第12卷 第4期
1990年 7 月

电子科学学刊
JOURNAL OF ELECTRONICS

Vol. 12, No. 4
July, 1990

(n, F, k) 系统可靠性*

孙惠中
(中国科学院空间中心，北京)

廖炯生
(北京控制工程研究所，北京)

摘要 (n,F,k) 系统由 n 个单元组成，当且仅当大于 F 个单元发生故障，或者 k 个或 k 个以上相邻单元发生故障，则系统失效．本文提出了 (n,F,k) 系统可靠性的一般计算公式，并给出该系统可靠性的上下界．

关键词 信号处理系统；可靠性；故障

1. 引言

在空间和军事应用中，红外系统是一种十分精密和复杂的设备，特别是它的探测和信号处理部分．由于它的复杂的内部结构和多重的失效判据，系统可靠性模型需要特殊处理． Steven S. Tung[1] 讨论了一种红外探测和信号处理系统的可靠性模型，进行了组合分析． 它考虑由 112 个探测器/通道单元和 28 个多路调制器（MUX） 线路板组成的特定的红外系统，为此提出的系统可靠性模型是，当且仅当下列条件至少有一个发生时，系统失效．(1) $F=5$ 个以上的探测器/通道单元故障或成为噪声通道；(2) $k=3$ 或 3 个以上的相邻的探测器/通道单元故障或成为噪声通道；(3) 在整个阵列的 10% 中心区域出现一个或一个以上的故障单元或噪声通道。就其特定的分析对象而言，文献[1]提出的模型是有根据的．上述阵列中心区不许出现一个单元故障的要求，对于某一类特殊对象(例如相控阵雷达)也是有参考意义的．但是上述第一、第二条故障判据和第三条故障判据如果要推广应用到其它系统，则其复盖的范围显然不同，后者要窄一些．因此，本文从中提取出 (n,F,k) 系统模型，给出该系统可靠性一般公式．注意， 本文将文献[1]中的三条故障判据加以分离，(n,F,k) 系统仅以第一、第二条判据作为系统故障条件． (n, F, k) 系统定义为：对于 n 个探测器/预放大器通道和 n/k 个 MUX 线路板组成的系统，下列条件之一发生则引起系统故障：(1)大于 F 个通道故障或成为噪声通道；(2) k 个或 k 个以上相邻通道故障或成为噪声通道．

基于图 1 可靠性框图和条件 (2)，MUX 线路板不允许损坏，因为任何一个 MUX 板损坏将引起相邻 k 个通道故障．另一个例子是"银行自动支付系统"[2]． 它是一个由 n 个终端器和若干个多路传输器（MPX）和一台中央计算机组成的计算机系统．每 k 个终端为一组，与一个 MPX 单元串联．如果仅有 F 个终端失效，但是相邻终端失效数小于 k，则每一个 MPX 单元仍能与中央计算机联系，系统还能工作．如果总共有 F 个以上的终端失效，或有 k 个或 k 个以上相邻终端失效，则至少有一个分行不能与中央计算机联

* 1988 年 7 月 28 日收到，1989 年 3 月 15 日修改定稿．

系，或者整个系统支付速率大大下降，系统就失败了．除此以外，集成电路的选择布线也出现同类问题．这类系统可以概括为 (n,F,k) 系统模型．换句话说，(n,F,k) 系统可靠性模型即是“n中取连续(相邻) k 则失效，”系统或“n 中取 $s(s=n-F)$ 好”表决系统。下面介绍了 (n,F,k) 系统可靠性一般公式，并给出上下界．

2. 符号与定义

λ_d 是每个探测器的失效率；λ_c 是每个通道的失效率；$\lambda_B=\lambda_d+\lambda_c$．$\lambda_M$ 是每个 MUX 线路板的失效率；$\theta=1-e^{-\lambda_B t}$ 是每个探测器/通道的失效概率（指数分布）；n 是探测器/通道数；F 是当系统仍工作时，允许失效的最大探测器/通道数；k 是当系统失败时，最小的相邻失效探测器/通道数；$R(n,F,k)$ 是 (n,F,k) 系统可靠性。

