

一种新的二维自适应提升小波变换方法

季虎 孙即祥 蔡璐**

(国防科技大学电子科学与工程学院 长沙 410073)

*(国防科技大学计算机学院 长沙 410073)

** (湖南图书馆 长沙 410011)

摘要: 基于图像的局部特性和统计信息, 该文提出一种新的二维自适应提升小波变换方法。该方法通过构造基于图像局部特性的自适应更新算子和基于图像统计信息的非线性预测算子, 对图像进行自适应的提升小波变换, 与文献中的自适应小波变换方法和非自适应小波变换方法进行对比实验, 该文方法所得到的高频子带的熵更低, 含零高频系数更多, 更有利于图像的压缩编码。

关键词: 图像处理, 自适应小波, 小波变换, 预测提升, 更新提升

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2005)11-1750-05

A New Method for 2D Adaptive Lifting Wavelet Transform

Ji Hu Sun Ji-xiang Cai Lu**

(College of Electronic and Engineering, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

*(College of Computer, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

** (Hunan Library, Changsha 410011, China)

Abstract In this paper, a new method for 2D adaptive lifting wavelet transform is proposed, which suite for the task of image compression applications. It is based on a update lifting operator and a nonlinear prediction lifting operator according with certain local characteristic and statistical information of an image. Some experiment results show that the entropy of the coefficients in the transform domain obtained with this new method is smaller than that obtained with other adaptive wavelet transform method and non-adaptive wavelet transform, which can avoid quantization with the image detail signals being zero(or almost zero) at the smooth gray-level variation areas at big probability.

Key words Image processing, Adaptive wavelet, Wavelet transform, Prediction lifting, Update lifting

1 引言

小波变换的多分辨能力为图像信号的处理提供了强有力的分析工具。然而, 基于传统线性小波变换在对图像进行较低分辨率分解时, 将对图像进行统一的平滑处理, 这必将造成图像边缘信息的损失, 且在图像的压缩编码中, 不可避免地要对小波系数进行量化处理, 也会引入量化误差。近年来发展起来的针对线性小波的非线性扩展, 有效地避免了由于小波系数的编码量化带来的误差, 为图像编码压缩提供了很好的手段, 同时也更好地保留了图像的边缘信息。Sweldens^[1]引入的基于提升法的小波变换, 它可以使用许多线性、非线性或空间变化的预测和更新算子, 非常适合于非

线性、自适应、非奇异采样和整数到整数的变换。

基于提升法的自适应小波变换^[2,3]是提升小波变换的研究内容之一, 它能根据待分析信号的局部特征, 通过提升方法自适应地调整其更新和预测滤波器最优匹配特定信号的局部特性。文献[4]研究了基于提升方法的非线性多分辨小波分解在无损图像压缩编码中的应用, 其采用了基于均方误差最小准则的自适应预测提升。文献[5-7]给出了基于更新提升方法的自适应小波分解的一般性框架, 文献[8]讨论了基于更新提升的2-D自适应小波分解方法, 这些方法中的预测部分均采用了固定的预测算子。综上, 这些文献中构造的自适应小波变换方法都只是单一地采用了预测提升或是更新提

升应用于二维图像时也没有充分考虑和利用图像信号的自身特点。本文从二维信号的角度出发，根据图像本身的统计特性和局部信号特征构造更新算子和预测算子，通过提升自适应地同时调整更新滤波器和预测滤波器来达到预期的效果，最后通过实验验证了本文方法在图像压缩中能够得到更加令人满意的结果。

