

# 一种新型自适应天线的阵列输出特性分析<sup>1</sup>

杜惠平 武刚 赵为粮

(重庆邮电学院电子信息工程学院 重庆 400065)

**摘要** 针对杜惠平(1999)提出的一种基于菲涅尔区修正结构聚焦的多波束自适应天线,引入一个统一的模型,通过与均匀线形阵列的比较和分析,说明了这种自适应天线的阵列输出特性兼有均匀线形阵列和多波束天线二者的特点。计算机模拟结果表明,利用这种天线可以有效地完成自适应处理。

**关键词** 自适应天线,菲涅尔区相位修正平板,多波束天线,阵列输出

**中图分类号** TN820

## 1 引言

数十年来,自适应天线技术的研究已得到了长足的发展<sup>[1]</sup>。从现有的研究结果来看,在自适应天线具体实现中仍不同程度地存在着这样或那样一些问题。其中,在来波方向估计(DOA, Direction Of Arrival)上最为突出的矛盾表现为测向精度与处理速度、分辨力与阵列尺寸、算法的统一性与宽适应性等关键问题。为了解决有关问题,除可以继续开展对有关算法的研究之外,一种有效的研究途径在于寻求新的自适应天线结构及测向机制,从而更好地解决有关问题。

文献[2]中提出一种基于菲涅尔区相位修正结构聚焦的多波束自适应天线(FMBA, Fresnel zone phase correcting construction focused Multi-Beam self-adaptive Antenna),并在接收及发射两种工作状态下对其性能进行了计算机模拟。文献[3]中通过从信号处理角度的进一步定性分析,指出其性能应当兼有均匀线形阵(ULA, Uniformly spaced Linear Array)及多波束天线(MBA, Multiple-Beam Antenna)两方面的特点。此外,利用多信号分类(MUSIC, Multiple Signal Classification)算法进行的相关来波方向估计的计算机模拟结果也验证了有关分析。

考虑到所进行的来波估计基于天线阵列输出数据,因此,通过对这种天线阵列输出特性的分析将有助于更好地理解这一天线的特点。为此,本文首先在第2节和第3节中分别从物理模型及信号模型两个方面,建立了将两种阵列相统一的分析模型。在这一模型下,我们通过分析与比较ULA与FMBA两种天线的阵列输出特性,得出了后者的一些处理特点。在第4节中利用数值计算和计算机模拟验证了有关分析。

## 2 ULA和FMBA两种阵列天线的物理模型

考察图1(a)和图1(b)所示的ULA和FMBA两种阵列天线模型;一方面,ULA阵列模型由沿 $x$ 轴方向均匀间隔摆放的各向同性阵元直线阵构成。另一方面,将一个ULA阵列置于沿 $x$ 轴放置的菲涅尔相位修正平面(FZP, Fresnel Zone phasing-correcting Plate)聚焦结构的聚焦平面上,则可以构成基于FZP结构的FMBA模型<sup>[2]</sup>。设入射波电场垂直于由入射射线与天线阵列轴线构成入射平面(TE情形),且平行于 $z$ 轴。设 $y$ 轴在入射平面内且垂直于 $x$ 轴向上,则利用图示坐标可以将入射波磁场表示为

$$\mathbf{H} = (-x \cos \theta + y \sin \theta) H_0 \exp(jk_0 x \sin \theta) \quad (1)$$

<sup>1</sup> 1999-07-20收到, 2000-03-14定稿  
重庆市教委科技基金资助项目(D2000-10)

