

# 天线阵辐射图零点控制理论导论\*

刘 振 威

(中国空间技术研究院总体部)

## 提 要

天线阵辐射图型强制零点控制, 由于对定向干扰抑制的有效性, 已成为天线阵辐射图型综合理论中心课题之一. 本文围绕这个课题, 对三维天线阵辐射图的零点控制进行了研究. 它包括: 用矢量空间方法, 分析了多重零点控制的基本关系; 根据零点本身的扩展性, 引入了零域的概念, 提出了多重强制零域的生成方法; 导出了多重零点控制辐射图型的分解公式; 揭示了由主波束和多个零点强制波束合成多重强制零点辐射图型的基本规律; 给出了数值结果并进行了讨论; 把这一分解原理与自适应成零天线阵辐射图型进行了类比.

## 一、引 言

天线阵辐射图型零点控制, 由于抗干扰的有效性, 现已成为天线阵辐射图型综合工程理论的中心课题之一<sup>[1]</sup>. 有许多学者作过研究, 早期由 D. E. N. Davies<sup>[2]</sup> 提出, 后来由 C. Drane, Jr. 和 J. McIlvenna 根据剩余阵的自由度, 把这种技术扩展到在零点控制的同时使得方向增益最大化的课题<sup>[3,4]</sup>. 近年来, 由 D. E. N. Davies 和 M. Mizk 应用直线阵与圆阵之间相控变换技术的特定关系, 把零点控制用于圆阵的课题<sup>[5-7]</sup>; 又由 J. McIlvenna、C. Drane, Jr. 等作者将零点控制技术应用于孔径型天线阵<sup>[8]</sup>. 然而, 他们的方法都限于等间隔直线阵的情况, 在形成可控零点中, 都是以相邻元间所特有的相移关系——公共因子<sup>[9]</sup>

$$f_{01} \cdot f_{02} \cdot \cdots \cdot f_{0(N-1)} e^{jk_0 d \sin \theta}$$

为前提的; 式中,  $f_{0i} = \{e^{jk_0 d \sin \theta_{0i} + \pi} + e^{jk_0 d \sin \theta}\}$ ;  $\theta_{0i}$  是第  $i$  个零点控制方向角;  $d$  是元间的距离. 这一理论已不能满足近代通信和雷达系统各种天线阵阵型的要求. 为了使零点控制技术适应各种有用阵型结构, 如象不等间距直线阵、圆阵、矩形栅格阵、密度加权二维阵、曲面阵等的需要, 本文对三维阵零点控制理论进行了研究.

本文包括如下方面: 用矢量空间方法, 分析了三维阵辐射图型多重强制零点的基本关系; 为了对付随时间稍有变化的干扰, 简化零点跟踪控制网络, 引入强制零域的概念, 提出了多重强制零域的形成方法; 导出了零点控制辐射图型的分解公式, 揭示了由主波束和多个零点强制波束合成多重零点辐射图型的基本规律, 给出数值举例并进行了讨论; 把这一分解原理与自适应成零天线阵辐射图型进行了类比.

\* 1982年6月4日收到, 1982年12月21日修改定稿.

## 二、三维阵辐射图型多重强制零点的基本关系

**1. 阵多重强制零点空间表达式** 若由  $N$  个阵元在空间中任意放置组成三维阵, 其中第  $n$  元与阵坐标原点  $O$  对远场点的关系为  $e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_n(\theta_n, \phi_n), \hat{\mathbf{r}}(\theta, \phi) \rangle}$ , 式中  $\mathbf{r}_n(\theta_n, \phi_n)$  是第  $n$  元的位置坐标向量,  $\hat{\mathbf{r}}(\theta, \phi)$  为任意选定的要计算的远场点方向的单位向量, 则三维阵单位信号空间列矢量  $\mathbf{S}$  为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_1(\theta_1, \phi_1), \hat{\mathbf{r}}(\theta, \phi) \rangle} \\ e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_2(\theta_2, \phi_2), \hat{\mathbf{r}}(\theta, \phi) \rangle} \\ \vdots \\ e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_N(\theta_N, \phi_N), \hat{\mathbf{r}}(\theta, \phi) \rangle} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中,  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  表示向量的点积;  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$  为波数. 式(1)表明了阵辐射空间的几何性质. 在相控阵中, 形成连续扫描波束或多波束特性, 都是阵元权列矢量与它相互发生作用的结果而形成的; 在天线阵辐射图型生成可控零点, 也紧紧由阵元权列矢量与阵单位信号空间列矢量相联系.