2 基于提升的二维自适应小波变换方法

2.1 基于提升的二维自适应小波变换结构

在该部分，本文提出了一种在更新部分和预测部分同时进行自适应提升的新的二维小波变换分解结构，如图 1 所示。

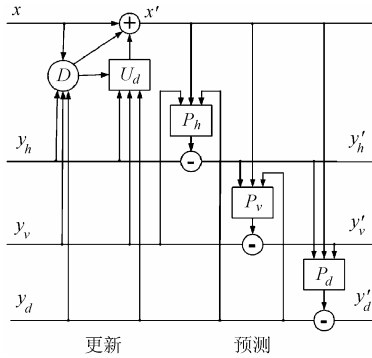


图 1 2-D 自适应小波变换的提升框架

小波变换的输入 x ， y_h ， y_v ， y_d 是将原始图像信号 x_0 进行四通道抽样后得到的，即

$$x(m, n) = x_0(2m, 2n), \quad y_h(m, n) = x_0(2m, 2n+1)$$

$$y_v(m, n) = x_0(2m+1, 2n), \quad y_d(m, n) = x_0(2m+1, 2n+1)$$

输出 x' 是图像经自适应更新提升后的近似逼近分量， y'_h ， y'_v ， y'_d 分别是图像经非线性预测提升后的水平、垂直和对角细节分量。其中 D 为自适应决策表， U_d 为自适应更新滤波器(算子)，而 P_h ， P_v 和 P_d 分别为水平、垂直和对角方向的基于图像统计算子构造的非线性预测算子。

2.2 基于图像局部特性的自适应更新提升

与传统的非自适应提升小波变换相比较，本文的自适应小波变换在更新部分加入了一级决策表处理 D ，其输入是图像的 4 个子带图像数据，输出为图像每一像素点 $\mathbf{n} = \{m, n\}$ 处的二进制决策值 $d_n = \{0, 1\}$ ，即

$$d_n = D(x, y_h, y_v, y_d)(\mathbf{n}) \quad (1)$$

由决策表输出的决策值 d_n 进而触发更新滤波器的自适应选择，更新滤波器系数由信号的局部梯度幅值半赋范表示的二进阈值准则来决定。

图像信号经自适应小波变换后的逼近分量可以表示为

$$x'(\mathbf{n}) = x(\mathbf{n}) \oplus_{d_n} U_{d_n}(y_h, y_v, y_d)(\mathbf{n}) \quad (2)$$

其中 U_{d_n} 是更新滤波器， \oplus_{d_n} 是条件和。

这里，我们假定更新滤波器决策值的输出仅依赖于抽样点 $\mathbf{n} = \{m, n\}$ 处的 3×3 邻域的像素值。如图 2 所示，对于某

一像素点 $x(\mathbf{n}) = x(m, n)$ ，其 8 个邻域像素分别标记为 $y_j(\mathbf{n}) = y_j(m, n)$ ， $j = 1, 2, \dots, 8$ ，称图中 y_1, y_2, y_3, y_4 为像素 $x(\mathbf{n})$ 的 4-邻域，记为 $N_{4C}(x)$ ；称 y_5, y_6, y_7, y_8 为像素点 $x(\mathbf{n})$ 的 4-对角邻域，记为 $N_{4D}(x)$ 。

由此，更新滤波器就可以写为

$$U_{d_n}(y_h, y_v, y_d)(\mathbf{n}) = \alpha_{d_n}^{-1} \sum_{j=1}^8 \beta_{d_n, j} y_j(\mathbf{n}) \quad (3)$$

引入系数 $\alpha_{d_n}^{-1}$ ，仅是为了处理上的方便。这样，式(2)可以进一步写为

$$x'(\mathbf{n}) = \alpha_{d_n} x(\mathbf{n}) + \sum_{j=1}^8 \beta_{d_n, j} y_j(\mathbf{n}) \quad (4)$$

