

# 用均匀圆阵实现宽频段来波信号频率和二维角估计<sup>1</sup>

斯德道 乐 强 沈士团 周荫清

(北京航空航天大学电子工程系 北京 100083)

**摘 要** 本文提出了一种在 DFT 波束空间实时估计入射到均匀圆阵 (UCA) 上宽频段 (1 ~ 18GHz) 信号的频率、方位角和仰角的方法。该方法可在时间欠采样条件下实现频率无模糊估计, 在空间欠采样条件下, 用整数搜索法实现方位角和仰角无模糊估计, 且频率、方位角和仰角估计可自动配对。模拟频率间接估计算法的估计方差比直接估计算法的方差要小 2 ~ 3 个数量级。仿真实验表明了算法是有效的。

**关键词** 宽频段信号, 频率和二维角估计, 均匀圆阵, 自动配对

**中图分类号** TN911.7, TN97

## 1 引 言

宽频段来波信号频率、仰角和方位角三维参数实时估计, 是现代电子侦察和电子战中难度大技术要求高的前沿课题。国内外正在开展研究<sup>[1-3]</sup>, 为减小设备的复杂性和改善数据处理的实时性, 采用时间欠采样采集数据, 为了兼顾高低频段参数估计性能, 选取的阵元间隔在高频端信号出现空间欠采样。估计宽频段来波信号频率和二维角, 需考虑如下几个问题: 在时间欠采样条件下实现频率无模糊估计; 设计无方向模糊的阵列; 在空间欠采样条件下实现方位角和仰角无模糊估计; 频率、方位角和仰角估计三维参数自动配对。文献 [1] 给出了一种无方向模糊的 L 型非均匀线阵及其三维参数估计方法, 文献 [2,3] 给出了另一种无方向模糊的均匀圆阵 (阵元数大于 6)。均匀圆阵是中心对称的阵列, 其参数估计的性能受来波方位角影响很小<sup>[2]</sup>, 本文提出的方法就是用均匀圆阵 (阵元数大于 6) 和阵元输出信号的延时, 在 DFT 波束空间实现宽频段来波信号频率和二维角估计, 先把 1 ~ 18GHz 的频谱分解为多个带宽为 1GHz 的频段, 再用混频器变换到 0 ~ 1GHz 的基频段, 基频段的输出信号一路直接送到采样率为 250MHz 的 A/D 变换器, 另一路经过延时  $\tau=0.5\text{ns}$  后, 再送到采样率为 50MHz 的 A/D 变换器, 两路 A/D 变换器的输出分别经过 128 点的 FFT, 为进一步减少运算量, A/D 变换器数量和数据存储空间, 仅对同相通道进行采样和 FFT 处理, 这时  $F_s/2$  整数倍频点的频谱混叠, 可通过双采样来解决。在 DFT 波束空间某一峰值附近, 得到两个数据矩阵, 再构造一个矩阵, 该矩阵的第  $i$  个 ( $i$  小于等于信号源个数) 较大特征值与第  $i$  个来波频率相对应, 第  $i$  个特征向量与第  $i$  个来波方向矢量相对应, 从而实现频率和角度估计的自动配对。利用特征向量信息, 采用整数搜索法, 消除空间欠采样引起的整周模糊, 再解超定方程得到方位角和仰角的估计, 实现方位角和仰角估计自动配对。由于模拟频率直接估计方法估计方差较大, 通过先解出数字频率估计值, 然后利用数字频率和模拟频率的关系求出模拟频率估值, 这种模拟频率间接估计的方法, 其频率估计方差可小几个数量级。

## 2 阵列结构和三维参数估计算法

设有  $P$  个窄带信号入射到无方向模糊的阵元数为  $M(M > 6)$  的均匀圆阵, 每个阵元两

<sup>1</sup> 1997-10-10 收到, 1998-07-29 定稿  
国防预研科学基金项目, 航空部九五预研课题

路 FFT 输出信号, 在正频率轴上可分别表示为

$$X_m(n) = \sum_{i=1}^P \frac{A_i}{2} e^{jk_i \gamma_{im}} g(f_i - \frac{n}{N}), \quad m = 1, 2, \dots, M,$$

$$Y_m(n) = \sum_{i=1}^P \frac{A_i}{2} e^{jk_i \gamma_{im}} e^{-jk_i 2\pi F_i \tau} g(f_i - \frac{n}{N}), \quad m = 1, 2, \dots, M,$$

