性能不太好; 而用本文提出的 Tabu 优化算法所设计的滤波器, 其通带波动小, 且阻带衰减大, 优化效果好。因此用 Tabu 算法设计的滤波器性能令人满意。

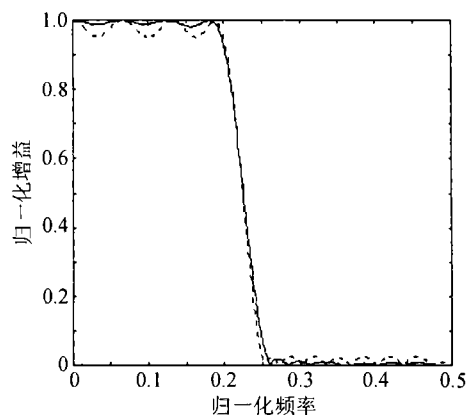


图 1 $N=30, B=9$ 时有限字长 FIR 低通数字滤波器幅频响应

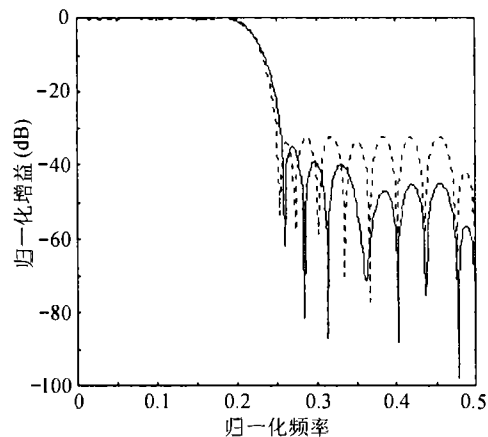


图 2 $N=30, B=9$ 时有限字长 FIR 低通数字滤波器幅频响应 (分贝表示)

例 2 设计字长 $B = 9$, 阶数为 30 的 FIR 带通数字滤波器, 其技术指标为

$$H_d(e^{j2\pi f}) = \begin{cases} 1, & 0.2 \leq f \leq 0.34 \\ 0, & 0 \leq f \leq 0.12, \quad 0.42 \leq f \leq 0.5 \end{cases} \quad (7)$$

在本例中, 首先用 Parks-McClellan 算法设计该滤波器, 并将其产生的系数用 $B = 9$ 位字长进行截尾处理, 得到的滤波器幅频响应如图 3 和图 4 中虚线所示。然后用截尾处理后的滤波器系数作为 Tabu 算法的初始点, 用 Tabu 算法进行优化设计, 得到的幅频响应如图 3 和图 4 实线所示。从图中可看出, 无论在通带和阻带, Tabu 算法设计的滤波器性能都有较大改进。

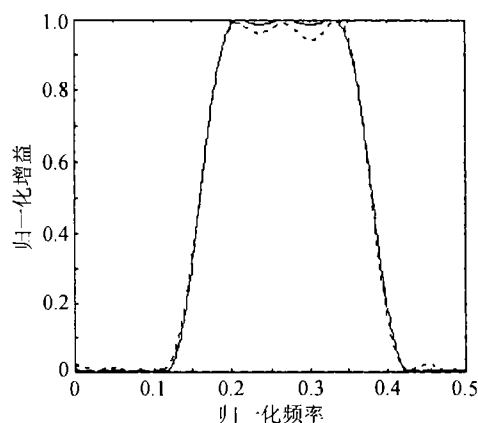


图 3 $N=30, B=9$ 时有限字长 FIR 带通数字滤波器幅频响应

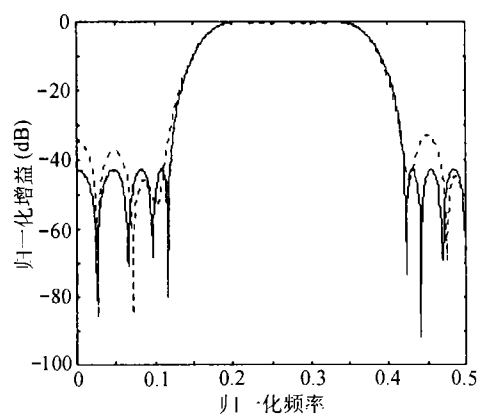


图 4 $N=30, B=9$ 时有限字长 FIR 带通数字滤波器幅频响应 (分贝表示)

5 结 束 语

本文提出了设计有限字长 FIR 线性相位数字滤波器的 Tabu 优化算法, 这是一种模拟人的记忆过程的并行确定性优化算法。该算法方法简单, 优化效果好, 通用性强, 其性能优于 Parks-McClellan 方法。此外, 本文算法对滤波器的类型没有限制, 因此它可用于低通、高通、带通、带阻及多带滤波器的设计。文中给出了模拟计算结果, 验证了该方法的有效性。

参 考 文 献

- [1] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, Discrete-Time Signal Processing, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall, 1989, 333-407.
- [2] J. G. Proakis, D. G. Manolakis, Introduction to Digital Signal Processing, Basingstoke Hampshire, Macmillan, Publishing Company, 1988, 78-101.
- [3] T. W. Parks, J. H. McClellan, Approximation for nonrecursive digital filters with linear phase, IEEE Trans. on Circuit Theory, 1972, 19(2), 189-194.
- [4] D. Kodak, Design of optimal finite wordlength FIR digital filters using integer programming techniques, IEEE Trans. on ASSP, 1980, 28(3), 304-308.
- [5] Y. C. Lim, S. R. Parker, FIR filter design over a discrete powers-of-two coefficient space, IEEE Trans. on ASSP, 1983, 31(3), 583-591.
- [6] N. Benvenuto, M. Marchesi, Digital filters design by simulated annealing, IEEE Trans. on Circuits and Systems, 1989, 36(3), 459-460.
- [7] F. Glover, Future paths for integer programming and links to artificial intelligence, Computers and Operations Research, 1986, 13(2), 533-549.
- [8] F. Glover, Tabu search: part I, ORSA Journal on Computing, 1989, 1(3), 190-206.
- [9] F. Glover, Tabu search: part II, ORSA Journal on Computing, 1990, 2(4), 4-32.
- [10] A. Herts, D. D. Werra, The Tabu search metaheuristic: how to use it, Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 1990, 1(1), 111-121.

TABU OPTIMIZATION ALGORITHM FOR DESIGNING FINITE WORDLENGTH FIR DIGITAL FILTERS

Yin Fuliang Zhou Haoyang

(Dept. of Electronic Eng., Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract This paper presents a novel method based on Tabu algorithm to design the finite wordlength FIR digital filters, which is a deterministic parallel optimization algorithm simulating human intelligence. Firstly, Tabu algorithm is detailedly described and then Tabu optimization algorithm is used to design finite wordlength FIR digital filters. Finally, the simulation results are given.

Key words FIR digital filter, Tabu algorithm, Finite wordlength, Filter design

殷福亮: 男, 1962年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 数字信号处理, 语音信号处理.

周浩洋: 男, 1977年生, 硕士, 主要研究方向: 数字信号处理, 语音信号处理.