如果阵元复权列矢量  $\mathbf{W}$  为

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} a_1 e^{j\delta_1} \\ a_2 e^{j\delta_2} \\ \vdots \\ a_N e^{j\delta_N} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

则三维阵远区场辐射图型表达式为

$$F(\theta, \phi) = \mathbf{S}^t \mathbf{W}, \quad (3)$$

式中, “ $t$ ” 表示矢量的转置. 我们任意选定  $M$  个方向  $\hat{\mathbf{r}}_i(\theta_i, \phi_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ , 强制阵远区场辐射图型在这些方向上, 同时产生独立的可控零点. 根据式(3), 则有一组零点强制方程

$$\mathbf{S}_i^t \mathbf{W} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{S}_i$  为阵单位信号空间矢量  $\mathbf{S}$  中的  $\hat{\mathbf{r}}(\theta, \phi)$  用  $\hat{\mathbf{r}}_i(\theta_i, \phi_i)$  代换求得, 并称为在  $\hat{\mathbf{r}}_i(\theta_i, \phi_i)$  方向零点强制矢量. 对应  $M$  个强制零点矢量构成零点强制阵单位信号空间矢量集合  $\sigma$  为

$$\sigma = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1^t \\ \mathbf{S}_2^t \\ \vdots \\ \mathbf{S}_M^t \end{bmatrix}. \quad (5)$$

根据矢量空间方法, 式(4)可写为

$$\mathcal{R}[\sigma^t] \mathfrak{N}[\sigma] = \mathbf{0}, \quad (6)$$

式中,  $\mathcal{R}[\sigma^t]$  和  $\mathfrak{N}[\sigma]$  分别为多重强制零点阵单位信号空间矢量集合  $\sigma$  的行空间和零空间, 则有如下性质<sup>[10,11]</sup>: 行空间  $\mathcal{R}[\sigma^t]$  与零空间  $\mathfrak{N}[\sigma]$  正交; 由于它们之间正交互补性质, 行空间  $\mathcal{R}[\sigma^t]$  与零空间  $\mathfrak{N}[\sigma]$  构成了  $N$  维空间; 由于  $\mathbf{S}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ , 是  $M$  个

线性不相关的矢量, 行空间  $\mathcal{R}[\sigma']$  是  $M$  维的, 对应的零空间  $\mathfrak{N}[\sigma]$ , 则是  $(N - M)$  维的, 并且阵元可控权列矢量在零空间  $\mathfrak{N}[\sigma]$  中; 如果零空间  $\mathfrak{N}[\sigma]$  一组正交规格化基为  $\mathbf{e}_{(1)}, \mathbf{e}_{(2)}, \dots, \mathbf{e}_{(N-M)}$  的话, 则阵元可控权列矢量表达式  $\mathbf{W}_c$  为

$$\mathbf{W}_c = \begin{bmatrix} \langle \mathbf{e}_{(1)}, \mathbf{W} \rangle \\ \langle \mathbf{e}_{(2)}, \mathbf{W} \rangle \\ \vdots \\ \langle \mathbf{e}_{(N-M)}, \mathbf{W} \rangle \end{bmatrix}. \quad (7)$$

我们把式(6)称为阵多重强制零点空间表达式。

**2. 阵多重强制零点空间表达式的解** 根据零空间  $\mathfrak{N}[\sigma]$  的性质<sup>[12]</sup>, 则生成零空间  $\mathfrak{N}[\sigma]$  的一组基  $\mathbf{X}_{(1)}, \mathbf{X}_{(2)}, \dots, \mathbf{X}_{(N-M)}$  为

$$\mathbf{X}_{(j)} = \begin{bmatrix} X_1^{(j)} \\ X_2^{(j)} \\ \vdots \\ X_M^{(j)} \\ O_{(1)} \\ \vdots \\ O \\ 1_{(j)} \\ O \\ \vdots \\ O_{(N-M)} \end{bmatrix}, (j) = 1, 2, \dots, (N - M); \quad (8)$$