其中  $g(f) = e^{-j\pi(N-1)f} \sin(N\pi f) / \sin(\pi f)$ ;  $N(2$  的整数幂) 为 FFT 点数;  $F_i$  为第  $i$  个信号变换到基频段的模拟频率, 单位为 MHz; 保证数字频率  $f_i \in (0, 0.5)$ , 将基频段分成 8 个带宽为 125MHz 的区间; 当  $F_i \in (0, 125), (250, 375), (500, 625), (750, 875)$  区间时  $k_i = 1$ ; 其他区间  $k_i = -1$ ;  $A_i$  为第  $i$  个信号幅度;  $P$  为信号个数;  $\gamma_{im}$  为第  $i$  个信号第  $m$  个阵元相对坐标原点的相位延时,  $\gamma_{im} = (2\pi/\lambda_i)r \cos(\theta_i - 2\pi(m-1)/M) \sin \phi_i$ ,  $\lambda_i$  为第  $i$  个信号波长,  $\theta_i$  为第  $i$  个信号方位角,  $\phi_i$  为第  $i$  个信号仰角,  $r$  为圆阵半径.

考虑处于某一峰值  $n_0$  周围的  $L$  个频率点,  $L = 2R + 1$ ,  $R$  为正整数, 构成  $L$  维列向量

$$X_m = \sum_{i=1}^Q \frac{A_i}{2} e^{jk_i \gamma_{im}} \mathbf{d}(f_i), \quad Y_m = \sum_{i=1}^Q \frac{A_i}{2} e^{jk_i \gamma_{im}} e^{-jk_i 2\pi F_i \tau} \mathbf{d}(f_i),$$

其中  $\mathbf{d}(f_i) = [g(f_i - (n_0 - R)/N), \dots, g(f_i - n_0/N), \dots, g(f_i - (n_0 + R)/N)]^T$ . 设  $\delta_{il} = 0.5A_i g(f_i - (n_0 - (R+1-l))/N)$ ;  $l = 1, \dots, L$ ;  $i = 1, \dots, Q$ ;  $Q \leq P$ ;  $Q$  表示对在数字频率  $n_0/N$  附近, 产生峰值作出贡献的信号源的数目, 利用信息论准则 (AIC) 或最短描述长度 (MDL) 等方法估计在数字频率峰值附近有贡献的信号源个数.

在 DFT 波束空间构造数据矩阵:

$$X = [X_1 X_2 \dots X_M]^T = BS, \quad Y = B\Phi S,$$

其中  $B$  为  $M \times Q$  矩阵, 其第  $m$  行第  $i$  列元素为  $e^{jk_i \gamma_{im}}$ ;  $S$  为  $Q \times L$  的矩阵, 其第  $i$  行第  $l$  列元素为  $\delta_{il}$ ;  $\Phi = \text{diag}(e^{-jk_1 2\pi F_1 \tau}, \dots, e^{-jk_Q 2\pi F_Q \tau})$ .

$X$  的协方差矩阵及  $Y$  和  $X$  的协方差矩阵的估值分别为

$$R_X = XX^H = BSS^H B^H, \quad R_{YX} = YX^H = B\Phi S S^H B^H.$$

将  $R_X$  作特征分解,  $R_X = \sum_{i=1}^Q \eta_i V_i V_i^H$ , 其中  $\eta_i (i = 1, \dots, Q)$  为  $R_X$  的  $Q$  个较大特征值,  $V_i$  为其对应的特征向量, 构造一个矩阵  $E = R_{YX} R_X^\#$ , 其中  $R_X^\# = \sum_{i=1}^Q \eta_i^{-1} V_i V_i^H$ , 则  $EB = B\Phi$ . 因为  $\text{rank} E = Q$ , 所以  $\Phi$  的第  $i$  个对角元素和  $B$  的第  $i$  个列向量, 分别为  $E$  的第  $i$  个较大特征值和其对应的特征向量.

由此可见, 由  $E$  的特征值可求得频率  $F_i (0 \sim 1\text{GHz})$  的估值, 进而由混频器的本振频率求得输入信号的实际频率的估值, 然后求得信号的波长估值, 模拟频率的估计也可采用间接算法, 详见第 3 节. 而方位角及仰角的估计可通过下述的整数搜索法求得, 消除空间欠采样方向的模糊. 设  $E$  的第  $i$  个较大特征值对应的特征向量为  $\mathbf{u} = [u_{i1}, \dots, u_{iM}]^T$ , 为了减少搜索范围, 将  $E$  的特征向量相邻元素相除得

$$\frac{e^{jk_i \gamma_{i(m-1)}}}{e^{jk_i \gamma_{im}}} = \frac{u_{i(m-1)}}{u_{im}}, \quad m = 1, 2, \dots, M-1. \quad (1)$$

