色噪声下的多传感器量测融合

余安喜　　梁甸农　　杨宏文　　董　臻
(国防科技大学电子科学与工程学院　长沙　410073)

摘　要　传感器量测噪声通常可表示为一阶时间相关的 Markov 随机序列。该文将单传感器的色噪声量测滤波方法推广到多传感器的情形，提出了 6 种色噪声下的多传感器量测融合算法。通过协方差分析技术和仿真实验，对各算法的滤波精度、计算量和使用灵活性等性能进行了比较性评估。由评估结果得出的两条算法选取原则对实际中量测融合算法的选择具有一定的指导意义。

关键词　多传感器量测融合，色噪声，性能评估

中图分类号：TP391　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1009-5896(2006)11-2050-04

Multisensor Measurement Fusion with Colored Noise

Yu An-xi　　Liang Dian-nong　　Yang Hong-wen　　Dong Zhen
(*Institute of Electronic Science and Engineering, NUDT*, *Changsha* 410073, *China*)

Abstract　Usually the sensor colored noise is modeled as an AutoregRessive (AR) process. This paper proposes six multisensor measurement fusion algorithms by generalizing the single sensor filtering methods with colored noise. The performance of the algorithms, such as estimation accuracy, computation cost and flexibility is compared by covariance analysis technique and two simulation examples. Some conclusions are valuable to choose algorithm in the engineering applications.

Key words　Multisensor measurement fusion, Colored noise, Performance evaluation

1　引言

多传感器量测融合要求融合中心接收来自多个传感器的原始量测信息，形成统一的目标状态估计。多传感器量测融合在理论上对任何给定的传感器测量方程，都具有可证明为最优的位置估计[1]；但与多传感器状态矢量融合相比，它要求系统具有更高的总线带宽以通过高速原始数据，要求融合滤波器具有更强的中心处理能力[2, 3]。

现有的多传感器量测融合算法主要有扩维滤波法和复合量测滤波法。扩维滤波法通过扩展Kalman滤波器量测矢量的维数，进行更高维的滤波处理，从而综合估计目标的状态。这种方法对各传感器的量测方程的形式没有任何要求，当各传感器的量测误差相关时，也能直接处理，因此在使用上较为灵活；但由于引入了高维矩阵的乘法和求逆运算，扩维滤波法的计算量较大。复合量测滤波法依据一定的准则实现多传感器量测复合，然后对复合量测进行滤波。这种方法算法计算量较小，但往往要求各传感器量测矩阵满足一定的条件[4]，因此灵活性略显不足。

国内外文献对于多传感器量测融合的研究大多局限于白噪声观测下的情形[4-7]，对于有色量测噪声下的量测融合方法则非常鲜见。在常用的一阶时间相关的Markov色噪声观测模型[8]的基础上，本文将色噪声下单传感器的最优滤波算法——状态扩维法和量测差分法推广应用于多传感器情形，提出了 6 种色噪声下同步量测的最优滤波算法；通过协方差分析技术和仿真实验，对各算法在滤波精度、计算量和使用灵活性等方面的性能进行了比较性评估。评估结果对于实际中量测融合算法的选择具有一定的指导意义。

2　色噪声下的单传感器滤波

设离散形式的目标状态方程和传感器量测方程分别表示为

$$\boldsymbol{x}(k)=\boldsymbol{F}(k-1)\boldsymbol{x}(k-1)+\boldsymbol{w}(k-1) \tag{1}$$

$$\boldsymbol{z}(k)=\boldsymbol{H}(k)\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{v}(k) \tag{2}$$

其中 k 表示离散时间的索引标记，$\boldsymbol{x}(k)$ 为目标的状态矢量，$\boldsymbol{z}(k)$ 为传感器量测矢量，状态扰动噪声 $\boldsymbol{w}(k)$ 为零均值的白色高斯随机过程，相应的协方差矩阵为 $\boldsymbol{Q}(k)$，传感器的量测误差 $\boldsymbol{v}(k)$ 为一阶时间相关的零均值高斯 Markov 随机序列，即满足如下差分方程

$$\boldsymbol{v}(k)=\theta(k-1)\boldsymbol{v}(k-1)+\boldsymbol{\eta}(k-1) \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{\eta}(k)$ 为零均值的白色高斯随机过程，$\mathrm{Var}[\boldsymbol{v}(k)]=\boldsymbol{R}(k)$，$\mathrm{Var}[\boldsymbol{\eta}(k)]=\boldsymbol{\Lambda}(k)$。