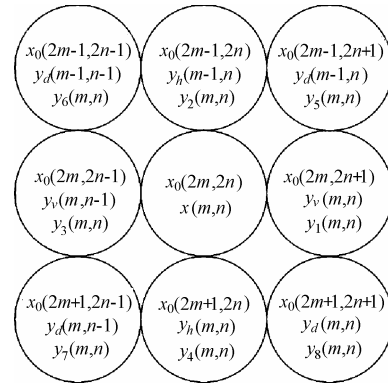


图 2 以像素点 $x_0(2m, 2n)$ 为中心的 3×3 抽样窗口标记

定理 1^[6] 信号完全重构的必要条件是对于任意的 $d_n \in D = \{0, 1\}$ ，都存在

$$\alpha_{d_n} + \beta_{d_n, 1} + \beta_{d_n, 2} + \dots + \beta_{d_n, 8} = C$$

成立，其中 C 为常数。

由定理 1 和式(4)可以看出，如果已经知道了 d_n ，通过合适的选取系数 α_{d_n} 和 $\beta_{d_n, j}$ ，在信号重构端就可以由 $x'(\mathbf{n})$ 和 $y_j(\mathbf{n})$ 完全重构出 $x(\mathbf{n})$ ，即

$$x(\mathbf{n}) = \alpha_{d_n}^{-1} \left(x'(\mathbf{n}) - \sum_{j=1}^8 \beta_{d_n, j} y_j(\mathbf{n}) \right) \quad (5)$$

为简化处理，令

$$\alpha_0 + \beta_{0, 1} + \beta_{0, 2} + \dots + \beta_{0, 8} = \alpha_1 + \beta_{1, 1} + \beta_{1, 2} + \dots + \beta_{1, 8} = 1 \quad (6)$$

并且有 $\beta_0 \neq \beta_1$ ，其中 $\beta_d = (\beta_{d, 1}, \beta_{d, 2}, \dots, \beta_{d, 8})$ ， $d = 0, 1$ 。

接下来考虑自适应决策表 D 和决策规则的引入。为简化，这里设定决策表仅仅依赖于给定区域像素的梯度矢量 $\mathbf{v}(\mathbf{n}) \in \mathbf{R}^8$ ， $\mathbf{v}_j(\mathbf{n}) = x(\mathbf{n}) - y_j(\mathbf{n})$ ， $j = 1, 2, \dots, 8$ ，讨论由水平方向和垂直方向二阶微分滤波器的半赋范 $p_h(\mathbf{v}) = |v_1 + v_3|$ 和 $p_v(\mathbf{v}) = |v_2 + v_4|$ 构成的决策，选取决策规则

$$d_n = D(x, y_h, y_v, y_d)(\mathbf{n}) = [p_h(\mathbf{v}(\mathbf{n})) \leq p_v(\mathbf{v}(\mathbf{n}))] \quad (7)$$

这里 $[P]$ 表示条件 P 成立时返回值 1，否则返回值为 0。

如果选取式(6)中的滤波器系数 β_d 为

$$\beta_d = (\beta_d, \gamma_d, \beta_d, \gamma_d, 0, 0, 0, 0), \quad d = 0, 1 \quad (8)$$

则有定理2保证了式(7)选取的决策规则下信号的完全可重构性。

定理 2^[6] 信号完全可重构的充分条件是, 如果满足条件:

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \beta_0 < \frac{1}{4} \leq \gamma_0 < \frac{1}{2}, \quad \text{且 } \beta_0 + \gamma_0 < \frac{1}{2} \\ 0 \leq \gamma_1 < \frac{1}{4} \leq \beta_1 < \frac{1}{2}, \quad \text{且 } \beta_1 + \gamma_1 < \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

则由式(7)的决策 d_n 可以在重构端完全恢复原信号。

2.3 基于图像统计特性的非线性预测提升

由于图像相邻像素间有较大的相关性^[9], 如果充分考虑相邻像素点间的这种强相关性, 通过合理构造基于图像统计特性的非线性预测算子, 就可以使得小波变换后的高频系数以最大的概率等于零, 或接近于零值, 有利于图像的压缩编码。