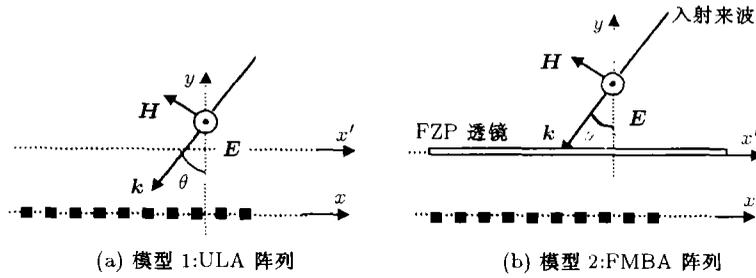


图 1 两种阵列的物理模型

式中,  $H_0$  为波场的幅度因子, 设  $Z_0 H_0 = 1$ ,  $k_0$  为波数. 对应地,  $y = 0$  平面上的电场强度矢量可以表示为

$$\mathbf{E} = -Z_0 \mathbf{k} \times \mathbf{H} = \hat{z} Z_0 H_0 \exp(jk_0 x \sin \theta) = z \exp(jk_0 x \sin \theta) \quad (2)$$

显然, 在图 1(a) 中所示模型下, ULA 中各阵元位置处的来波场可以直接用 (2) 式表示. 在图 1(b) 中所示 FMBA 模型下, 若其聚焦结构采用半波修正的一维 FZP 透镜, 并共设有  $2l - 1$  个相位修正区域 ( $l$  为非涅尔区数). 当在奇数区域采用通带, 而在各偶数区域采用阻带设计时, 可以推导各阵元位置处的电场强度矢量如下:

$y = 0$  平面上的等效电流密度矢量则可以表示为

$$\mathbf{J} = -2\hat{n} \times \mathbf{H} = -\hat{z} 2H_0 \cos \theta \exp(jk_0 x \sin \theta) \quad (3)$$

单位宽度的电流产生的二次辐射场电场可以进一步表示为

$$\begin{aligned} d\mathbf{E} &= -z \frac{k_0^2 J dx'}{4\omega\epsilon} H_0^{(2)}(k_0 \rho) \\ &= \hat{z} Z_0 H_0 \frac{k_0 \cos \theta}{2} \exp(jk_0 x' \sin \theta) H_0^{(2)}(k_0 \sqrt{f^2 + (x - x')^2}) \\ &= \hat{z} \frac{k_0 \cos \theta}{2} \exp(jk_0 x' \sin \theta) H_0^{(2)}(k_0 \sqrt{f^2 + (x - x')^2}) \end{aligned} \quad (4)$$

上式推导过程中, 已利用了  $k_0^2 = \omega^2 \mu \epsilon$ ,  $Z_0^2 = (\mu/\epsilon)^2$  及  $Z_0 H_0 = 1$  等关系, 并将电流所在位置坐标表示为带撇量  $x'$ . 式中  $f$  为观察点到  $y = 0$  平面的距离, 当观察点处于焦平面上时, 这一距离即为焦距;  $H_0^{(2)}$  为第二类汉克尔 (Hankel) 函数, 表示向外传播的柱面行波.

由于各非涅尔区关于原点对称分布, 各非涅尔区域的边界为

$$\pm a_i = \sqrt{jf\lambda + \frac{(i\lambda)^2}{4}}, \quad i = 1, 2, \dots, l \text{ 为非涅尔区序号} \quad (5)$$

式中,  $\lambda$  为电磁波的工作波长,  $f$  为 FZP 聚焦结构的设计焦距. 考虑到结构的对称性, 为了方便有关的表示, 可以引入  $a_0 = 0$ .

利用 (4) 式, 图 1(b) 中各阵元位置处的电场强度矢量可以表示为

$$E = \tilde{z} \frac{k_0 \cos \theta}{2} \sum_{i=0 \text{ 或偶数}}^{a_i+1} \left\{ \int_{a_i}^{a_i+1} H_0^{(2)}(k_0 \sqrt{f^2 + (x-x')^2}) \exp(jk_0 x' \sin \theta) dx' + \int_{a_i}^{a_i+1} H_0^{(2)}(k_0 \sqrt{f^2 + (x+x')^2}) \exp(-jk_0 x' \sin \theta) dx' \right\} \quad (6)$$