令  $\arg[u_{i(m-1)}/u_{im}] = \Psi_{m-1} \in (0, 2\pi), m = 1, 2, \dots, M-1$ . 由 (1) 式得

$$-2\pi C_i \sin(\theta_i - \pi(2m-1)/M) \sin \phi_i = \Psi_m + 2\pi K_{im}, \quad m = 1, 2, \dots, M-1, \quad (2)$$

其中  $C_i = 2\pi k_i \sin(\pi/M)/\lambda_i$ . 展开 (1) 式得

$$2\pi C_i \left( \alpha_i \sin \frac{(2m-1)\pi}{M} - \beta_i \cos \frac{(2m-1)\pi}{M} \right) = \Psi_m + 2\pi K_{im}, \quad m = 1, 2, \dots, M-1, \quad (3)$$

其中  $\alpha_i = \cos \theta_i \sin \phi_i$ ,  $\beta_i = \sin \theta_i \sin \phi_i$ .

由于  $\sin(\theta_i - (2m-1)\pi/M) \sin \phi_i \in (-1, 1)$ ,  $m = 1, 2$ ; 所以  $-C_i - \Psi_m/(2\pi) < K_{im} < C_i - \Psi_m/(2\pi)$ ,  $m = 1, 2$ . 令  $SK_{im} = \text{Int}[-C_i - \Psi_m/(2\pi)]$ ,  $EK_{im} = \text{Int}[C_i - \Psi_m/(2\pi)]$ ,  $m = 1, 2$ , 其中  $\text{Int}[\ ]$  表示取整数. 整数搜索法就是  $K_{i1}, K_{i2}$  分别在  $SK_{i1} \sim EK_{i1}$  和  $SK_{i2} \sim EK_{i2}$  范围内进行搜索. 对于某一组  $K_{i1}, K_{i2}$ , 由 (3) 式中  $m = 1, m = 2$  构成的方程组求得一组  $\alpha_i, \beta_i$ , 再代入 (3) 式求得  $K_{im}$ ,  $m = 3, 4, \dots, M-1$ , 然后计算该组的误差:

$$\Delta K_i = \sum_{m=3}^{M-1} |K_{im} - \text{round}(K_{im})|.$$

函数  $\text{round}(x)$  表示最接近  $x$  的一个整数. 只有正确的  $K_{i1}$  和  $K_{i2}$  组合,  $K_{im}(m = 3, 4, \dots, M-1)$  才为整数,  $\Delta K_i$  才能最小 (趋近于零). 搜索所有  $K_{i1}$  和  $K_{i2}$  的组合, 计算  $\Delta K_i$ . 使  $\Delta K_i$  最小的  $K_{i1}$  和  $K_{i2}$  为正确的组合, 求得  $\alpha_i$  和  $\beta_i$ , 再代入 (3) 式求得正确的  $K_{im}$ ,  $m = 3, 4, \dots, M-1$ . 为求解  $\alpha_i, \beta_i$  的估值, 构造超定方程

$$A[\alpha_i \beta_i]^T = \mathbf{b},$$

其中

$$A = 2\pi C_i \begin{bmatrix} \sin(\pi/M) & -\cos(\pi/M) \\ \sin(3\pi/M) & -\cos(3\pi/M) \\ \vdots & \vdots \\ \sin((2M-3)\pi/M) & -\cos((2M-3)\pi/M) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \Psi_1 + 2\pi K_{i1} \\ \Psi_2 + 2\pi K_{i2} \\ \vdots \\ \Psi_{M-1} + 2\pi K_{i(M-1)} \end{bmatrix}.$$

求解超定方程得

$$[\alpha_i \beta_i]^T = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{b},$$

然后求得  $\theta_i$  和  $\phi_i$  估值.

当某一信号源基频段频率为  $F_i$ , 其数字频率为  $f_i$ , 另一信号源基频段频率为  $(n-1)F_S + f_i F_S$  或  $nF_S - f_i F_S (n = 1, 2, 3, 4)$  时, 由于时间欠采样, 该两个信号源的数字频率相同, 数据矩阵  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$  的秩不等于信号源的数目, 该算法不能分辨这两个信号. 此外, 由于仅对同相通道进行采样和 FFT 处理,  $F_S/2$  整数倍频点的频谱混叠. 这两种情况都可用双采样方法加以解决, 在第一个 128 点用  $F_S$  采样, 下一个 128 点用  $F_{S1}$  采样, 依次轮流采样, 只要两个采样频率在  $(0 \sim 1000\text{MHz})$  范围内满足:  $nF_S/2 \neq mF_{S1}/2$ , 其中  $n, m$  为整数, 可保证对采样频率  $F_S$  数字频率相同的信号, 对采样频率  $F_{S1}$  数字频率肯定不相同,  $F_S/2$  整数倍频点对采样频率  $F_{S1}$  频谱不混叠, 反之亦然.