如下构造统计算子 $\text{stat}(X)$, 其中 X 表示数组 $\{x_i\}_{1 \leq i \leq 4}$:

$$\text{stat}(X) = \begin{cases} \text{median}(X), & \text{如果 } x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ 互不相等} \\ \min(x_1, x_2, x_3, x_4), & \text{如果 } x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ 有2对相等} \\ \text{取相等的值}, & \text{如果 } x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ 仅有1对相等或至少有3个相等} \end{cases} \quad (10)$$

在图1的自适应小波变换结构图中, 采用图2所示的邻域像素标记方法, 自适应小波变换各高频子带的预测部分采用如下的非线性预测提升:

$$\left. \begin{aligned} P_h(x', y_h, y_v, y_d) &= \text{stat}(N_{4C}(y_h)) \\ P_v(x', y_h, y_v, y_d) &= \text{stat}(N_{4C}(y_v)) \\ P_d(x', y_h, y_v, y_d) &= \text{stat}(N_{4D}(y_d)) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

这样, 图像经自适应的非线性预测提升后, 输出的各高频子带分别为

$$\left. \begin{aligned} y'_h(\mathbf{n}) &= y_h(\mathbf{n}) - \text{stat}(N_{4C}(y_h(\mathbf{n}))) \\ y'_v(\mathbf{n}) &= y_v(\mathbf{n}) - \text{stat}(N_{4C}(y_v(\mathbf{n}))) \\ y'_d(\mathbf{n}) &= y_d(\mathbf{n}) - \text{stat}(N_{4D}(y_d(\mathbf{n}))) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

3 实验

选取2个人工合成图像和3个大小为 256×256 的标准灰度测试图像 Lena、Cameraman、Barbara 作测试, 以检验本文提出的新的二维自适应小波变换方法的应用效果。选取式(8)中更新滤波器系数 $\beta_0 = \gamma_1 = 0$ 和 $\beta_1 = \gamma_0 = 1/4$, 显然满足了定理2的信号完全可重构条件。实验中用到熵的计算采用了信息论中熵的定义:

$$H(X) = -\sum_{i=1}^M P_i \log_2 P_i$$

式中 $H(X)$ 代表熵, P_i 代表第 i 消息出现的概率。

将本文方法与文献[8]的2-D 自适应小波变换方法, 以及非自适应小波变换方法(取 $\beta = \gamma = 1/8$) 进行实验比较, 统计出

各图像经不同算法所得到的的小波第一层分解的高频子带中含零总数, 如表1所示, 计算得到的高频子带的熵如表2所示, 3种算法对合成图像1和Lena图像的第一层小波分解及其重构结果如图3所示。

表1 3种算法得到的高频子带含零总数

	非自适应方法	文献[8]方法	本文方法
合成图像1	45515	46664	47820
合成图像2	46715	48677	48844
Lena	6299	5808	8414
Cameraman	6542	5975	9136
Barbara	4849	4604	6379

表2 3种算法得到的高频子带的熵

	非自适应方法	文献[8]方法	本文方法
合成图像1	2.4358	1.8467	0.9887
合成图像2	1.4498	0.3033	0.1846
Lena	14.1482	14.2090	12.4140
Cameraman	14.6961	14.7905	13.4601
Barbara	16.2967	16.4168	14.6961

从表1和表2的统计结果可以看出, 文献[8]方法对简单合成图像, 其高频子带的熵降低明显, 高频子带中的含零个数增多, 这与文献[8]的分析结果相一致; 但对于较为复杂的标准测试图像(如Lena图像), 该算法的效果并不很好, 甚至还不如采用固定算子的非自适应小波变换方法。而本文方法无论对简单图像还是复杂图像, 其高频子带的熵都明显降低, 相应高频子带中含零个数的增加也是最多的, 这就使得小波分解后的高频细节以较大的概率等于零或几乎等于零, 更有利于图像的编码压缩。从图3的重构图像也可以看出, 本文提出的二维自适应小波变换方法相对于非自适应小波变换而言, 更好地保留了图像的边缘信息, 所得到的各高频细节具有了更小的震荡幅度。

