第14卷 第5期　　电子科学学刊　　Vol. 14, No. 5
1992年9月　　JOURNAL OF ELECTRONICS　　Sept., 1992

关于"线性无耗零状态网络的互易性和幺正性"的讨论

朱 义 胜
(大连海运学院电子工程系，大连 116024)

摘要　本文对"线性无耗零状态网络的互易性和幺正性"一文中的某些论点有不同看法，现提出讨论，说明了互易定理与互能定理的区别，指出线性无耗零状态网络不都是互易网络。

关键词　线性无源无耗网络；互易和非互易网络；准酉性；互能定理

1. 引言

文献[1]从"互能定理"出发，提出了线性无耗双各向异性媒质(即一切线性无耗媒质)构成的零状态网络必然具有互易性和幺正性。这一结论和我们的认识不尽相同。大家知道，线性无源无耗网络可能是互易的，也可能是非互易的；标量媒质和双各向异性张量媒质应包括各向同性媒质和各向异性媒质（如铁氧体），而含有各向异性媒质的网络一般是非互易的。加上零初始状态的条件，能否使它们都转变成互易网络呢？研究图1所示的两个线性无源无耗二端口网络，假定电感初始电流 $i_L(0)=0$，电容两端初始电压 $v_C(0)=0$，满足文献[1]中定理条件，但不难证明，网络 a 是互易的，网络 b 是非互易的。因此说，线性无耗零状态网络可能是互易的，也可能是非互易的。

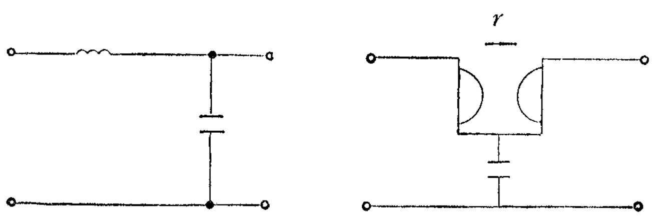

图1　线性无源无耗零初始状态二端口网络

2. 互易定理和互能定理

上述问题的产生是文献[1]从"互能定理"[2]出发来证明网络的互易性。它改变了互易定理的条件，重新定义了一类网络。这类网络与互易网络没有内在的联系，不能把"互能结构"看成广义的互易定理。

1991.05.06 收到；1991.09.03 定稿。

设 $\boldsymbol{E}_i$ 和 $\boldsymbol{H}_i$ 是电流和磁流 $\boldsymbol{J}_i$ 和 $\boldsymbol{K}_i$ 所激起的场 $(i=1,2)$，Ω 是包围该场占据体积 τ 的封密面，$\boldsymbol{i}_n$ 是它的外法向单位矢量，$\boldsymbol{V}_a,\boldsymbol{I}_a$ 和 $\boldsymbol{V}_b,\boldsymbol{I}_b$ 是其对应 n 端口网络两组端口电压和端口电流矢量，若

$$\oint_{\Omega}[\boldsymbol{E}_1\times\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{E}_2\times\boldsymbol{H}_1]\cdot\boldsymbol{i}_n d\Omega=\int_{\tau}(\boldsymbol{J}_1\cdot\boldsymbol{E}_2-\boldsymbol{J}_2\cdot\boldsymbol{E}_1-\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{H}_2+\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{H}_1)d\tau$$
$$=\boldsymbol{V}_a^T\cdot\boldsymbol{I}_b-\boldsymbol{V}_b^T\cdot\boldsymbol{I}_a \qquad (1)$$

等于零，我们说这个系统是互易的，式中 $\boldsymbol{V}_a^T$ 表示 $\boldsymbol{V}_a$ 的转置变换．由(1)式得知，互易定理所研究的是，源 1 相对场 2 的作用是否与源 2 相对场 1 的作用存在对换性．而这个作用，即(1)式中每一项乘积，在 $\boldsymbol{E}_i,\boldsymbol{H}_i,\boldsymbol{J}_i,\boldsymbol{K}_i,\boldsymbol{V}$ 和 $\boldsymbol{I}$ 是复矢量的情况下都不代表复功率．

假定电容率张量 $\bar{\varepsilon}$ 和电导率张量 $\bar{\mu}$ 满足

$$\bar{\varepsilon}=\bar{\varepsilon}^+,\bar{\mu}=\bar{\mu}^+ \qquad (2)$$

角标＋表示转置共轭变换，我们有一个对偶关系称做互能定理[2]．

$$\oint_{\Omega}[\boldsymbol{E}_1^*\times\boldsymbol{H}_2+\boldsymbol{E}_2^*\times\boldsymbol{H}_1]\cdot\boldsymbol{i}_n d\Omega$$
$$=-\int_{\tau}(\boldsymbol{J}_1\cdot\boldsymbol{E}_2^*+\boldsymbol{K}_1\cdot\boldsymbol{H}_2^*+\boldsymbol{J}_2^*\cdot\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{K}_2^*\cdot\boldsymbol{H}_1)d\tau$$
$$=\boldsymbol{V}_a^T\cdot\boldsymbol{I}_b^*+\boldsymbol{V}_b^{T*}\boldsymbol{I}_b \qquad (3)$$

