

基于互素对称阵的近场源定位

梁国龙 韩博*

(哈尔滨工程大学水声技术重点实验室 哈尔滨 150001)

摘要: 针对近场源定位中存在的孔径损失问题, 该文提出了一种新的近场源定位算法。该算法采用互素对称阵列, 使得阵元间距不必限制于 $1/4$ 信号波长。首先构造一个特殊的四阶累积量矩阵, 进而采用 MUSIC 算法估计信源方位角, 然后在每个估计方向上搜索距离。该算法将近场源 2 维定位问题转化为多次 1 维搜索, 且参数自动配对。互素对称阵的使用有效地扩展了阵列孔径, 提高了空间分辨概率和参数估计性能。计算机仿真验证了该算法的有效性。

关键词: 信号处理; 源定位; 近场; 阵列处理; 互素对称阵; 累积量

中图分类号: TB566

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)01-0135-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.00756

Near-field Sources Localization Based on Co-prime Symmetric Array

Liang Guo-long Han Bo

(Science and Technology on Underwater Acoustic Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: For the issue of aperture loss appears when localizing near-field sources, a novel near-field source localization algorithm is presented. The algorithm is based on the co-prime symmetric array, thus the intersensor spacing need not be limited to quarter-wavelength. First, a special fourth-order cumulant matrix is constructed to estimate the azimuth angles of sources by the MUSIC algorithm. Second, the range parameters of sources can be obtained by searching the spectral peak with each estimated bearing angle. The algorithm transforms the two-dimensional localization issue into several one-dimensional searching issue, and the parameters are automatically paired. The array aperture is extended by using co-prime symmetric, and the algorithm improves the spatial resolution and parameters estimated performance. Simulation results verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: Signal processing; Sources localization; Near-field; Array processing; Co-prime symmetric array; Cumulant

1 引言

空间信号源参数估计问题是阵列信号处理中的研究热点。许多远场条件下的 DOA 估计算法相继提出^[1-3]。而信号源与阵列距离较近时, 远场平面波的假设不成立, 波阵面以球面波形式传播。针对近场源定位问题, 国内外学者提出了很多方法^[4-13]。Huang 等人^[4]采用 2 维 MUSIC 算法定位近场目标, 但该方法需要距离和方向角的 2 维搜索。文献[5-7]通过构造高阶累积量, 采用高阶 ESPRIT 算法估计近场源参数, 文献[8]进一步减小计算量, 仅采用二阶累积量完成近场源参数估计, 虽然文献[5-8]提出的算法避免了 2 维搜索, 但此类方法对目

标的距离估计性能较差。Zhi 等人^[9]基于对称阵列, 利用广义 ESPRIT 算法搜索近场源方位角, 刘亮等人^[10]应用降秩的思想, 构造出仅与方向角参数有关的流形矩阵搜索信源方位角, 文献[11,12]重构一个仅与信源方位参数有关的矩阵, 利用 MUSIC 算法搜索方位角, 文献[9-12]在得到信源方位角估计值后, 就可以在相应的方向上搜索各信源距离, 这样就将 2 维搜索转化为多个 1 维搜索, 但这类方法存在较大的阵列孔径损失。文献[13]通过构造高维的累积量矩阵估计信源方位角, 减小了阵列孔径损失。

阵列孔径是影响信源方位角分辨率和定位精度的重要因素之一。在阵元数目有限的情况下, 稀疏布阵可以增加阵列孔径, 为避免稀疏阵列带来的空间模糊问题, 文献[14-16]给出了稀疏阵列的设计方法及其在远场条件下的应用。本文根据近场条件, 将互素阵^[15]扩展, 采用互素对称阵模型, 提出一种新的近场源定位算法。首先构造了一个特殊的四阶

2013-05-27 收到, 2013-10-25 改回

国家自然科学基金(51279043, 51209059), 水声技术国家级重点实验室基金(9140C200203110C2003)和黑龙江省普通高等学校青年学术骨干支持计划(1253G019)资助课题

*通信作者: 韩博 hanbo710@126.com

累积量矩阵, 利用 MUSIC 算法估计信源方向角。然后根据方位角估计值搜索信源距离参数。该算法将 2 维搜索问题转化为多次 1 维搜索, 无需参数配对, 采用互素对称阵提高了 DOA 空间分辨概率和定位性能。