式中

$$\mathbf{A}_{MM} = \begin{bmatrix} e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_1(\theta_1, \phi_1), \hat{\mathbf{r}}_1(\theta_1, \phi_1) \rangle} & e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_2(\theta_2, \phi_2), \hat{\mathbf{r}}_1(\theta_1, \phi_1) \rangle} \dots e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_M(\theta_M, \phi_M), \hat{\mathbf{r}}_1(\theta_1, \phi_1) \rangle} \\ e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_1(\theta_1, \phi_1), \hat{\mathbf{r}}_2(\theta_2, \phi_2) \rangle} & e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_2(\theta_2, \phi_2), \hat{\mathbf{r}}_2(\theta_2, \phi_2) \rangle} \dots e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_M(\theta_M, \phi_M), \hat{\mathbf{r}}_2(\theta_2, \phi_2) \rangle} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_1(\theta_1, \phi_1), \hat{\mathbf{r}}_M(\theta_M, \phi_M) \rangle} & e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_2(\theta_2, \phi_2), \hat{\mathbf{r}}_M(\theta_M, \phi_M) \rangle} \dots e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_M(\theta_M, \phi_M), \hat{\mathbf{r}}_M(\theta_M, \phi_M) \rangle} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{b}_{(j)} = \begin{bmatrix} e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_{M+j}(\theta_{M+j}, \phi_{M+j}), \hat{\mathbf{r}}_1(\theta_1, \phi_1) \rangle} \\ e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_{M+j}(\theta_{M+j}, \phi_{M+j}), \hat{\mathbf{r}}_2(\theta_2, \phi_2) \rangle} \\ \vdots \\ e^{jk_0 \langle \mathbf{r}_{M+j}(\theta_{M+j}, \phi_{M+j}), \hat{\mathbf{r}}_M(\theta_M, \phi_M) \rangle} \end{bmatrix}.$$

式(8)称为阵多重零点控制矢量空间的解。

**3. 多重强制零域的形成方法** 在实际问题中, 干扰随时间到达的方向稍有变化是经常发生的。为了保持工作所需适宜的信/噪比的值, 则要求阵辐射图型所产生的零点能够跟踪而始终对准干扰。特别是在多重干扰存在的情况, 将使得零点控制馈电网络系统变得十分复杂, 以至难以实现。为了解决这个问题, 我们引入了空间强制零域的概念, 即在某干扰方向上, 在某邻域内的立体角的范围内, 控制生成若干零点, 由于零点本身的扩展性

而形成阵辐射图型零域。

若预先任意给定 $M$ 个方向,使得阵辐射空间对着这些方向都同时产生零域。假设其中第 $i$ 个强制零域在 $\hat{r}_i(\theta_i, \phi_i)$ 方向的邻域内,由 $q_i$ 个零点生成。对式(4)加以扩展,则 $M$ 组零域强制方程为

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{S}_{i(1)}^i \mathbf{W} = 0 \\ \mathbf{S}_{i(2)}^i \mathbf{W} = 0 \\ \vdots \\ \mathbf{S}_{i(q_i)}^i \mathbf{W} = 0 \end{array} \right\}, i = 1, 2, \dots, M. \quad (9)$$

利用上述相同方法,根据式(9),构成 $M$ 个强制零域的阵单位信号空间矢量集合 $\sigma_{\text{域}}$ 的空间 $\mathcal{R}[\sigma_{\text{域}}]$ 和对应的零空间 $\mathfrak{N}[\sigma_{\text{域}}]$ ,找到多重强制零域零空间 $\mathfrak{N}[\sigma_{\text{域}}]$ 的一组基为

$$\mathbf{X}_{(j)} = \begin{bmatrix} X_{1,1}^{(j)} \\ X_{2,1}^{(j)} \\ \vdots \\ X_{q_1,1}^{(j)} \\ X_{1,2}^{(j)} \\ X_{2,2}^{(j)} \\ \vdots \\ X_{q_2,2}^{(j)} \\ \vdots \\ X_{1,M}^{(j)} \\ X_{2,M}^{(j)} \\ \vdots \\ X_{q_M,M}^{(j)} \\ O_{(1)} \\ \vdots \\ O \\ 1_{(j)} \\ O \\ \vdots \\ O \end{bmatrix}, (j) = 1, 2, \dots, \left(N - \sum_{i=1}^M q_i\right); \quad (10)$$

式中,  $[X_{1,1}^{(j)}, X_{2,1}^{(j)}, \dots, X_{q_1,1}^{(j)}, X_{1,2}^{(j)}, X_{2,2}^{(j)}, \dots, X_{q_2,2}^{(j)}, \dots, X_{1,M}^{(j)}, X_{2,M}^{(j)}, \dots, X_{q_M,M}^{(j)}]^T$  的解与式(8)类同。

在同相定向强制条件下<sup>[13]</sup>,形成阵的定向波束,则阵元权列矢量为

$$\mathbf{W}_0 = \begin{bmatrix} e^{-jk_0 \langle \mathbf{r}_1(\theta_1, \phi_1), \hat{\mathbf{r}}_0(\theta_0, \phi_0) \rangle} \\ e^{-jk_0 \langle \mathbf{r}_2(\theta_2, \phi_2), \hat{\mathbf{r}}_0(\theta_0, \phi_0) \rangle} \\ \vdots \\ e^{-jk_0 \langle \mathbf{r}_N(\theta_N, \phi_N), \hat{\mathbf{r}}_0(\theta_0, \phi_0) \rangle} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中,  $(\theta_0, \phi_0)$  方向表示阵定向方向。令生成多重强制零域零空间 $\mathfrak{N}[\sigma_{\text{域}}]$ 的一组规格化正