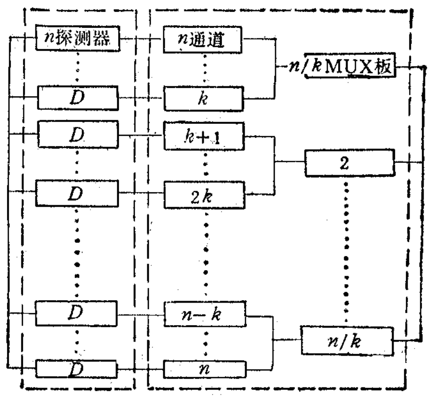

图 1 红外探测器/预放大器/多路调制器系统可靠性框图

3. 可靠性计算公式

当 $k=1$ 时，显然 (n,F,k) 系统简化为串联系统．因为任何一个探测器/通道失效，将会引起系统失效。

$$R=(1-\theta)^n \tag{1}$$

当 $k>F$ 时，在“n 中取 s 好$(s=n-F)$”表决系统失效之前，不可能有 k 个相邻的探测器/通道失效．显然，这时 (n,F,k) 系统简化为单纯的“n 中取 s 好$(s=n-F)$”表决系统，而表决系统可靠度为

$$R=\sum_{j=0}^{F}\binom{n}{j}\theta^j(1-\theta)^{n-j} \tag{2}$$

如果 $1<k\leqslant F$，则有两种情况：(1)设 j 个探测器/通道失效，且 $j=0,1,\cdots,k-1$；则系统必是成功的，其成功概率为：

$$R=\sum_{j=0}^{k-1}\binom{n}{j}\theta^j(1-\theta)^{n-j} \tag{3}$$

(2)如果 j 个探测器/通道失效，且 $j=k,k+1,\cdots,F$；则系统失效与否取决于失效通道与正常通道在系统中的配置，可以设想为 $(n-j)$ 个正常通道放入 $(n-j+1)$ 个缸之间．位于第一个正常通道之前的相邻失效通道数，设想为放入第一个缸中的球数．第一与第二个正常通道之间的相邻失效通道数相当于放入第二个缸的球数，余此类推．这是概率论中的占位问题[3]．对于 j 个失效通道，如果每个缸中球数 $\leqslant k-1$，则系统成功．由文献[3]，有 $N(j,n-j+1,k-1)$ 种放法满足此条件．

$$\begin{cases} N(j,\ n-j+1,k-1)=\displaystyle\sum_{i=0}^{n-j+1}\binom{n-j+1}{i}N[j-(k-1)i,n-j+1-i,k-2], & \text{当 } k-1\geqslant 2\\ N(j,\ n-j+1,k-1)=\begin{cases}\dbinom{n-j+1}{j}, & \text{对于 } 0\leqslant j\leqslant n-j+1;\\ 0, & \text{对于 } j>n-j+1,\end{cases} & \text{当 } k-1=1\end{cases}$$

因为对每种 j，其出现概率为

$$\theta^j(1-\theta)^{n-j}$$

所以有

$$R=\sum_{j=k}^{F} N(j,n-j+1,k-1)\theta^j(1-\theta)^{n-j} \tag{4}$$

综合以上讨论得到 (n,F,k) 系统可靠度的一般表达式为:

$$R(n,F,k)=\begin{cases}(1-\theta)^n, & 当\ k=1\\ \sum_{i=0}^{F}\binom{n}{i}\theta^i(1-\theta)^{n-i}, & 当\ k>F\\ \sum_{i=0}^{k-1}\binom{n}{i}\theta^i(1-\theta)^{n-i}+\sum_{j=k}^{F}N(j,n-j+1,k-1)\theta^j(1-\theta)^{n-j} & 当\ 1<k\leqslant F\end{cases} \tag{5}$$

式中，$\theta=1-e^{-\lambda_E t}$. 计入 MUX 线路板可靠性，应乘以因子 $e^{-\frac{n}{k}\lambda_M t}$.