2.1　状态扩维法[8]

扩维后的状态转移方程和传感器量测方程分别为

$$\boldsymbol{x}^*(k)=\boldsymbol{F}^*(k-1)\boldsymbol{x}^*(k-1)+\boldsymbol{w}^*(k-1) \tag{4}$$

$$\boldsymbol{z}(k)=\boldsymbol{H}^*(k)\boldsymbol{x}^*(k),\quad \boldsymbol{H}^*(k)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{H}(k) & \boldsymbol{I}\end{bmatrix} \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{x}^*(k)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}(k)\\ \boldsymbol{v}(k)\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{F}^*(k)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}(k) & O\\ O & \theta(k)\boldsymbol{I}\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{w}^*(k)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}(k)\\ \boldsymbol{\eta}(k)\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{Q}^*(k)=\mathrm{Var}[\boldsymbol{w}^*(k)]=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q}(k) & O\\ O & \boldsymbol{\Lambda}(k)\end{bmatrix}$。

2005-03-17 收到，2005-09-06 改回
国家自然科学基金(60402033)资助课题

2.2　量测差分法[9]

令

$$z^*(k)=z(k+1)-\theta(k)z(k)=\boldsymbol{H}^*(k)\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{v}^*(k) \tag{6}$$

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{F}^*(k)\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{u}^*(k)+\boldsymbol{w}^*(k) \tag{7}$$

其中

$$\boldsymbol{H}^*(k)=\boldsymbol{H}(k+1)\boldsymbol{F}(k)-\theta(k)\boldsymbol{H}(k)$$

$$\boldsymbol{v}^*(k)=\boldsymbol{H}(k+1)\boldsymbol{w}(k)+\boldsymbol{\eta}(k)$$

$$\boldsymbol{R}^*(k)=\boldsymbol{H}(k+1)\boldsymbol{Q}(k)\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}(k+1)+\boldsymbol{\Lambda}(k)$$

$$\boldsymbol{F}^*(k)=\boldsymbol{F}(k)-\boldsymbol{J}(k)\boldsymbol{H}^*(k)$$

$$\boldsymbol{u}^*(k)=\boldsymbol{J}(k)z^*(k),\quad \boldsymbol{w}^*(k)=\boldsymbol{w}(k)-\boldsymbol{J}(k)\boldsymbol{v}^*(k)$$

$$\boldsymbol{Q}^*(k)=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{J}(k)\boldsymbol{H}(k+1)]\boldsymbol{Q}(k)[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{J}(k)\boldsymbol{H}(k+1)]^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{J}(k)\boldsymbol{\Lambda}(k)\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(k)$$

$$\boldsymbol{J}(k)=\boldsymbol{Q}(k)\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}(k+1)[\boldsymbol{H}(k+1)\boldsymbol{Q}(k)\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}(k+1)+\boldsymbol{\Lambda}(k)]^{-1}$$

从而 $\mathrm{Cov}[\boldsymbol{w}^*(k),\boldsymbol{v}^*(l)]=0$。由式(6)、式(7)，采用 Kalman 滤波器即可实现线形最小均方误差意义上的最优状态估计。由于量测差分法中矩阵求逆运算的维数通常小于状态扩维滤波器的矩阵求逆运算维数，因此计算量更小一些；此外，其滤波精度略高于状态扩维滤波器的滤波精度，其代价是输出延迟一个采样周期，这是因为状态扩维滤波器的输出为 $\hat{\boldsymbol{x}}(k\,|\,k)=E[\boldsymbol{x}(k)\,|\,z^k]$，而量测差分法输出 $\hat{\boldsymbol{x}}(k\,|\,k)=E[\boldsymbol{x}(k)\,|\,z^{*k}]\neq E[\boldsymbol{x}(k)\,|\,z^k]$，即严格讲量测差分滤波是一种平滑估计器。