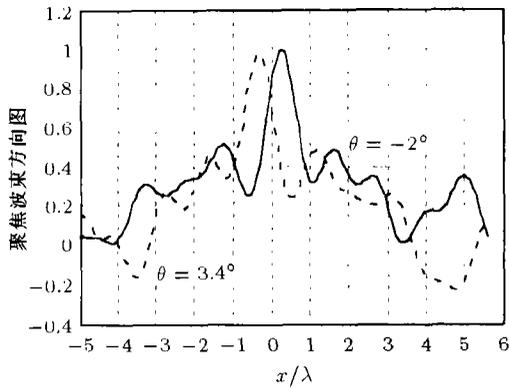


图 2 FZP 聚焦平面上的一组聚焦场分布

利用 (6) 式, 可以计算任意入射角度的来波在焦平面上产生的聚焦场幅度分布。

当选择 FZP 口径半径为  $11.2\lambda$ , 焦距  $f = 5\lambda$ , 菲涅尔区数为  $l=5$  时, 一组理论计算的焦平面上聚焦场分布如图 2 中所示。图中横坐标为波长归一化后的观察点  $x$  方向坐标, 纵坐标为归一化场幅, 两条曲线分别对应于入射角度为  $-2^\circ$  (实线) 及  $+3.4^\circ$  (虚线) 时 FMBA 模型聚焦波束的包络分布。这里设定来波方向与  $-x$  方向相同时, 来波与  $-y$  方向的夹角为正。

### 3 两种阵列输出的信号模型

#### 3.1 统一的阵列输出分析模型

为了比较两种天线的阵列输出的特性, 在  $K$  个单位振幅信号  $S_k(t) (k = 1, 2, \dots, K)$  入射的情形, 考察两者对应的信号模型。设两种阵列中阵元天线均以等间距  $\xi$  排列, 阵元输出正比于该天线所在位置处的场强, 对阵元输出采样的时间间隔为  $\tau$ 。同时考虑到各个阵元通道中存在的随机噪声  $n_m(t)$  为方差为  $\sigma^2$  的零均值随机过程, 且假设噪声和信号之间不相关, 第  $m$  个馈源在第  $t$  时刻的输出为

$$e(m\xi, t) = \sum_{k=1}^K f_m(\theta_k) S_k(t) + n_m(t) \quad (7)$$

其中,  $f_m(\theta_k) = a_m(\theta_k) \exp[j\phi_m(\theta_k)]$  为第  $k$  个单位振幅的来波信号在第  $m$  个阵元上产生的输出 (幅度和相位), 显然, 在 ULA 和 FMBA 两种天线模型下, 这一函数应分别表示为

$$f_m(\theta_k) = c_m \exp(jk_k x_m \sin \theta_k), \quad (\text{ULA}) \quad (8a)$$

$$f_m(\theta_k) = c'_m \frac{k_k \cos \theta_k}{2} \sum_{i=0 \text{ 或偶数}}^{a_i+1} \left\{ \int_{a_i}^{a_i+1} H_0^{(2)}(k_k \sqrt{f^2 + (x_m - x')^2}) \exp(jk_k x' \sin \theta_k) dx' + \int_{a_i}^{a_i+1} H_0^{(2)}(k_k \sqrt{f^2 + (x_m + x')^2}) \exp(-jk_k x' \sin \theta_k) dx' \right\}, \quad (\text{FMBA}) \quad (8b)$$

这里, 已假定各阵元输出信号值正比于该阵元所在位置处  $x_m$  的波场, 且在 ULA 阵及 FMBA 阵情形下的比例因子分别为  $c_m$  及  $c'_m$ , 各阵元通道  $c_m$  及  $c'_m$  均相等; 来波波数及入射角度分别为  $k_k$  及  $\theta_k$ 。

对阵列输出  $P$  次离散采样后, 可构成样本矩阵  $A = \{A_{m,p}\} = \{e(m\xi, p\tau)\}$ , 并可产生协方差矩阵的一个估计值  $R = E[A^T A^*] = \{\langle B_{m,n} \rangle\}$ , 估计协方差矩阵的第  $(m, n)$  个元素  $\langle B_{m,n} \rangle$  可表示为

$$\begin{aligned} \langle B_{m,n} \rangle &= \frac{1}{P} \sum_p e(m\xi, p\tau) e^*(n\xi, p\tau) \\ &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K [f_m(\theta_k) f_n^*(\theta_l)] \left\{ \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P S_k(p\tau) S_l^*(p\tau) \right\} + \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P n_m(p\tau) n_n^*(p\tau) \quad (9) \end{aligned}$$