交基为  $\mathbf{e}_{(1)}, \mathbf{e}_{(2)}, \dots, \mathbf{e}_{\left(N - \sum_{i=1}^M q_i\right)}$ , 则多重强制零域可控阵元权矢量  $\mathbf{W}_c$  由该零空间  $\mathfrak{N}[\sigma_{\text{域}}]$  规格化正交基生成, 其表达式为

$$\mathbf{W}_c = \langle \mathbf{e}_{(1)}, \mathbf{W}_0 \rangle \mathbf{e}_{(1)} + \langle \mathbf{e}_{(2)}, \mathbf{W}_0 \rangle \mathbf{e}_{(2)} + \dots + \langle \mathbf{e}_{\left(N - \sum_{i=1}^M q_i\right)}, \mathbf{W}_0 \rangle \mathbf{e}_{\left(N - \sum_{i=1}^M q_i\right)}. \quad (12)$$

本节中所研究的生成零域的方法, 用式(8)、(9)中的  $\mathbf{S}_i$  元素, 波长  $\lambda$  与成零空间角的关系, 可直接导入宽带零点的生成<sup>[4]</sup>.

### 三、多重零点控制阵射辐图型的分解公式

根据上述分析, 已知生成行空间  $\mathcal{R}[\sigma']$  的一组基为  $\mathbf{S}_i, i = 1, 2, \dots, M$  和生成零空间  $\mathfrak{N}[\sigma]$  的一组基为  $\mathbf{X}_{(j)}, j = 1, 2, \dots, (N-M)$ . 令  $\mathbf{e}_i, i = 1, 2, \dots, M$  为行空间  $\mathcal{R}[\sigma']$  的一组正交规格化基;  $\mathbf{e}_{(j)}, j = 1, 2, \dots, (N-M)$  为零空间  $\mathfrak{N}[\sigma]$  一组正交规格化基. 根据 Gram-Schmidt 正交化方法<sup>[4]</sup>, 可求得

$$\mathbf{e}_i = \frac{\mathbf{S}_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\langle \mathbf{V}_{i-1}, \mathbf{S}_i \rangle}{\langle \mathbf{V}_{i-1}, \mathbf{V}_{i-1} \rangle} \mathbf{V}_{i-1}}{\sqrt{\langle \mathbf{V}_i, \mathbf{V}_i \rangle}}, \quad i = 1, 2, \dots, M; \quad (13)$$

$$\mathbf{e}_{(j)} = \frac{\mathbf{X}_{(j)} - \sum_{k=1}^{j-1} \frac{\langle \mathbf{W}_{(j-1)}, \mathbf{X}_{(j)} \rangle}{\langle \mathbf{W}_{(j-1)}, \mathbf{W}_{(j-1)} \rangle} \mathbf{W}_{(j-1)}}{\sqrt{\langle \mathbf{W}_{(j)}, \mathbf{W}_{(j)} \rangle}}, \quad (j) = 1, 2, \dots, (N-M); \quad (14)$$

式中,  $\mathbf{V}_i, i = 1, 2, \dots, M$  和  $\mathbf{W}_{(j)}, j = 1, 2, \dots, (N-M)$  分别为行空间  $\mathcal{R}[\sigma']$  和零空间  $\mathfrak{N}[\sigma]$  的正交基. 由于行空间  $\mathcal{R}[\sigma']$  和零空间  $\mathfrak{N}[\sigma]$  的正交互补性质, 则  $\mathbf{e}_i, i = 1, 2, \dots, M$  和  $\mathbf{e}_{(j)}, j = 1, 2, \dots, (N-M)$  构成完整的  $N$  维空间的正交规格化基, 则有

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}'_1 \\ \mathbf{e}'_2 \\ \vdots \\ \mathbf{e}'_M \\ \mathbf{e}'_{(1)} \\ \mathbf{e}'_{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{e}'_{(N-M)} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

令  $\mathbf{P}_{\mathfrak{N}[\sigma']}$  和  $\mathbf{P}_{\mathfrak{N}[\sigma]}$  分别表示行空间  $\mathcal{R}[\sigma']$  和零空间  $\mathfrak{N}[\sigma]$  的正交规格化基的集合, 则有如下性质

$$\mathbf{P}\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}\mathbf{P}^t = \mathbf{I}, \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{\mathfrak{N}[\sigma]}^\dagger \mathbf{P}_{\mathfrak{N}[\sigma]} = \mathbf{I} - \mathbf{P}_{\mathfrak{N}[\sigma']}^\dagger \mathbf{P}_{\mathfrak{N}[\sigma']}, \quad (17)$$

式中, “ $\dagger$ ” 表示矩阵的复共轭转置;  $\mathbf{I}$  是  $N$  阶单位矩阵.  $\mathbf{P}$  称为多重零点控制强制酉变换

算子,它是 Hermit 正交矩阵.