3　色噪声下的多传感器量测融合

假设 N 个传感器同步采样，即

$$z_i(k)=\boldsymbol{H}_i(k)\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{v}_i(k),\quad i=1,2,\cdots,N \tag{8}$$

其中量测误差 $\boldsymbol{v}_i(k)$ 相互独立，且均为零均值高斯 Markov 随机序列，满足如下差分方程：

$$\boldsymbol{v}_i(k)=\theta_i(k-1)\boldsymbol{v}_i(k-1)+\boldsymbol{\eta}_i(k-1),\quad i=1,2,\cdots,N \tag{9}$$

其中 $\boldsymbol{\eta}_i(k)$ 相互独立，且均为零均值的白色高斯随机过程，$\mathrm{Var}[\boldsymbol{v}_i(k)]=\boldsymbol{R}_i(k)$，$\mathrm{Var}[\boldsymbol{\eta}_i(k)]=\boldsymbol{\Lambda}_i(k)$。

3.1　基于量测扩维的量测融合

该方法将 N 个传感器的量测集中起来，形成一个更高维的量测矢量 $z_A(k)$，即

$$z_A(k)=\boldsymbol{H}_A(k)\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{v}_A(k) \tag{10}$$

其中

$$z_A(k)=[z_1^{\mathrm{T}}(k)\ \ z_2^{\mathrm{T}}(k)\ \ \cdots\ \ z_N^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{H}_A(k)=[\boldsymbol{H}_1^{\mathrm{T}}(k)\ \ \boldsymbol{H}_2^{\mathrm{T}}(k)\ \ \cdots\ \ \boldsymbol{H}_N^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{v}_A(k)=[\boldsymbol{v}_1^{\mathrm{T}}(k)\ \ \boldsymbol{v}_2^{\mathrm{T}}(k)\ \ \cdots\ \ \boldsymbol{v}_N^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{v}_A(k)=\boldsymbol{\theta}_A(k-1)\boldsymbol{v}_A(k-1)+\boldsymbol{\eta}_A(k-1)$$

$$\boldsymbol{\theta}_A(k)=\mathrm{diag}[\theta_1(k)\boldsymbol{I}_1\ \ \theta_2(k)\boldsymbol{I}_2\ \ \cdots\ \ \theta_N(k)\boldsymbol{I}_N$$

$$\boldsymbol{\eta}_A(k)=[\boldsymbol{\eta}_1^{\mathrm{T}}(k)\ \ \boldsymbol{\eta}_2^{\mathrm{T}}(k)\ \ \cdots\ \ \boldsymbol{\eta}_N^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_A(k)=\mathrm{Var}[\boldsymbol{\eta}_A(k)]=\mathrm{diag}[\boldsymbol{\Lambda}_1(k)\ \ \boldsymbol{\Lambda}_2(k)\ \ \cdots\ \ \boldsymbol{\Lambda}_N(k)]$$

扩维量测的误差矢量仍为零均值高斯 Markov 随机矢量序列，因此采用第 2 节描述的状态扩维法或者量测差分法，即可实现多传感器的最优量测融合，但由于该算法在计算 Kalman 滤波增益时，将引入高维矩阵的求逆运算，因此计算量比较大。

3.2　基于量测复合的量测融合

这里提出两种色噪声下多传感器量测复合方法，对应的复合量测方程均具有如下形式：

$$\boldsymbol{y}_i(k)=\boldsymbol{C}_i(k)\boldsymbol{x}(k)+\xi_i(k),\quad i=\mathrm{I},\ \mathrm{II} \tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{y}_i(k)$ 为复合量测，$\boldsymbol{C}_i(k)$ 为复合量测对应的量测矩阵，$\xi_i(k)$ 为复合量测的误差，相应的误差协方差记为 $\boldsymbol{\Omega}_i(k)$。