### 3 频率间接估计算法

先求解数字频率  $f_i$ , 再由  $f_i$  与  $F_i$  的关系求解  $F_i$ . 可推得数字频率为<sup>[1]</sup>

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \arg\{d^H(f_i)H^*Wd(f_i)\}, \quad (4)$$

其中  $H = \text{diag}(e^{-j2\pi(n_0-R)/N}, \dots, e^{-j2\pi n_0/N}, \dots, e^{-j2\pi(n_0+R)/N})$ ,  $W$  为对角线元素都为  $1 - 1/L$ , 其余元素都为  $-1/L$  的  $L \times L$  矩阵.

同理可构造一个矩阵  $F = Y^T X^* \sum_{i=1}^Q \eta_i^{-1} W_i W_i^H$ , 其中  $\eta_i$ ,  $W_i$  分别为矩阵  $X^T X^*$  的特征值和对应的特征向量, 则  $FS^T = S^T \Phi$ . 因为  $\text{ran} F = Q$ , 所以  $\Phi$  的第  $i$  个对角元素和  $S^T$  的第  $i$  个列向量, 分别为  $F$  的第  $i$  个较大特征值和其对应的特征向量.  $d(f_i)$  的估值正比于  $F$  的第  $i$  个较大特征值对应的特征向量, 由 (4) 式就可求出  $f_i$  的估值.

频率直接估计算法和间接估计算法求模拟频率公式分别为

$$F_{D_i} = (1/2\pi\tau) \arg\{\lambda_i\}, \quad (5)$$

$$F_{1_i} = \text{Int}\{(F_{D_i} + 0.5F_S)/F_S\}F_S + (k_{D_i}F_S/2\pi) \arg\{d^H(f_i)H^*Wd(f_i)\}, \quad (6)$$

其中  $\lambda_i$  为  $E$  的第  $i$  个特征值;  $k_{D_i} = (-1)^{D_i}$ ,  $D_i = \text{Int}[F_{D_i}/125]$ . 一方面 (5) 式中幅角的估计方差比 (6) 式中幅角的估计方差小 2 ~ 3 个数量级, 另一方面 (5) 式中复角前的系数比 (6) 式中复角前的系数大近一个数量级 (8 倍). 两者的结果使频率间接估计算法的估计方差比直接估计算法的方差要小几个数量级.

### 4 计算机仿真

计算机仿真时, 采用阵元数为 16 的均匀圆阵列. 信号源 1:  $(F_1, \theta_1, \phi_1) = (1560\text{MHz}, 30^\circ, 60^\circ)$ , 信号源 2:  $(F_2, \theta_2, \phi_2) = (17590\text{MHz}, 50^\circ, 20^\circ)$ . FFT 采样点数为 128, 延时  $\tau$  为 0.5ns, 圆阵的半径  $r$  选为最小波长的五倍, 进行 500 次独立实验. 仿真结果如图 1, 图 2, 图 3 所示, 图 1 为频率估计方差与信噪比的关系, 从图中可知信号源 1、信号源 2 模拟频率直接估计的方差很接近, 模拟频率间接估计的方差比直接估计方差小约 2 ~ 3 数量级. 图 2、图 3 分别为两目标方位角、仰角估计方差与信噪比的关系, 图中表明在角度估计时用模拟频率直接估值和模拟频率间接估值, 其角度估计方差在仿真实验条件下几乎相同.