这里, 利用相关因子  $\rho_{kl}$  描述两个源  $S_k(t)$  与  $S_l(t)$  之间的相关性. 设  $g_k$  和  $g_l$  分别表示第  $k$  个和第  $l$  个入射信号源的功率, 在抽样数目  $P$  足够多时, 有下式成立:

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P S_k(p\tau) S_l^*(p\tau) = \rho_{kl} \sqrt{g_k g_l} = \rho_{kl} a_{kl} \quad (10)$$

(9) 式从而可以化简为

$$\langle B_{m,n} \rangle = \begin{cases} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K [f_m(\theta_k) f_m^*(\theta_l)] \rho_{kl} \cdot a_{kl} + \sigma^2, & m = n \\ \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K [f_m(\theta_k) f_n^*(\theta_l)] \rho_{kl} \cdot a_{kl}, & m \neq n \end{cases} \quad (11)$$

考虑到  $k = l$  时,  $\rho_{kl} = 1$ ,  $a_{kl} = g_k$ , 因此, 当信号源彼此互不相关 (频率互不相等) 时, (11) 式可以改写为

$$\langle B_{m,n} \rangle = \begin{cases} g \sum_{k=1}^K a_m^2(\theta_k) + \sigma^2, & m = n \\ g \sum_{k=1}^K [f_m(\theta_k) f_n^*(\theta_k)], & m \neq n \end{cases} \quad (12a)$$

当存在彼此相关的信号源时, (11) 式可以改写为

$$\langle B_{m,n} \rangle = \begin{cases} g \sum_{k=1}^K \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^K \rho_{kl} [a_m(\theta_k) a_m(\theta_l)] \exp[j\phi_m(\theta_k) - j\phi_m(\theta_l)] + \sigma^2 \\ \quad + g \sum_{k=1}^K [a_m^2(\theta_k)], & m = n \\ g \sum_{k=1}^K \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^K \rho_{kl} [a_m(\theta_k) a_n(\theta_l)] \exp[j\phi_m(\theta_k) - j\phi_n(\theta_l)] \\ \quad + g \sum_{k=1}^K [f_m(\theta_k) f_n^*(\theta_k)], & m \neq n \end{cases} \quad (12b)$$

### 3.2 FMBA 与 ULA 的阵列输出协方差矩阵比较

利用 (12a) 式和 (12b) 式, 通过对 FMBA 与 ULA 阵列输出的协方差矩阵进行比较, 可以进一步分析 FMBA 模型阵列输出的特点.

(1) 在不相关来波情形时, 由 (8a) 式、(8b) 式可知, ULA 阵列输出中,  $a_m(\theta_k) = 1$ ,  $\phi_m(\theta_k) = \exp(jk_k x_m \sin \theta_k)$ , ( $m = 1, 2, \dots; k = 1, 2, \dots$ ); 而 FMBA 阵列输出中,  $a_m(\theta_k) \neq 1$  且服从 FZP 聚焦结构的聚焦场幅度分布,  $\phi_m(\theta_k)$  随阵元位置呈现出较复杂的分布规律<sup>[2]</sup>. 比较二者的阵列输出协方差矩阵可知, ULA 阵列输出协方差矩阵具有 Toeplitz 结构, 即矩阵主对角线的元素相同, 并且平行于主对角线方向的各个对角线上的元素都相同; 而 FMBA 馈源阵列输出的协方差矩阵则为非 Toeplitz 结构. 此外, 由于 FMBA 聚焦场幅度分布与入射角度对应的特点, 其协方差矩阵对角线元素幅度对应各馈源输出的功率, 直接反映了来波方向信息.