2 信号模型

考虑两条均匀线列阵(ULA)位于同一水平线上, 阵列 1 的阵元数和阵元间距分别为 $2M-1$ 和 Nd , 阵列 2 的阵元数和阵元间距分别为 $2N-1$ 和 Md , d 表示最小阵元间距。令 $M=N+1$, 使 M 与 N 互为素数, 所以除中心阵元外, 其它阵元不会存在重合现象, 因此互素对称阵列的阵元总数为 $4N-1$ 。假设空间存在 P 个近场窄带信号入射到阵列, 如图 1 所示, 其中, 实心点表示阵列 1 的阵元位置, 空心点表示阵列 2 的阵元位置, 中心阵元公用, 图中的 $-(M-1)Nd, -(N-1)Md, \dots, (M-1)Nd$ 分别表示各阵元的坐标。

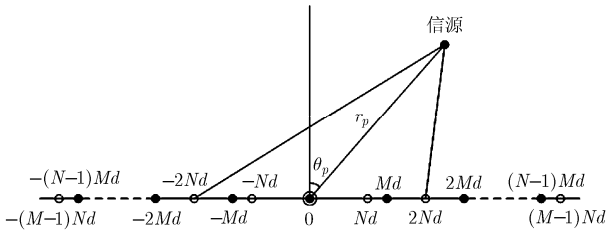


图 1 阵列几何模型

第 i 个阵元接收到的信号可以表示为

$$x_i(t) = \sum_{p=1}^P s_p(t) e^{j\tau_{pi}} + n_i(t) \quad (1)$$

其中 $-2N+1 \leq i \leq 2N-1$, $s_p(t)$ 为第 p 个信号源, $n_i(t)$ 为第 i 号阵元接收到的空间噪声, τ_{pi} 为第 p 个信源到第 i 个阵元与中心参考阵元的时延差, 则 τ_{pi} 可表示为

$$\tau_{pi} = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\sqrt{r_p^2 + (l_i d)^2} - 2r_p l_i d \sin \theta_p - r_p \right) \quad (2)$$

其中 λ 为信号波长, θ_p 和 r_p 为第 p 个近场源的方位角和距离参数, $l_i d$ 表示第 i 个阵元的位置。当距离参数满足 $0.62(D^3/\lambda)^{1/2} < r_p < 2D^2/\lambda$ 时 (D 表示阵列孔径), 即信源位于菲涅尔区, 利用菲涅尔近似, 式(2)可近似为

$$\tau_{pi} \approx \mu_p l_i + \varphi_p l_i^2 \quad (3)$$

其中 $\mu_p = -2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta_p$, $\varphi_p = \pi \frac{d^2}{\lambda r_p} \cos^2 \theta_p$, 则式(1)

可以化简为

$$x_i(t) = \sum_{p=1}^P s_p(t) e^{j(\mu_p l_i + \varphi_p l_i^2)} + n_i(t) \quad (4)$$

阵列接收信号表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta, r) \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (5)$$

式中

$$\mathbf{x}(t) = [x_{-2N+1}(t), x_{-2N+2}(t), \dots, x_{2N-1}(t)]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{A}(\theta, r) = [\mathbf{a}(\theta_1, r_1), \mathbf{a}(\theta_2, r_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_P, r_P)] \quad (7)$$

$$\mathbf{a}(\theta_p, r_p) = \begin{bmatrix} e^{j(\mu_p(-(M-1)N) + \varphi_p(-(M-1)N)^2)} \\ e^{j(\mu_p(-(N-1)M) + \varphi_p(-(N-1)M)^2)} \\ \vdots \\ e^{j(\mu_p((M-1)N) + \varphi_p((M-1)N)^2)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{n}(t) = [n_{-2N+1}(t), n_{-2N+2}(t), \dots, n_{2N-1}(t)]^T \quad (10)$$

不失一般性, 本文做如下假设:

(1) 信号为零均值、非高斯的窄带平稳随机过程, 且具有非零峰度, 信号之间互不相关;

(2) 各阵元接收的噪声为零均值的高斯白噪声, 并与信号相互独立;