4. (n,F,k) 系统可靠性的界

(n,F,k) 系统可靠度的下界为

$$R(n,F,k)\geqslant(1-\theta)^n \tag{6}$$

这个下界看起来很保守，对于 $k\geqslant2$ 的情形，它还有可能再改进. 但是作为一般 (n,F,k) 系统可靠性下界，它已经不能再改进了，因为如前所述，当 $k=1$ 时，(6)式取等号.

(n,F,k) 系统可靠性的上界可以这样来考虑：当 $k>F$ 时，不管 F 个失效通道是否相邻，系统总是成功的；只有当失效通道总数 $\geqslant F+1$，系统才失效. 这时 (n,F,k) 系统简化为单纯的表决系统，原来的两条故障判据中，相邻失效通道数 $\geqslant k$ 这一约束解除了. 显然，这时的系统可靠性表达式即是可靠度上界. 即

$$R(n,F,k)\leqslant\sum_{i=0}^{F}\binom{n}{i}\theta^i(1-\theta)^{n-i} \tag{7}$$

这个上界对于 $k\leqslant F$ 的情形来说，虽然有可能再改进. 但作为一般 (n,F,k) 系统可靠性上界，它已经不能再改进了，因为当 $k>F$ 时，(7)式取等号.

5. 举例

设有一红外探测和信号处理系统，由 8 个探测器/通道组成，每个探测器/通道的不可靠度 $\theta=0.05$. 系统故障定义为：(1)大于 4 个通道失效或成为噪声通道；(2)有 3 个或 3 个以上相邻通道失效或成为噪声通道. 求系统可靠性及其上、下界.

解　这是(8,4,3)系统，由(5)式

$$R(8,4,3)=(1-\theta)^8+\binom{8}{1}\theta(1-\theta)^7+\binom{8}{2}\theta^2(1-\theta)^6$$
$$+N(3,8-3+1,3-1)\theta^3(1-\theta)^5+N(4,8-4$$
$$+1,3-1)\theta^4(1-\theta)^4$$

其中, $N(3,8-3+1,3-1)=N(3,6,3-2)+\binom{6}{1}N(3-2,5,3-2)$

$$+\binom{6}{2}N(3-4,4,3-2)=\binom{6}{3}+\binom{6}{1}\binom{1}{5}=50$$

$$N(4,8-4+1,3-1)=N(4,5,3-2)+\binom{5}{1}N(4-2,5-1,3-2)$$

$$+\binom{5}{2}N(4-2\times 2,5-2,3-2)=\binom{5}{4}+\binom{5}{1}\binom{4}{2}$$

$$+\binom{5}{2}=45$$

所以 $R(8,4,3)=(1-\theta)^8+8\theta(1-\theta)^7+28\theta^2(1-\theta)^6+50\theta^3(1-\theta)^5$
$+45\theta^4(1-\theta)^4$

当 $\theta=0.05$, $1-\theta=0.95$, 则 $R(8,4,3)=0.99914$.

系统可靠度下界 $R_L=0.66342$, 上界 $R_U=0.99998$.

作者感谢曹晋华研究员和程侃副研究员对本文的讨论和帮助.

参　考　文　献

[1] Steven S. Tung, Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, 1982, Los Angeles, CA USA, 1982, Jan. 26—28, pp. 262—266.
[2] 猪濑博编著,尤国俊,肖俊远译,计算机系统的高可靠性技术,国防工业出版社,1985年,3 月.
[3] C. Deman, et al., *IEEE Tans. on Reliability*, R-31(1982), 57—63.
[4] D. T. Chaing, S. C. Niu, *IEEE Tans. on Reilability*, R-30(1981), 87—89.

RELIABILITY OF (n, F, k) SYSTEM

Sun Huizhung
(Space Science and Technology Center, Academia Sinica, Beijing)

Liao Jiongsheng
(Beijing Institute of Control Engineering, Beijing)

Abstract　The (n, F, κ) system consists of n components. If the number of failed component is more than F, or the number of adjacent failed component is more than κ, then the system fails. A recursive formula for computing reliability of the system is presented, and the up and low bound of reliability of this system are given.

Key words　Signal processing system; Reliability; Fault