(2) 在相关来波情形时, 由 (12b) 式可知, 在 ULA 阵列中, 与不相关来波情形相比, 信号的相关性影响了协方差矩阵元素的相位信息, 从而会严重破坏其 Toeplitz 结构. 因此, 当应用基于特征结构分析的 DOA 估计算法和波束形成方案时, 将造成对来波方向的错误估计和自适应处理性能的恶化<sup>[1]</sup>; 另一方面, FMBA 模型下协方差矩阵元素受信号相关性的影响程度是不均匀的. 其影响程度不仅决定于信号功率和信号间相关系数, 同时还取决于不同来波对应的聚焦场幅度分布在各个馈源处的相关性. 即 (12b) 式中的  $a_m(\theta_k)a_m(\theta_l)$  项及  $a_m(\theta_k)a_n(\theta_l)$  项.

进一步分析可知, 若两个相关来波对应的聚焦场分布在各馈源位置处取值满足正交关系时, 即对于任意馈源  $m$ , 有  $a_m(\theta_k)a_m(\theta_l) = 0$  成立, 则这两个信号的相关对其协方差矩阵的主对角线元素的影响将为最低. 从一般意义出发, 即使这种正交关系不能满足, 信号相关性对协方差矩阵及其特征结构的影响也制约于 FMBA 的聚焦场分布和馈源阵列几何结构. 只要相关来波具有相当的空间角间隔  $\Delta\theta$  时, 则入射信号的相关性对阵列输出的影响主要集中在两个聚焦主波束 (幅度分布) 间共同覆盖的馈源上.

为了分析和比较 FMBA 与 ULA 的阵列输出特点, 不妨通过以下数值计算和计算机模拟来进行一些定量分析.

## 4 数值计算和计算机模拟

### 4.1 一组协方差矩阵数值计算数据

例 1 在不相关来波情形下, 考察基于半波修正一维 FZP 透镜结构的 FMBA 模型 (聚焦结构参数同图 2 中计算模型), 在焦平面上排列有 21 个馈源, 馈源间距为  $0.56\lambda(D/20)$ . ULA 结构同馈源阵列结构. 设有三个等幅不相关来波以  $(-8^\circ, 0^\circ, 8^\circ)$  入射, 各通道噪声为高斯白噪

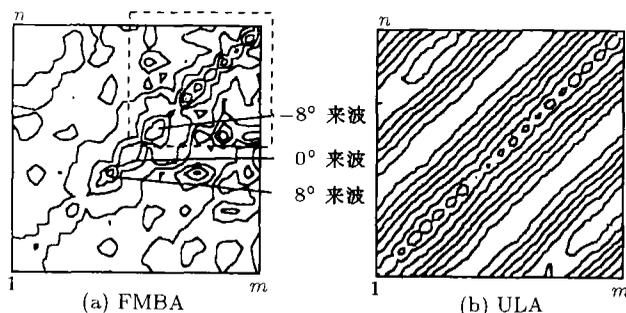


图 3 不相关来波时, 两种阵列输出协方差矩阵元素的幅度

声, 输入 SNR=10dB, 取 500 次快拍, 利用 (12a) 式计算得到一组 FMBA 与 ULA 的协方差矩阵元素幅度的比较数据如图 3 中等高线图所示.

从图 3 中可看出, FMBA 模型下的协方差矩阵的对角线元素幅度分布直接与来波方向对应, 而 ULA 模型下协方差矩阵幅度分布则呈现出 Toeplitz 矩阵的特点.

例 2 仍在例 1 中相同模型、相同来波方向、相同输入 SNR 及快拍数条件下, 在相关来波情形下, 考察 FMBA 和 ULA 阵列输出协方差矩阵的元素幅度. 三个来波中,  $-8^\circ$  方向来波与

其余两个来波均不相关, 而  $0^\circ$  方向来波和  $8^\circ$  方向来波部分相关, 相关系数为  $\exp(j0.8)$ 。利用 (12b) 式计算得到一组比较数据如图 4 中等高线图所示。