(3) 阵元最小间距 $d = \lambda/4$, λ 表示信号波长。

3 基于互素对称阵的混合阶 MUSIC 算法

3.1 构造累积量矩阵

本文意在构造一个仅与信源方位角有关的四阶累积量矩阵, 并使互素对称阵等效于阵元间距为 $\lambda/4$ 的均匀线列阵。定义如式(11)所示的四阶累积量:

$$c(a, b, c, d) = \text{cum}\{x_a(t), x_b^*(t), x_c(t), x_d^*(t)\} \quad (11)$$

其中, 括号中的前两项取阵列 1 中的数据, 后两项取阵列 2 中的数据, 令 $a = -b = m \in [-M+1, M-1]$, $-c = d = n \in [0, N-1]$, 则可得

$$\begin{aligned} & \text{cum}\{x_m(t), x_{-m}^*(t), x_n(t), x_n^*(t)\} \\ &= \sum_{p=1}^P C_{4s_p} e^{j(mN-nM)2\mu_p} \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $C_{4s_p} = \text{cum}\{s_p(t), s_p^*(t), s_p(t), s_p^*(t)\}$ 。那么, 定义 $(MN-1) \times 1$ 维的四阶累积量向量 \mathbf{c}_1 , 其第 k 个元素表示为

$$\mathbf{c}_1(k) = \text{cum}\{x_m(t), x_{-m}^*(t), x_n(t), x_n^*(t)\} \quad (13)$$

当 $k \in [1, MN-1] \cap [1+(q-1)N, qN]$, $q = (1, 2, \dots, M)$ 时, $m = (N+1)(q-1) - k$, $n = qN - k$ 。

同理, 定义另一个 $(MN-1) \times 1$ 维的四阶累积量向量 \mathbf{c}_2 , 其第 k 个元素表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_2(k) &= \text{cum}\{x_{-m}(t), x_m^*(t), x_n(t), x_n^*(t)\} \\ &= \sum_{p=1}^P C_{4s_p} e^{j[-(mN-nM)2\mu_p]} \end{aligned} \quad (14)$$

其中 k, m 和 n 同式(13)中相应参数取值相同。构造 $(MN-1) \times (MN-1)$ 维的反对角单位阵 \mathbf{J} , 令

$$\mathbf{c}_3 = \mathbf{J}\mathbf{c}_2 \quad (15)$$

再定义一个四阶累积量 c_0 , 表示为

$$c_0 = \text{cum}\{x_0(t), x_0^*(t), x_0(t), x_0^*(t)\} = \sum_{p=1}^P C_{4s_p} \quad (16)$$

将 \mathbf{c}_1, c_0 和 \mathbf{c}_3 垒成一个 $(2MN-1) \times 1$ 维的长向量 \mathbf{c} , 表示为

$$\mathbf{c} = [\mathbf{c}_1^T, c_0, \mathbf{c}_3^T]^T \quad (17)$$

容易发现, 向量 \mathbf{c} 中元素的相位项中的 $(mN-nM)$ 部分的取值分别为: $-(N^2+N-1), -(N^2+N-2), \dots, 0, \dots, (N^2+N-2), (N^2+N-1)$ 。这样, 可以构造一个 Toeplitz 阵, 使得 $MN \times MN$ 维的四阶累积量矩阵 \mathbf{C} 的第 m 列 ($m=1, 2, \dots, MN$) 可以表示为式(18)。

$$\mathbf{C}(:, m) = \mathbf{c}(MN-1-m : 2MN-m) \quad (18)$$

可见, 矩阵 \mathbf{C} 仅包括信源方位角信息, 类似于远场协方差矩阵, 表示为

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{C}_{4S}\mathbf{A}^H(\theta) \quad (19)$$

$$\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_p)] \quad (20)$$

$$\mathbf{a}(\theta_p) = [1, e^{j2\mu_p}, \dots, e^{j(MN-1)2\mu_p}] \quad (21)$$

$$\mathbf{C}_{4S} = \text{diag}(C_{4s_1}, C_{4s_2}, \dots, C_{4s_p}) \quad (22)$$

其中 $\mathbf{A}(\theta)$ 为类远场阵列流形矩阵, $\mathbf{a}(\theta_p)$ 为第 p 个信号的类远场阵列流形向量, \mathbf{C}_{4S} 为信号协方差矩阵。

3.2 近场源 DOA 估计

从式(19)~式(22)可以看出, 矩阵 $\mathbf{A}(\theta)$ 类似于 P 个远场信号入射到阵元数为 MN 的均匀线列阵所形成的阵列流形矩阵, \mathbf{C}_{4S} 满秩, 类似于远场信号协方差矩阵。对矩阵 \mathbf{C} 特征值分解, 式(19)表示为

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H = \mathbf{U}_s\mathbf{\Lambda}_s\mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n\mathbf{\Lambda}_n\mathbf{U}_n^H \quad (23)$$