式中 $\boldsymbol{E}_1^*$ 代表 $\boldsymbol{E}_1$ 的共轭变换．设 n 端口网络短路导纳矩阵是 $\boldsymbol{Y}$，我们有

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{I}_a&=\boldsymbol{Y}\boldsymbol{V}_a\\ \boldsymbol{I}_b&=\boldsymbol{Y}\boldsymbol{V}_b\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

由于(3)式是一标量，

$$\boldsymbol{V}_b^{T*}\cdot\boldsymbol{I}_a=(\boldsymbol{V}_b^{T*}\cdot\boldsymbol{I}_a)^T=\boldsymbol{I}_a^T\cdot\boldsymbol{V}_b^* \qquad (5)$$

将(4)和(5)式代入(3)式得

$$\boldsymbol{V}_a^T\cdot\boldsymbol{I}_b^*+\boldsymbol{V}_b^{T*}\boldsymbol{I}_a=\boldsymbol{V}_a^T(\boldsymbol{Y}^*+\boldsymbol{Y}^T)\boldsymbol{V}_b^* \qquad (6)$$

(6)式可以看成互能定理的电路形式，令其等于零的充分条件是 Hermite 矩阵 $\boldsymbol{Y}^*+\boldsymbol{Y}^T$，或者说 $\boldsymbol{Y}$ 的 Hermite 部等于零．导纳矩阵的 Hermite 部等于零，恰是文献[1]中定理的前题，定义了线性无源无耗零初始状态网络．

线性无源无耗零初始状态网络和互易网络是有区别的两类网络划分．

3. 线性无源网络的散射矩阵

线性无源网络的散射矩阵可以写为

$$\boldsymbol{S}=[1+\boldsymbol{Y}]^{-1}[1-\boldsymbol{Y}]=[1-\boldsymbol{Y}][1+\boldsymbol{Y}]^{-1} \qquad (7)$$

它的性质有很多，其中包括

(1) 若 $\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{Y}^T$，则 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{S}^T$； (8)

(2) 若 $\boldsymbol{Y}=-\boldsymbol{Y}^+$，则 $\boldsymbol{S}^+\boldsymbol{S}=\boldsymbol{S}\boldsymbol{S}^+=1$ (9)

(8)式说明，不管是有耗还是无耗网络，只要导纳矩阵是对称的，则散射矩阵也是对称的，网络是互易的．(9)式说明线性无源无耗网络，包括互易和非互易网络，它们的散射矩阵都是准酉的．而文献[1]由(22)式证明(25)式，即用 $\boldsymbol{Y}^+=-\boldsymbol{Y}$ 证得 $\boldsymbol{S}=\boldsymbol{S}^T$ 是不可能的，在导出 $\boldsymbol{S}^+\boldsymbol{S}=1$ 时，条件 $\boldsymbol{S}^+=\boldsymbol{S}^T$ 也是不必要的．

4. 结语

（1）Kong[3] 曾经修正了互易定理，证明双各向异性介质满足一定条件，媒质是互易的，不满足他的条件，媒质还是非互易的．他的修正是建立在(1)式的基础上，而且在工程上又得到验证．如图 2 所示，两个非互易网络级联成一个互易二端口网络，可以看成 Kong 修正互易定理在电路上的解释．但不能用互能定理来代替(1)式，否则从根本上改变了互易定理的意义．

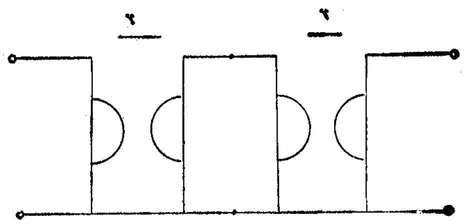

图 2　修正互易定理在电路上的解释

（2）文献 [1] 提出的零状态条件是指体积 τ 内电场、磁场，电流和磁流只由 τ 外探测源产生．相当于电路上的无源零初始状态网络．虽然我们已经证明线性无源无耗零初始状态不是互易网络的充分条件，但也应该指出，非零初始状态的网络大都是非互易网络．因为非零初始状态使网络大都变成端口非线性和端口时变网络．

时变网络，非线性网络和有源网络一般都不满足(1)式，因而大都是非互易网络．

在本文修改过程中，吸收了周东方同志的意见，在此表示感谢．

参　考　文　献

[1]　周东方，周永华，电子科学学刊，**13**(1991)2，207—210．

[2]　赵双任，电子学报，**15**(1987)3，88—93．

[3]　J. A. Kong 著，霍美瑜译，电磁波理论，人民教育出版社，北京，1980 年．

COMMENTS ON "RECIPROCITY AND UNITARITY OF LOSSLESS LINEAR NETWORKS IN ZERO STATE"

Zhu Yisheng

(Department of Electronic Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116024)

Abstract　The difference between the reciprocity theorem and the mutual energy theorem is discussed, and it is shown that not all linear lossless networks in zero state are reciprocal.

Key words　Linear passive lossless network; Reciprocal and nonreciprocal network; Para-unitary; Mutual energy theorem