根据式(15),作如下酉变换

$$\mathbf{W}_c = \mathbf{P}\mathbf{W}, \quad (18)$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{P}^\dagger \mathbf{W}_c. \quad (19)$$

若在同相定向条件下,则有阵元权列矢量为

$$\mathbf{W} = \mathbf{P}_{\varrho[\sigma]}^\dagger \mathbf{P}_{\varrho[\sigma]} \mathbf{W}_0. \quad (20)$$

将式(17)代入式(20),在多重零点强制下,阵元权列矢量  $\mathbf{W}$  为

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_0 - \mathbf{P}_{\varrho[\sigma']}^\dagger \mathbf{P}_{\varrho[\sigma']} \mathbf{W}_0. \quad (21)$$

把式(13)代入式(21)的第二项,不难证明,它是以  $\mathbf{S}_i^*$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$  为一组基所生成矢量空间中的一个矢量,令其坐标为  $c_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ , 则式(21)变为

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_0 - \sum_{i=1}^M c_i \mathbf{S}_i^*. \quad (22)$$

根据式(3),则多重零点控制三维阵辐射图型  $F(\theta, \phi)$  为

$$F(\theta, \phi) = \mathbf{S}' \mathbf{W}_0 - \sum_{i=1}^M c_i \mathbf{S}' \mathbf{S}_i^*, \quad (23)$$

式中,“\*”表示复共轭关系;  $c_i$  由下式给出

$$c = [c_i] = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{d}; \quad (24)$$

$$\mathbf{M} \triangleq [\mathbf{S}'_i \mathbf{S}'_j], \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad j = 1, 2, \dots, M; \quad (25)$$

$$\mathbf{d} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{S}'_1 \mathbf{W}_0 \\ \mathbf{S}'_2 \mathbf{W}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{S}'_M \mathbf{W}_0 \end{bmatrix}. \quad (26)$$

$\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{d}$  分别被称为阵零点信号空间相关矩阵和阵零点信号空间与无强制零点阵元权列矢量的相关矢量.

式(23)被称为多重零点控制三维阵辐射图型的分解公式. 对式(23)作如下讨论: 第一项  $\mathbf{S}' \mathbf{W}_0$  是在相控方向  $\hat{\mathbf{r}}(\theta_0, \phi_0)$  的主波束, 而第二项求和式中,  $\mathbf{S}' \mathbf{S}_i^*$  是在零点方向  $\hat{\mathbf{r}}_i(\theta_i, \phi_i)$  的强制波束. 由此可见, 实质上,  $\mathbf{S}_i^*$  是第  $i$  零点波束的阵元权矢量; 在  $\hat{\mathbf{r}}_i(\theta_i, \phi_i)$  方向是由主波束和调整系数  $c_i$  的强制波束  $\mathbf{S}' \mathbf{S}_i^*$  之代数和形成零点. 从阵的辐射空间方面, 可把强制主波束的多重零点阵辐射图型解释为阵单位信号空间矢量在多重不相关阵元权矢量集合  $\mathbf{W}_0, \mathbf{S}_1^*, \mathbf{S}_2^*, \dots, \mathbf{S}_M^*$  所生成的  $M+1$  维矢量空间分解而成. 同时, 它亦十分直观地揭示了零点形成的位置对主波束失真的影响. 下面为讨论辐射图型零点控制的有效性, 我们提出了数值计算结果, 并涉及了工程实现的有关问题.

利用式(23), 对各向同性元组成的等间隔相控圆阵零点控制性能进行了数值计算. 阵平面在  $XOY$  平面内, 设  $a$  为阵半径,  $\lambda$  为工作波长. 图1给出了  $N = 18$ ,  $a/\lambda = 1.0$ ,  $\theta = 90^\circ$ ; 相控方向为  $(\theta_0 = 90^\circ, \phi_0 = 0)$ , 在  $(\theta = 90^\circ, \phi = 37^\circ)$ ,  $(\theta = 90^\circ, \phi = 70^\circ)$ ,  $(\theta = 90^\circ, \phi = 120^\circ)$  给定方向上, 同时形成多重零点的辐射图型. 对每个零点  $\pm 3^\circ$  范围, 每隔  $0.5^\circ$  进行数值计算表明, 相对主瓣峰值  $-50\text{dB}$  的零点深度, 可得到零点宽度为  $\pm 0.6^\circ$ . 从图中可以看出, 在主波束的副瓣区形成若干零点, 由于  $c_i$  加权系数小,