式中 $\mathbf{\Lambda}_s$ 为 P 个大特征值组成的对角阵, $\mathbf{U}_s \in C^{MN \times P}$, 是 P 个大特征值所对应的特征矢量张成的子空间, $\mathbf{\Lambda}_n$ 为 $MN-P$ 个小特征值组成的对角阵, $\mathbf{U}_n \in C^{MN \times (MN-P)}$, 表示噪声子空间。那么, 信源方位角估计值可以利用式(24)所示的 MUSIC 谱得到

$$P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}_n\mathbf{U}_n^H\mathbf{a}(\theta)} \quad (24)$$

由以上分析可以看出, 利用阵元数为 $4N-1$ 的互素对称阵构造出新的累积量矩阵, 可以等效为 MN 元的均匀线列阵协方差矩阵, 因此该方法最多可以估计 $MN-1$ 个近场源的方位角, 且不会产生 DOA 空间模糊。与实际阵元数相同的均匀线列阵相比, 互素对称阵明显增加了阵列的孔径。当 $N \geq 3$

时, 等效均匀线列阵阵元数大于实际阵元数, 增加了阵列的自由度。

3.3 近场源距离估计

阵列数据协方差矩阵如下:

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)] \quad (25)$$

对 \mathbf{R} 进行特征值分解得 $\mathbf{R} = \mathbf{V}_s\mathbf{\Sigma}_s\mathbf{V}_s^H + \mathbf{V}_n\mathbf{\Sigma}_n\mathbf{V}_n^H$, 其中, $\mathbf{V}_n \in C^{(4N-1) \times (4N-1-P)}$, 表示噪声子空间。将估计出的方位角 $\hat{\theta}_p$ 代入式(8), 并在距离维搜索, 那么, 第 p 个信号的距离可由 MUSIC 算法得到

$$P_p(r) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\hat{\theta}_p, r)\mathbf{V}_n\mathbf{V}_n^H\mathbf{a}(\hat{\theta}_p, r)} \quad (26)$$

这样就将 2 维搜索转化为 $P+1$ 次 1 维搜索, 并且参数自动配对。由于距离估计是直接采用实际阵列协方差矩阵, 所以本文算法可以估计的信源数上限为 $\min(4N-2, MN-1)$ 。当 $N \geq 3$ 时, 与文献[10]算法所估计的信源数上限一致, 而基于二阶统计量的算法^[8-10]最多可以估计 $2N-1$ 个信源。

需要注意的是, 距离估计是采用互素对称阵数据协方差矩阵, 直接利用这种稀疏阵估计信源参数时, 应该考虑空间模糊问题。在 θ_p 方向上产生距离模糊的条件是

$$\frac{\pi d^2}{\lambda r_p} (mN)^2 \cos^2 \theta_p = \frac{\pi d^2}{\lambda r'_p} (mN)^2 \cos^2 \theta_p + k2\pi \quad (27)$$

$$\frac{\pi d^2}{\lambda r_p} (nM)^2 \cos^2 \theta_p = \frac{\pi d^2}{\lambda r'_p} (nM)^2 \cos^2 \theta_p + l2\pi \quad (28)$$

其中 $m = -M+1, -M+2, \dots, M-1$, $n = -N+1, -N+2, \dots, N-1$, 整数 k 和 l 满足 $|k| \geq 1, |l| \geq 1$ 。首先考虑式(27), 因为 r_p 和 r'_p 是等效的, 不妨设 $r_p < r'_p$, 那么当 r_p 和 r'_p 分别取菲涅尔区的下限和上限时, k 可以取到最大值, 将 $r_p = 0.62(D^3/\lambda)^{1/2}$ 和 $r'_p = 2D^2/\lambda$ 代入式(27), 阵列孔径 $D = 2N^2d$, 化简得到

$$k \cong \frac{m^2 \cos^2 \theta_p}{N} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{16N} \right) \quad (29)$$

那么, 式(29)右边部分需满足:

$$\frac{m^2 \cos^2 \theta_p}{N} \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{16N} \right) \geq 1 \quad (30)$$

由于 $\cos^2 \theta_p \leq 1$, 则模糊条件为

$$\frac{m^2}{7N} \geq 1 + \frac{m^2}{16N^2} > 1 \quad (31)$$

可以看出, 由于 $|m| \leq M-1 = N$, 当 $N \leq 7$ 时, 式(31)不能成立, 不会产生模糊现象。而当 $N > 7$ 时, 条件 $|m| > \sqrt{7N}$ 满足时, 式(31)才能成立, 这就是说, 阵元号 m 的绝对值小于 8 的阵元不会产生距离