从图 4 可以看出, 来波相关性对两种阵列输出协方差矩阵元素的影响范围各不相同。在 ULA 模型中, 来波相关性对协方差矩阵的影响是均匀的。而在 FMBA 模型中, 只有与  $0^\circ$  和  $+8^\circ$  方向来波所对应的聚焦波束主瓣覆盖的矩阵元素受到较大影响, 而  $-8^\circ$  方向来波对应矩阵元素所受的影响则较小, 比较图 3(a) 和图 4(a) 中虚线框内元素的幅度变化可以看出这一点。

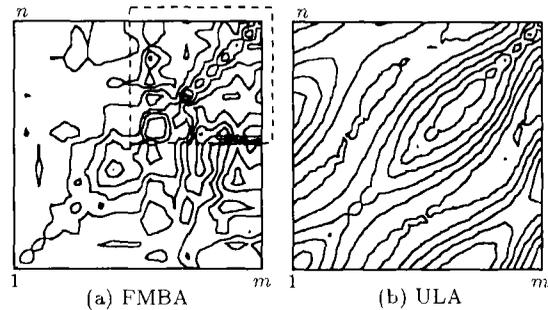


图 4 相关来波时, 两种阵列输出自相关矩阵元素的幅度

#### 4.2 相关来波方向估计的计算机模拟

为了进一步考察 FMBA 馈源阵列输出的特点, 可以从对相关来波方向的估计问题出发, 利用 MUSIC 法进行计算机模拟和必要的讨论。(鉴于 MUSIC 法是一种基于对阵列输出协方差矩阵的特征结构分解原理的空间谱估计原理, 对 DOA 估计的计算机模拟中选用 MUSIC 算法进行模拟<sup>[5]</sup>).

这里, 为进行计算机模拟, FMBA 模型选用文献 [5] 中采用的二维反射面式 FMBA 模型, FZP 反射面参数为口径直径  $D=16$ 、焦距  $f=8\lambda$ , 沿  $x$  轴方向以间隔  $d=0.45\lambda$  均匀排放 15 个馈源于焦平面 ( $z=f$ ) 上, 且馈源阵列关于  $z$  轴对称。另外, 选取 ULA 模型作为比较对象, ULA 的阵元数目和间距与 FMBA 馈源阵列结构相同。

设有 3 个等幅相关来波从角度  $(-10^\circ, 0^\circ, +10^\circ)$  同时入射, 其中,  $-10^\circ$  方向来波与  $10^\circ$  方向来波完全相干, 相关系数为 1, 而  $0^\circ$  方向来波与其余两个信号的相关系数为  $\exp(j0.8)$ 。在 FMBA 模型中, 将馈源阵列分为均有 5 个馈源的 3 个互不重叠的馈源子阵, 分别对 3 个角域  $(-15^\circ, -5^\circ)$ 、 $(-5^\circ, +5^\circ)$  和  $(+5^\circ, +15^\circ)$  进行 DOA 估计的模拟。