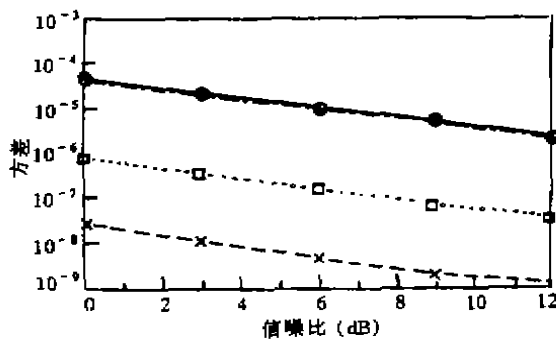


图 1 来波频率估计方差与信噪比关系

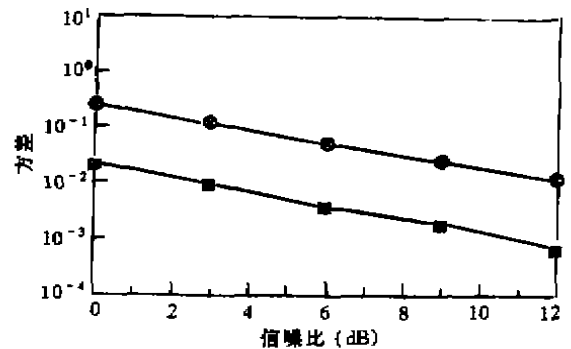


图 2 来波方位角估计方差与信噪比关系

(采用直接频率估值, 信号 1 ○; 信号 2 +; 采用间接频率估值, 信号 1 ×, 信号 2 □)

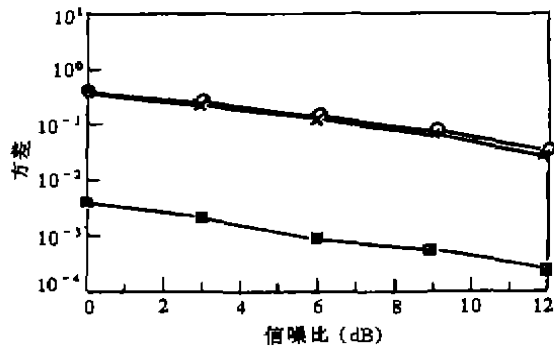


图3 来波仰角估计方差与信噪比关系  
频率直接估计算法: 信号1 ○, 信号2 +  
频率间接估计算法: 信号1 ×, 信号2 □

## 5 结 论

用均匀圆阵(阵元数大于6)和阵元延时在DFT波束空间可实现宽频段来波频率和二维角估计。通过对构造的矩阵进行特征分解,利用矩阵特征值信息,求解基频段模拟频率,利用特征值与其特征向量之间的一一对应关系完成信号频率、方位角和仰角的自动配对,用整数搜索法消除空间欠采样方向模糊。模拟频率估计拟采用间接估计法,以减小其估计方差,这是以增加计算量为代价。仿真结果表明,在角度估计时可采用直接模拟频率估值也可用间接模拟频率估值,对角度估计方差影响不大。本文仅对用均匀圆阵实现宽频段来波频率和二维角估计方法作了初步理

论探讨,许多工程应用问题尚待研究,我们正致力于进一步探索。该方法在电子战无源接收机中有广阔的应用前景,它是测频测向一体化的理论基础。

## 参 考 文 献

- [1] Zoltowski M D, Mathews C P. Real-time frequency and 2-D angle estimation with sub-Nyquist spatio-temporal sampling. IEEE Trans. on SP 1994, SP-42(10): 2781-2794.
- [2] 肖先赐. 空间谱估计测向技术应用前景. 电子对抗国防重点实验室论文集, 1994.
- [3] Padmini C U, Naidu P S. Circular array and estimation of direction of arrival of a broadband source. Signal Processing, 1994, 37: 243-254.
- [4] McCormick W S. Suboptimal real-time frequency/incident-angle estimation for multiple radar pulse. IEE Proc. -F, 1991, 138(3): 247-254.

## REAL-TIME FREQUENCY AND 2D ANGLE ESTIMATION OF WIDE FREQUENCY BAND SIGNALS WITH UNIFORM CIRCULAR ARRAYS

Si Deyi Le Jiang Shen Shituan Zhou Yinqing

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

**Abstract** A method is presented for real-time estimation of the frequency, azimuth and elevation angles of the signal incident on uniform circular arrays(UCA) over a very wide frequency band(1~18GHz) in DFT beamspace. The method provides unambiguous frequency estimation under temporal undersampling and unambiguous azimuth and elevation estimation using integer search algorithm under spatial undersampling. The estimations of azimuth and elevation angles are automatically paired with corresponding frequency estimates. The variance of the frequency estimates of indirect method is 2~3 magnitudes less than that of the direct method. Simulations are presented demonstrating the capabilities of the method.

**Key words** Wide frequency band signals, Frequency and two dimensional angle estimation, Uniform circular arrays, Automatic pair

斯德谊: 男, 1966年生, 副教授, 阵列信号处理、多维参数估计、扩频通信。

乐强: 女, 1973年生, 硕士, 阵列信号处理。

沈士团: 男, 1940年生, 教授, 博士生导师, 遥控遥测、阵列信号处理、多维参数估计。

周荫清: 男, 1936年生, 教授, 博士生导师, 雷达、信号和信息处理、谱估计、阵列信号处理。