倘若 $\xi_i(k)$ 具有一阶时间相关的特性，则可直接使用单传感器的色噪声滤波方法进行多传感器的量测融合，为此要求各传感器量测方程满足如下条件 1 和条件 2(或条件 3)。

条件 1　对任意的 i ($i=1,2,\cdots,N$)，$\theta_i(k)$ 均为相同数值的标量 $\theta_0(k)$，且各传感器量测矩阵和量测误差协方差是非时变的，即

$$\theta_1(k)=\cdots=\theta_N(k)=\theta_0(k),\quad \boldsymbol{H}_i(k)=\boldsymbol{H}_i,\quad \boldsymbol{R}_i(k)=\boldsymbol{R}_i \tag{12}$$

条件 2　矩阵 $\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{H}_i(k)$ 是可逆的。

条件 3　各传感器的量测矩阵具有共同的乘性因子，即

$$\boldsymbol{H}_i(k)=\boldsymbol{M}_i(k)\boldsymbol{C}(k),\quad i=1,2,\cdots,N \tag{13}$$

且矩阵 $\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{M}_i(k)$ 是可逆的。

3.2.1 量测复合算法 I

当各传感器量测方程满足条件 1 和条件 2 时，可推导出量测复合算法 I。

由式(8)和条件 2，构造复合量测 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{I}}(k)$ 为 $\boldsymbol{x}(k)$ 的加权最小二乘估计：

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{I}}(k)=\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}(k)\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)z_i(k)$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}(k)=\left[\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{H}_i(k)\right]^{-1}$$

则相应的复合量测方程为 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{I}}(k)=\boldsymbol{x}(k)+\xi_{\mathrm{I}}(k)$, $\boldsymbol{C}_{\mathrm{I}}(k)=\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}(k)=\mathrm{Var}[\xi_{\mathrm{I}}(k)]$。其中复合量测的误差为

$$\xi_{\mathrm{I}}(k)=\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}(k)\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)[\theta_i(k-1)\boldsymbol{v}_i(k-1)+\boldsymbol{\eta}_i(k-1)] \tag{14}$$

由式(9)和条件 1，得 $\boldsymbol{\Lambda}_i(k)=\boldsymbol{\Lambda}_i(k-1)=\boldsymbol{\Lambda}_i=(1-\theta_0^2)\boldsymbol{R}_i$，$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}(k)=\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}(k-1)=\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}$。

相应地，式(14)可化简为 $\xi_{\mathrm{I}}(k)=\theta_0(k-1)\xi_{\mathrm{I}}(k-1)+\varsigma_{\mathrm{I}}(k-1)$。其中

$$\varsigma_{\mathrm{I}}(k)=\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{I}}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i^{-1}\boldsymbol{\eta}_i(k)$$

$$\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{I}}(k)=Var[\varsigma_{\mathrm{I}}(k)]=\left[\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}_i^{-1}\boldsymbol{H}_i\right]^{-1}$$

可见，复合量测 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{I}}(k)$ 的误差 $\xi_{\mathrm{I}}(k)$ 仍为零均值高斯 Markov 随机序列。

3.2.2 量测复合算法 II

当各传感器量测方程满足条件 1 和条件 3 时，可推导出量测复合算法 II。

由条件 3，令 $\boldsymbol{b}(k)=\boldsymbol{C}(k)\boldsymbol{x}(k)$，则构造复合量测 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{II}}(k)$ 为 $\boldsymbol{b}(k)$ 的加权最小二乘估计，

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{II}}(k)=\hat{\boldsymbol{b}}(k)=\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{II}}(k)\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)z_i(k)$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{II}}(k)=\left[\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{M}_i(k)\right]^{-1}$$

则相应的复合量测方程为

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{II}}(k)=\boldsymbol{C}_{\mathrm{II}}(k)\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{II}}(k)$$
$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{II}}(k)=\boldsymbol{C}(k)$$
$$\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{II}}(k)=\mathrm{Var}[\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{II}}(k)]$$
$$\xi_{\mathrm{II}}(k)=\Omega_{\mathrm{II}}(k)\sum_{i=1}^{N}M_i^T(k)R_i^{-1}(k)[\theta_i(k-1)v_i(k-1)+\eta_i(k-1)]$$