为了检验本文算法的复杂度, 采用 Pentium 4(2.4 G)的PC机, 在 Matlab 6.1 版本上进行上述3种算法的编程和复杂度对比, 选取合成图像1和Lena图像分别进行一层小波分解和重构, 对计算所需的运行时间进行统计, 结果如表3所示。可以看出, 本文提出的二维自适应小波变换方法其算法复杂度与文献[8]方法基本相当, 其中预测提升统计算子大约占用40%的运算时间。

表3 3种算法运算复杂度对比结果(时间单位: s)

	非自适应方法	文献[8]方法	本文方法
合成图像1	41.25	44.18	48.45
Lena	41.08	44.22	48.84

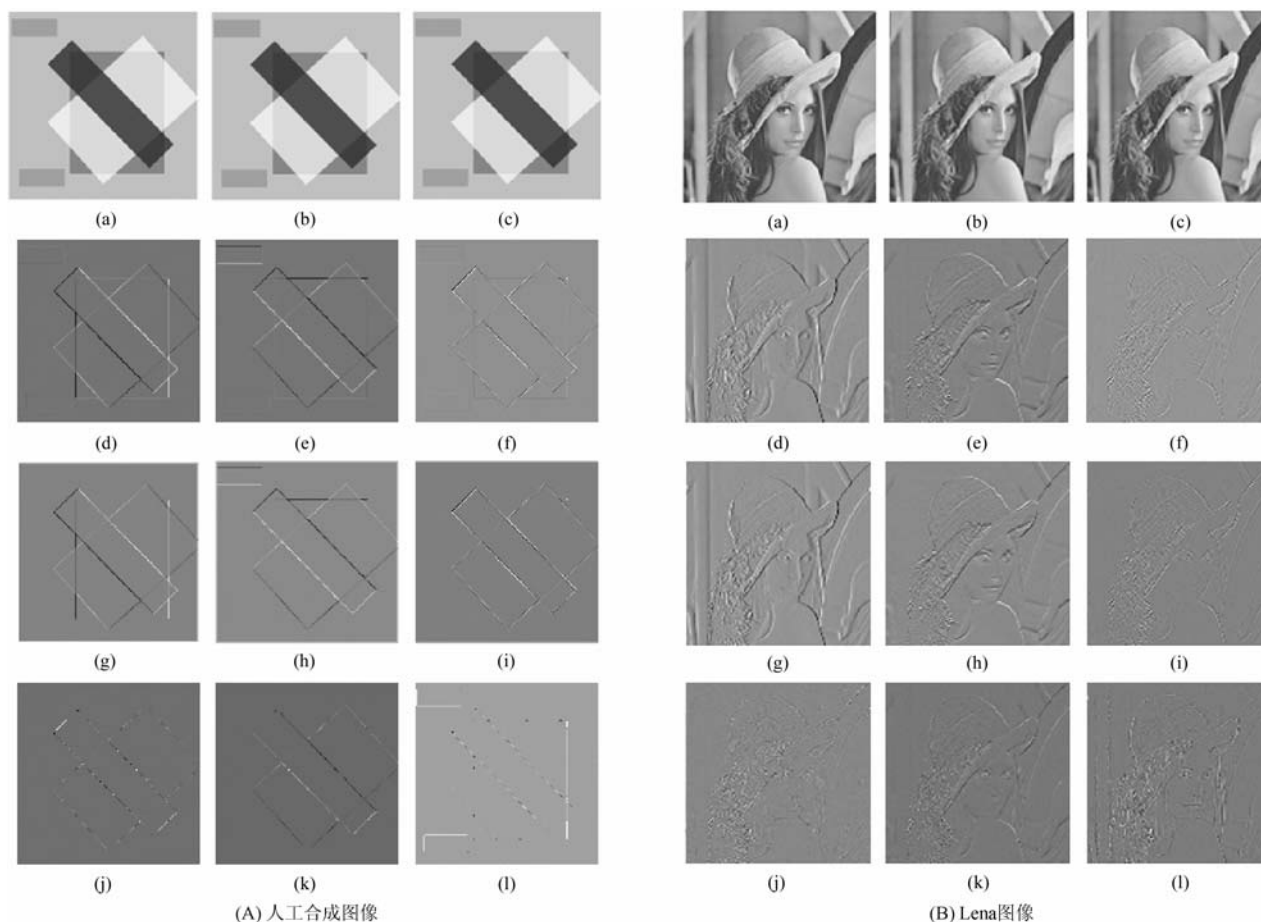


图 3 3 种算法的小波变换第一层分解及其重构

- (a) 原始图像 (b)非自适应方法重构图像 (c)本文方法重构图像 (d)–(f)分别为非自适应方法水平、垂直和对角方向的细节分量
(g)-(i)分别为文献[8]方法水平、垂直和对角方向的细节分量 (j)–(l)分别为本文方法水平、垂直和对角方向的细节分量

4 结束语

本文基于二维图像本身的局部特性和统计信息分别构造自适应更新算子和非线性预测算子，提出了一种新的二维自适应小波变换方法，与已有文献方法的对比实验表明，本文所提出的方法取得了更好的分析结果，自适应小波变换后高频子带的熵更低，且使图像平滑区域中的系数以较大的概率等于零或接近于零，更有利于图像的压缩编码。

自适应小波变换在图像压缩编码中的应用仍然处于一个研究发展的阶段，关于自适应小波的构造方法，以及更新算子、预测算子的构造方法有很多种，今后还要对其进行进一步的深入研究。

参 考 文 献

[1] Sweldens W. The lifting scheme: a new philosophy in biorthogonal wavelet constructions. In: Laine A F, Unser M.

eds. *Wavelet Applications in Signal and Image Processing III*, Proc. 1995, SPIE 2569: 68 – 79.

- [2] Claypoole R L, Baraniuk R G, Nowark R D. Adaptive wavelet transform via lifting scheme. *Proc. IEEE Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Phoenix, 1998,(5): 1513 – 1516.
- [3] Ho W J, Chang W T. Adaptive predictor based on maximally flat halfband filter in lifting scheme. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1999, 47(11): 2965 – 2977.