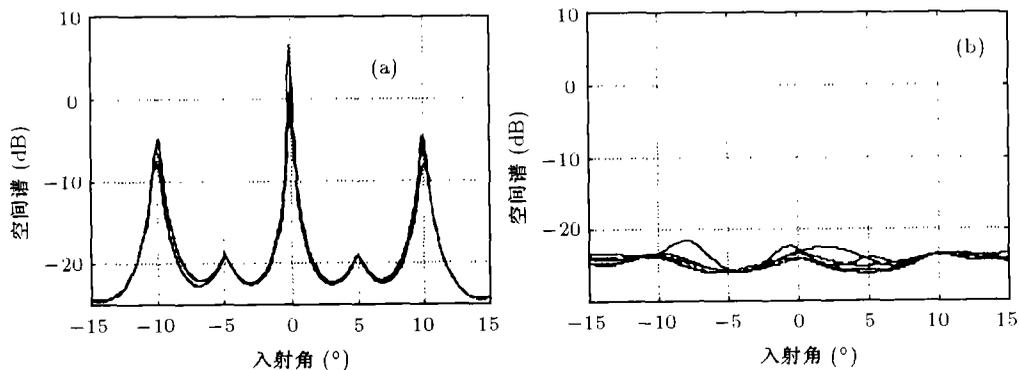


图 5 (a) FMBA 模型下的 DOA 估计结果  
(b) ULA 模型下的 DOA 估计结果

而在基于 ULA 阵列输出的 DOA 估计模拟中, 则利用全部 15 个阵元的输出进行模拟。模拟中, 选取 200 次快拍, 设定各通道输入 SNR=10dB, 利用 MUSIC 法在 FMBA 和 ULA 模型下分别进行了 5 次 DOA 估计, 得到一组模拟结果分别如图 5(a) 和 5(b) 所示。从图 5 中可

以看出, 在 FMBA 模型下, 当来波具有较大空间隔离度时, 利用在各个馈源子阵分别估计的方法, 能够实现对相关来波的方向估计, 而基于 ULA 阵列输出则无法实现对相关来波的方向估计。基于 ULA 阵列输出, 必须利用一些预处理方法或高阶累量方法才可实现相关来波方向估计, 但无疑, 这些处理方法都增加了处理复杂度<sup>[1]</sup>。

## 5 结 束 语

本文通过对 FMBA 阵列输出特点的分析及利用 MUSIC 算法进行的 DOA 估计的计算机模拟, 充分表明, 由于 FZP 聚焦结构形成的特定聚焦波束形状, FMBA 阵列输出表现出区别于 ULA 阵列的一些特点, 从而信号相关性对其协方差矩阵 / 特征结构的影响是有限的, 因此在 FMBA 模型下, 仍可应用基于特征结构分解的 MUSIC 法对相关来波进行 DOA 估计, 从另一个角度来看, FMBA 对 MUSIC 算法较 ULA 模型有较宽的适应性。

此外, 本文得出的有关结论, 为进一步研究 FMBA 的自适应处理性能提供了一些参考; 基于这些结论, 也可以进一步提出一些自适应处理的简化算法, 从而更好地解决自适应天线实际应用中存在的问题, 有关问题将另文讨论。

## 参 考 文 献

- [1] L. C. Godara. Applications of antenna arrays to mobile communications, Part II: beam-forming and direction-of-arrival considerations, Proc. IEEE, 1997, 85(7), 1195-1245.
- [2] 杜惠平, 基于菲涅尔区修正结构的多波束自适应天线, 电波科学学报, 1999, 14(1), 116-120.
- [3] 杜惠平, 武刚, 菲涅尔区聚焦多波束天线空间谱估计的性能分析, 电波科学学报, 1999, 14(3), 274-280.
- [4] 李校林, 杜惠平, 武刚, 菲涅尔区相位修正平面天线及其研究进展, 重庆邮电学院学报, 1998, 10(3), 1-4.7.
- [5] 武刚, 杜惠平, 李校林, 用菲涅尔区聚焦多波束天线实现来波方向估计, 电波科学学报, 1999, 14(3), 341-346.

## ANALYSIS ON THE ARRAY OUTPUT OF A NOVEL ADAPTIVE ANTENNA

Du Huiping    Wu Gang    Zhao Weiliang

(Chongqing University of Posts & Telecommunications, Zhongqing 400065, China)

**Abstract** It is suggested by Du Huiping(1999) to construct a novel multiple-beam adaptive antenna with Fresnel zone phase-correcting focusing configuration and feeding-array. In order to discover the operating mechanism of this new adaptive antenna, under a comparable uniform model, statistical characteristics of feeding-array output is analyzed by comparison between FMBA and ULA. Qualitative analysis shows that this type of adaptive antennas can realize adaptive signal processing effectively.

**Key words** Adaptive antenna, Fresnel zone phase-correcting plate, Multi-beam antenna, Array output

杜惠平: 男, 1966 年生, 博士, 教授, 主要研究方向为电磁辐射与散射、移动通信技术等。

武刚: 男, 1975 年生, 硕士, 研究方向为移动通信技术。

赵为粮: 男, 1963 年生, 在职博士生, 副研究员, 主要从事电磁场与微波技术、电磁辐射与散射。