由条件 1，有 $\boldsymbol{M}_i(k)=\boldsymbol{M}_i(k-1)=\boldsymbol{M}_i$ ($i=1,2,\cdots,N$)，则与量测复合算法 I 类似，$\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{II}}(k)=\theta_0(k-1)\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{II}}(k-1)+\varsigma_{\mathrm{II}}(k-1)$。其中 $\varsigma_{\mathrm{II}}(k)=\boldsymbol{\Omega}_{\mathrm{II}}\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_i^{-1}\boldsymbol{\eta}_i(k)$ ， $\boldsymbol{\Lambda}_{\mathrm{II}}(k)=\mathrm{Var}[\varsigma_{\mathrm{II}}(k)]=\left[\sum_{i=1}^{N}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}_i^{-1}\boldsymbol{M}_i\right]^{-1}$。

可见，复合量测 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{II}}(k)$ 的误差 $\boldsymbol{\xi}_{\mathrm{II}}(k)$ 仍为零均值高斯 Markov 随机序列。

因此，使用两种量测复合算法得到的复合量测，采用第 2 节描述的状态扩维法和量测差分法，即可实现基于量测复合法的量测融合。

4 算法性能分析

矩阵求逆引理[5] 假设下式中各矩阵求逆均有意义，则

$$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{BCB}^{\mathrm{T}})^{-1}=\boldsymbol{A}^{-1}-\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{C}^{-1}+\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{-1}$$

定理 1 当各传感器量测方程满足条件 1 和条件 2 时，基于量测复合算法 I 的量测融合算法与基于量测扩维的量测融合算法具有相同的滤波精度。

定理 2 当各传感器量测方程满足条件 1 和条件 3 时，基于量测复合算法 II 的量测融合算法与基于量测扩维的量测融合算法具有相同的滤波精度。

证明 (这里只给出采用量测差分法滤波时定理 1 的证明步骤，定理 2 的证明方法类似)记 $\boldsymbol{S}_A(k)=\boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{H}_A\boldsymbol{Q}(k)\boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Lambda}_A]^{-1}\boldsymbol{H}_A$， $\boldsymbol{S}_I(k)=\boldsymbol{C}_I^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{C}_I\boldsymbol{Q}(k)\boldsymbol{C}_I^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\Lambda}_I]^{-1}\boldsymbol{C}_I$，其中含有字母 A 的变量对应于基于量测扩维的量测融合算法，含有字母 I 的变量对应于基于量测复合算法 I 的量测融合算法，则由矩阵求逆引理，得下列关系式：

$$\boldsymbol{S}_A(k)=[\boldsymbol{Q}(k)+\boldsymbol{\Lambda}_I]^{-1}=\boldsymbol{S}_I(k)$$
$$\boldsymbol{J}_A(k)\boldsymbol{H}_A=\boldsymbol{J}_I(k)\boldsymbol{C}_I=\boldsymbol{J}_I(k)$$
$$\boldsymbol{J}_A(k)\boldsymbol{\Lambda}_A\boldsymbol{J}_A^{\mathrm{T}}(k)=[\boldsymbol{Q}^{-1}(k)+\boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Lambda}_A^{-1}\boldsymbol{H}_A]^{-1}\boldsymbol{H}_A^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_A^{\mathrm{T}}(k)$$
$$\boldsymbol{J}_I(k)\boldsymbol{\Lambda}_I\boldsymbol{J}_I^{\mathrm{T}}(k)=\boldsymbol{J}_A(k)\boldsymbol{\Lambda}_A\boldsymbol{J}_A^{\mathrm{T}}(k),\quad \boldsymbol{Q}_A^*(k)=\boldsymbol{Q}_I^*(k)$$
$$\boldsymbol{F}_A^*(k)=\boldsymbol{F}(k)-\boldsymbol{J}_A(k)\boldsymbol{H}_A^*(k)=\boldsymbol{F}_I^*(k)$$