- [4] Barret M, Bekkouche H. Adapted nonlinear multiresolution decomposition with applications in progressive lossless image coding. Published in *Proc. ISPA, Pula, Croatia*, 2001, (6): 1 – 6.
- [5] Piella G, Heijmans H J A M. Adaptive lifting schemes with perfect reconstruction. *IEEE Trans. on Signal Processing*. 2002,50(7): 1620 – 1630.

- [6] Heijmans H J A M, Pesquet-Popescu B, Piella G. Building nonredundant adaptive wavelets by update lifting. Research Report PNA-R02xx,CWI, Amsterdam, 2002. 397 – 400.
- [7] Piella G, Heijmans H J A M, Pesquet-Popescu B. Adaptive update lifting with a decision rule based on derivative filters. *IEEE Signal Processing Letter*, 2002, 9 (10): 329 – 332.
- [8] Heijmans H J A M, Piella G and Pesquet-Popescu B. Building adaptive 2D wavelet decompositions by update lifting. in: Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing (ICIP 2002), Rochester, USA, 2002, (1):
- [9] Kretzmer E R. Statistics of television signals. *The Bell System Technical Journal*, 1952, 31(4): 751 – 763.
- 季 虎: 男, 1972 年生, 工程师, 研究方向为计算机视觉、图像处理与模式识别.
- 孙即祥: 男, 1946 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为计算机视觉、图像处理与模式识别.
- 蔡 璐: 女, 1976 年生, 助理馆员, 主要研究方向为信息处理、网络信息安全与防范.