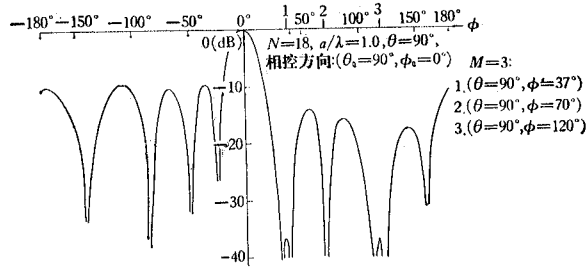
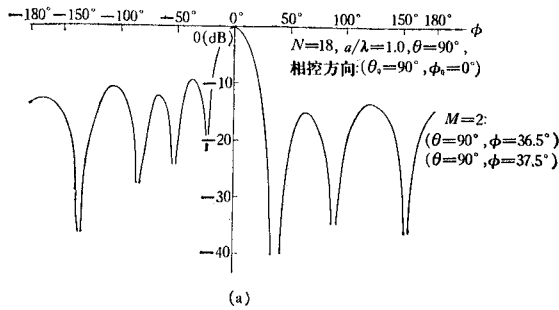
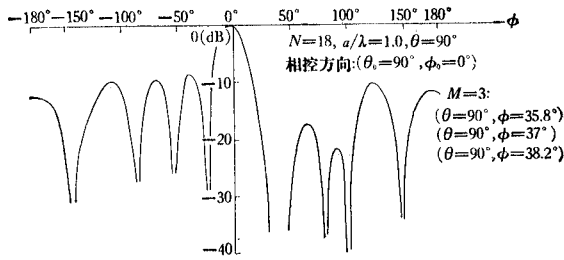


图 1 具有三个零点的 18-元相控圆阵辐射图型

Fig. 1 Radiation pattern of 18-element phased circular array with 3-nulls



(a)



(b)

图 2 18-元相控圆阵辐射图型

(a) 由 2 个零点构成一个零域 (b) 由 3 个零点构成一个零域

Fig. 2 Radiation pattern of 18-element phased circular array

(a) One null region with 2-nulls (b) One null Region with 3-nulls

强制零点波束对主瓣影响甚小。因此,在主波束副瓣区干扰成零,对提高信/噪比十分有效。图 2(a)给出了  $N = 18, a/\lambda = 1.0, \theta = 90^\circ$ , 相控方向  $(\theta_0 = 90^\circ, \phi_0 = 0^\circ)$ , 在  $\phi = 37^\circ$  方向周围用  $37^\circ \pm 0.5^\circ$  两个零点形成零域的阵辐射图型。对该零域从  $33.5^\circ$  至  $40.5^\circ$  范围,每隔  $0.5^\circ$  进行数值计算表明,相对于主瓣峰值  $-50$  dB 的零点深度,可得到零域宽度为  $\pm 1.8^\circ$ 。在图 2(b)中,使用图 2(a)所示相同的阵参量,在  $(\theta = 90^\circ, \phi = 37^\circ)$  方向周围,规定  $(\theta = 90^\circ, \phi = 35.8^\circ)$ 、 $(\theta = 90^\circ, \phi = 37^\circ)$ 、 $(\theta = 90^\circ, \phi = 38.2^\circ)$  三个零点形成零域的阵辐射图型。从  $32.8^\circ$  至  $41.2^\circ$  每隔  $0.5^\circ$  对该零域进行了数值计算表明,相对于主瓣峰值  $-80$  dB 零域深度其零域宽度为  $\pm 1.8^\circ$ ,与图 2(a)比较,相同的零域宽度,而零域深度加深 30 dB。图 3 给出了  $N = 18, a/\lambda = 1.0, \theta = 90^\circ$ , 相控方向为