假设 k 时刻的状态估计误差协方差为 $\boldsymbol{P}(k|k)$，则两种算法的一步预测状态协方差满足

$$\boldsymbol{P}_A(k+1|k)=\boldsymbol{P}_I(k+1|k)=\boldsymbol{F}_A^*(k)\boldsymbol{P}(k|k)\boldsymbol{F}_A^{*\mathrm{T}}(k)+\boldsymbol{Q}_A^*(k)$$

则对于基于量测扩维的量测融合算法，$k+1$ 时刻的状态估计误差协方差：

$$\boldsymbol{P}_A^{-1}(k+1|k+1)=\boldsymbol{P}_I^{-1}(k+1|k+1)$$

从而，定理 1 得证。 证毕

5 仿真实例分析

设仿真中目标的状态矢量为 $x=[X\ \dot{X}\ Y\ \dot{Y}]^{\mathrm{T}}$，目标的状态转移方程采用常速度(CV)运动模型，其中x，y分量上的加速度为相互独立的零均值白色随机过程，在一个采样周期内保持不变，相应的均方差为 $10\mathrm{m/s^2}$。各传感器同步采样，采样周期均为 1s，各量测误差均为相互独立的一阶时间相关 Markov随机序列，其中 $\theta_0(k)=\theta_1(k)=\cdots=\theta_N(k)=e^{-0.1}$；另外，各传感器量测矩阵和量测误差协方差均为非时变的，目标实际运动轨迹和传感器量测特性均与理论吻合。

因此，仿真实例满足条件 1，且有 $\boldsymbol{\Lambda}_i=(1-e^{-0.2})\boldsymbol{R}_i$。不妨设第 100s 以后滤波器进入稳态，相应的误差协方差矩阵的迹为 P_s，采用 C 语言进行 1000 次仿真运算花费的时间总和为 T_s。仿真中用 P_s 度量各融合算法滤波精度，用 T_s 来度量各融合算法的计算量。

5.1 实例 1

设有 3 个传感器参与融合，$\boldsymbol{H}_1(k)=\boldsymbol{H}_2(k)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{H}_3(k)=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$， $\boldsymbol{R}_1=\boldsymbol{R}_2=\begin{bmatrix}400&0\\0&400\end{bmatrix}$， $\boldsymbol{R}_3=\begin{bmatrix}900&0\\0&900\end{bmatrix}$。记 $\det[\cdot]$ 为矩阵的行列式，则有 $\det\left[\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{H}_i(k)\right]>0$。

5.2 实例 2

3 个传感器参与融合，$\boldsymbol{H}_1(k)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{H}_2(k)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{H}_3(k)=\begin{bmatrix}0&0&1&0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{R}_1=\begin{bmatrix}400&0\\0&400\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{R}_2=900$，$\boldsymbol{R}_3=625$。从而有 $\det\left[\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{H}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{H}_i(k)\right]=0$。取 $\boldsymbol{M}_1(k)=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{M}_2(k)=\begin{bmatrix}1&0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{M}_3(k)=\begin{bmatrix}0&1\end{bmatrix}$，则 $\boldsymbol{C}(k)=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\end{bmatrix}$，$\det\left[\sum_{i=1}^{3}\boldsymbol{M}_i^{\mathrm{T}}(k)\boldsymbol{R}_i^{-1}(k)\boldsymbol{M}_i(k)\right]>0$。

可见，实例 1 满足条件 2，不满足条件 3；实例 2 满足条件 3，不满足条件 2。因此，实例 1 可以使用量测复合算法 I；实例 2 可以使用量测复合算法 II。对于上述两个仿真实例，各融合算法得到的滤波精度 P_s 和 1000 次仿真的总计算时间 T_s 分别由表 1 给出。