( $\theta = 90^\circ, \phi_0 = 0^\circ$ ), 在主瓣内 ( $\theta = 90^\circ, \phi = 10^\circ$ ) 方向形成零点的阵辐射图型。从图中, 我们看出, 在这种情况下, 由于  $c_i$  加权系数大, 使主瓣峰值偏移  $-8^\circ$ , 但从  $7^\circ$  至  $13^\circ$  每隔  $0.5^\circ$  对该零点进行数值计算表明, 相对于 ( $\theta_0 = 90^\circ, \phi_0 = 0^\circ$ ) 的 0 dB 电平值, 在 ( $\theta = 90^\circ, \phi = 10^\circ$ ) 方向  $\pm 0.5^\circ$  的零点宽度可得到  $-20$  dB 的零点深度。而在无强制零点时, 对应的常规阵在 ( $\theta = 90^\circ, \phi = 10^\circ$ ) 方向的电平值为  $-3$  dB<sup>[23]</sup>, 与之比较, 主瓣强制零点对该方向干扰多压低了  $-17$  dB, 因此在信/噪比方面也有相当改善。根据上述分析和数值结果, 证实了阵辐射图零点控制是抗干扰的一种特别重要的手段。进行零点控制, 首先由式 (22)、(23), 根据具体天线结构, 计算出阵元可控权列矢量  $\mathbf{W}$ 。对应于每个阵元的权, 包括幅度和相位调整, 在具体技术上, 可用 3、4、5……比特数字相移器和 0.1 dB、0.5 dB、1.0 dB、…等步长数字式衰减器来实现。还须指出, 零点控制实际能达到的深度与数字相移器、数字衰减器工艺、量化误差、阵参量误差效应等因素有关, 这是需要进一步研究的方面。

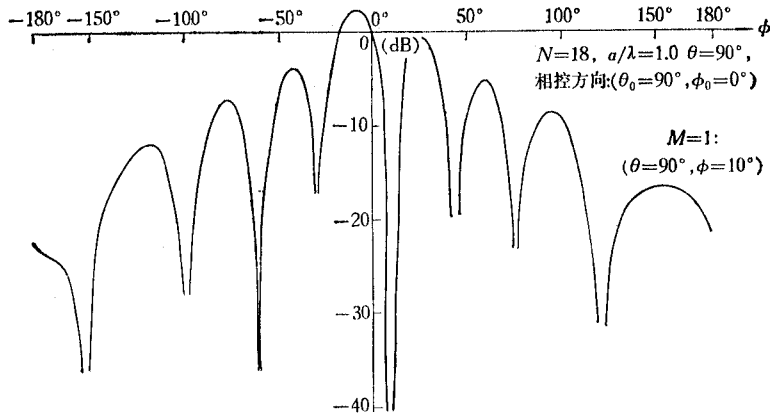


图 3 在主瓣中具有一个零点的 18-元相控圆阵辐射图型

Fig. 3 Radiation pattern of 18-element phased circular array with one-null in main lobe

#### 四、零点控制波束分解与自适应阵成零的类比

自适应天线阵成零已成为近代自适应天线技术的主要利用之点<sup>[15]</sup>, 它是涉及信号处理、最优化技术、控制理论以及概率和统计等许多学科的综合性天线技术。由于从天线阵辐射空间的性质出发, 多重自适应成零天线阵与多重零点强制天线阵有着相同的本源, 因此, 在本节研究它们辐射图型, 对于研究它们之间的联系和区别将是有益的。

根据 Howell-Applebaum 自适应天线阵自适应方程, 作酉变换的阵元权列矢量的解为

$$\hat{W}_i = \hat{W}_{q_i} - (1 - e^{-\alpha_i t}) \frac{(\mu_i - \mu_0)}{\mu_i + 1} \hat{W}_{q_i}, \quad (27)$$

式中,  $\alpha_i = \frac{1 + \mu_i}{\tau_0}$  是瞬态衰减因子;  $\mu_i = r \lambda_i$  是等效增益因子;  $\lambda_i$  是干扰-噪声输入系统协方差矩阵  $M$  的第  $i$  个特征值。根据式 (27), 多重自适应成零的三维阵辐射图型函数  $F(\theta, \phi, t)$  为<sup>[17]</sup>



$$F(\theta, \phi, z) = \mathbf{S}^t \mathbf{W}_q - \sum_{i=1}^N (1 - e^{\alpha_i t}) \left( \frac{\mu_i - \mu_0}{\mu_i + 1} \right) \hat{W}_{q_i} \mathcal{D}_i(\theta, \phi), \quad (28)$$

式中,  $\mathbf{S}$  由式 (1) 给出;  $\mathbf{W}_q$  如果在同相定向条件下, 由式 (11) 给出;  $\mathcal{D}_i(\theta, \phi)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  由下式给出

$$\hat{\mathbf{F}}^* = \{ \mathcal{D}_i(\theta, \phi) \} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}^t \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{S}^t \mathbf{e}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{S}^t \mathbf{e}_N \end{bmatrix}, \quad (29)$$

式中,  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_N$  是干扰-噪声系统输入协方差矩阵  $\mathbf{M}$  的特征矢量. 由于  $\mathbf{M}$  矩阵是正定 Hermit 型的, 因此,  $\mathbf{e}_i, i = 1, 2, \dots, N$  之间是正交规格化的, 则  $\hat{\mathbf{F}}^*$  表示了阵单位信号空间矢量  $\mathbf{S}$  向  $\mathbf{M}$  矩阵特征矢量空间投影而形成正交特征矢量波束集合. 式 (28) 称为多重自适应成零三维阵辐射图型正交分解式.