由表 1 中数据，可得如下结论：(1)量测差分法的滤波精度高于状态矢量扩维法的滤波精度，但输出延迟一个融合周期，这是因为基于量测差分法的量测融合算法本质上是一步后向平滑估计器；(2)采用相同的色噪声滤波算法，两种复合量测滤波法与量测扩维滤波法的滤波精度相同；(3)状态扩维

表 1　6 种色噪声下量测融合算法的仿真性能比较

性能参数		状态矢量扩维滤波法			量测差分滤波法		
		量测扩维	量测复合 I	量测复合 II	量测扩维	量测复合 I	量测复合 II
例 1	滤波精度 P_s	493.857	493.857	——	422.097	422.097	——
	计算时间 T_s (s)	17.535	11.122	——	7.775	6.957	——
例 2	滤波精度 P_s	659.58	——	659.58	557.613	——	557.613
	计算时间(s)	8.555	——	4.414	4.099	——	3.147

法和量测扩维法的算法运算量较大，而复合量测滤波法和量测差分法的算法运算量较小；(4)量测扩维法的灵活性高，而复合量测滤波法要求各传感器量测方程满足条件 1 和条件 2(或条件 3)，因而灵活性较差。

基于以上结论，实际中一个可行的色噪声下多传感器量测融合算法的选取原则如下：

原则 1　如果系统可允许较小的滤波输出延迟，则宜选用量测差分滤波法，它不仅计算量较小，而且可得到较高的滤波精度；否则，选用状态矢量扩维滤波法；

原则 2　如果系统满足有关的限制条件，则从尽可能节省处理器的计算负载方面考虑，宜选用复合量测滤波法；若系统不满足限制条件，则只能选用量测扩维滤波法。

6　结束语

本文提出了 6 种色噪声下的多传感器量测融合算法，它们首先对多传感器量测矢量扩维或构造复合量测，然后采用状态扩维法或者量测差分法进行状态滤波，从而实现线性最小均方误差意义上的最优融合估计。作者以量测差分法为例，采用协方差分析技术证明了两种复合量测滤波法和状态扩维法在滤波精度上的等价性。两个典型的仿真实例对各算法的滤波精度、计算量和使用灵活性等性能进行了比较性评估，由评估结果得出的两条算法选取原则对实际中量测融合算法的选择具有一定的指导意义。

参 考 文 献

[1] Waltz E, Llinas J. Multisensor Data Fusion [M]. Boston London: Artech House, 1990, chapter 1.

[2] Blackman S, Popoli R. Design and Analysis of Modern Tracking Systems [M]. Boston, London: Artech House, 1999, chapter 1.

[3] Chang K C, Saha R K, Bar-Shalom Y. On optimal track-to-track fusion [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(4): 1271−1276.

[4] Blair W D, Rice T R, McDole B S, Sproul E M. Least-squares approach to asynchronous data fusion [J]. Proc. of Acquisition, Tracking, and Pointing VI, 1992, SPIE Vol. 1697.

[5] Blair W D, Rice T R, Alouani A T, Xia P. Asynchronous data fusion for target tracking with a multitasking radar and optical sensor [J]. Proc. of Acquisition, Tracking, and Pointing V, Orland, FL, 1991, SPIE Vol. 1482.

[6] Roecker J A, McGillem C D. Comparison of two-sensor tracking methods based on state vecor fusion and measurement fusion [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1988, 24(4): 447−449.

[7] Gan Qiang, Harris Chris J. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman-filter-based multisensor data fusion [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(1): 273−280.

[8] Wu Wen-rong. Maneuvering target tracking with colored noise [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System*, 1996, 32(4): 1311−1319.

[9] Rogers Steven R. Alpha-beta filter with correlated measurement noise [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System*, 1987, 23(4): 592−594.

余安喜：　男，1978 年生，博士，讲师, 研究方向为目标跟踪、数据融合、星载雷达成像等.

梁甸农：　男，1936 年生，教授，主要研究方向为雷达系统理论.

杨宏文：　男，1967 年生，博士，副教授，主要研究方向为数据融合、雷达目标识别.

董　臻：　男，1973 年生，博士，副教授，主要研究方向为分布式 SAR 信号处理.