比较式 (28) 和式 (23), 作如下讨论: 在同相定向条件下, 它们的第一项是相同的. 它们的第二项, 即求和项形式相同; 对于多重零点控制阵, 它为阵单位信号空间矢量  $\mathbf{S}$  在每个零点强制阵单位信号空间矢量  $\mathbf{S}_i^*$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$  上的投影, 相应加权形成的波束集合; 对于多重零点自适应阵, 它为阵单位信号空间矢量  $\mathbf{S}$  在干扰-噪声系统输入协方差矩阵特征矢量空间  $\mathbf{e}_i, i = 1, 2, \dots, N$  上的投影, 加权形成的正交波束集合; 都是每个零点对应一个波束, 而零点都是其波束加权再与主波束叠加而形成; 每一个零点都消耗阵的一个自由度. 对于自适应阵捕捉成零的最大自由度与零点控制阵一样都是由阵的自由度的数目决定. 其不同点在于: 在干扰方向成零时, 实际消耗的阵的自由度的数目不同. 对于零点控制技术, 预先由设计者决定; 而自适应阵成零, 则由时-实、干扰-噪声环境决定. 由于它们有相同的本源, 零点、零域、宽带零的控制方法, 都可导入自适应阵中使用.

在本项研究工作过程中, 得到了中国科学院电子学研究所吕保维教授和西南交通大学任朗教授的热情支持和宝贵指导, 对国家气象局岳川、刘泽、梁孟铎等同志给予的热情支持, 对付振宣同志在数值计算方面给予的支持和帮助, 在此一并表示衷心感谢.

## 参 考 文 献

- [1] P. L. E. Uslenghi, *Electromagnetic Scattering*. Academic Press Inc., 1978.
- [2] D. E. N. Davies, *IEEE Trans. on AP*, **AP-15**(1967), 296.
- [3] C. Drane Jr. and J. Meilvanna, *Radio and Electron Eng.*, **39**(1970), 49.
- [4] J. Meilvanna and C. Drane, Jr., *Radio and Electron Eng.*, **41**(1971), 569.
- [5] D. E. N. Davies, *Proc. IEE*, **112**(1965), 2041.
- [6] D. E. N. Davies and Mrs. M. Rizk, *Electronics Letters*, **13**(1977), 669.
- [7] D. E. N. Davies, M. S. As Rizk, *IEE Conference Publication*, No. 169, *Antennas and Propagation*, (1978), p. 60.
- [8] J. Meilvanna et al., AD-A031, 153 (RADC-TR-76-183).
- [9] B. D. Steinberg, *Principles of Aperture and Array System Design*, John Wiley & Sons Inc., (1976), pp. 253—261.
- [10] G. Strang, *Linear Algebra and Its Application*, Academic Press, (1976), Chapter 2.
- [11] E. A. Guillemin, *The Mathematics of Circuit Analysis*, John Wiley and Sons Inc., (1951), pp. 132—

- 182.
- [12] E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, John Wiley and Sons. Inc., (1972), Chapter 6.
  - [13] 刘振威, *电子学通讯*, 1(1979), 118.
  - [14] F. B. Hildebrand, *Methods of Applied Mathematics*, Prentice-Hall, (1965), pp. 34—36.
  - [15] W. F. Gabriel, *Proc. IEEE*, 64(1976), 239.
  - [16] M. D. Windram, et al., *IEE Proc.* 127, F(1980), 243.
  - [17] 刘振威, *电子学通讯*, 3(1981), 137.

## ANTENNA ARRAY PATTERN NULL-STEERING—— A THEORETICAL INTRODUCTION

Liu Zhenwei

*(Institute of Spacecraft System Engineering, The Chinese Academy of Space Technology)*

Antenna array pattern null-steering is one of the important current topics in array synthesis theory, because it is very effective in suppressing interfering signals. Thus the problem of forming nulls in the radiational pattern of three-dimensional arrays is discussed. This paper discusses the following aspects of the said arrays: The essential relations of forming multi-nulls are analysed by the method of vector space; The method of forming multi-null regions is presented by the concept of null region in terms of the extended property of null itself the beam-resolvent formulation of radiational pattern of multi-null steering is derived; numerical results are included and discussed. The beam-resolvent formulation is analogous to the one of adaptive arrays.