模糊现象,这就保证了所有阵元不会同时对某一距离产生模糊。对于式(28)来说,分析同理,不再赘述。因此,该方法不会产生空间模糊。

3.4 计算量分析

本文方法的主要计算量来自构造累积量矩阵 \mathbf{C} 和协方差矩阵 \mathbf{R} , 特征值分解以及 MUSIC 谱峰搜索。假设快拍数为 T , 方位角搜索点数为 N_θ , 距离搜索点数为 N_r , 则估计信源方位角的计算量为 $O(9(2N^2 + 2N - 1)T + (N^2 + N)^3 + N_\theta(N^2 + N)^2)$, 则估计协方差矩阵的计算复杂度为 $O((4N - 1)^2 T + (4N - 1)^3 + PN_r(4N - 1)^2)$ 。而在相同阵元数的条件下,文献[13]需要构造一个 $(8N - 1) \times (8N - 1)$ 的四阶累积量矩阵并进行两次特征值分解和一次 1 维搜索, DOA 估计的计算量为 $O(9(8N - 1)^2 T + (8N - 1)^3 + N_\theta((8N - 1)^2(4N - 1) + (8N - 1)(4N - 1)^2))$, 距离估计的计算量为 $O((4N - 1)^3)$ 。考虑实际中快拍数很大,可以看出,本文方法在估计信源 DOA 的计算量远小于文献[13]的 DOA 估计方法,而距离估计的计算量相比文献[13]要大,但总的计算量适中。

4 计算机仿真

考虑互素对称阵, $M = 6, N = 5$, 总阵元数为 19, 阵元最小间距 $d = \lambda/4$ 。两个等功率近场窄带信号入射到阵列, 信号之间互不相关, 阵列接收噪声为空间高斯白噪声, 并与信号相互独立。将本文算法同文献[12]中基于二阶统计量的 MUSIC 算法和文献[13]中基于累积量的定位算法进行对比, 对比算法采用 19 元的均匀线列阵, 阵元间距 $\lambda/4$ 。

4.1 DOA 分辨概率仿真

两个信源的位置分别设定为 $(\theta_1 = 7^\circ, r_1 = 35\lambda)$ 和 $(\theta_2 = 12^\circ, r_2 = 35\lambda)$, 快拍数取 $T = 200$ 。图 2 给出了两个信源 DOA 分辨概率随信噪比变化情况, 信噪比变化范围为 $-9 \sim 21$ dB, 图 3 给出了两个信源 DOA 分辨概率随快拍变化情况, 信噪比取 10 dB, 快拍数变化范围为 $10 \sim 2000$ 。每幅图都是 500 次独立实验平均的结果。如果信源方位角的估

计值 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 满足式(32), 就认为是一次成功分辨双目标。

$$\frac{P(\hat{\theta}_1) + P(\hat{\theta}_2)}{2} > P\left(\frac{\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2}{2}\right) \quad (32)$$

式中 $P(\hat{\theta}_1)$ 和 $P(\hat{\theta}_2)$ 分别表示两个信源的方位角估计值处的谱峰值, 分辨概率即为满足式(32)的次数与总数的比值。

从图 2 和图 3 可以看出, 本文算法成功分辨两个目标的概率比文献[12]和文献[13]中算法的分辨概率高。这是因为该算法采用了互素对称阵列, 在阵元数目相同的条件下, 有效扩展了阵列孔径。

4.2 参数估计性能仿真

设置两个信源位置分别为 $(\theta_1 = -15^\circ, r_1 = 30\lambda)$ 和 $(\theta_2 = 5^\circ, r_2 = 40\lambda)$ 。每幅仿真图均是进行 200 次独立实验平均的结果。图 4 和图 5 分别为两个信源方位角和距离估计值的均方误差随信噪比变化的曲线, 快拍数 $T = 200$ 。可以看出本文算法优于文献[13]和文献[12]算法, 这是因为本文算法采用互素对称阵, 并基于四阶累积量测向, 扩展了阵列孔径。图 6 和图 7 分别给出了方位角和距离估计值的均方误差随快拍数变化的曲线图, 信噪比取 10 dB。从图 6 和图 7 可以看出, 随着快拍数增加, 3 种算法定位精度均有所提高, 相比于文献[13]和文献[12]的算法, 本文算法可以达到更高的定位精度。从图 5 和图 7 容易看出, 本文算法对信源 1 的测距精度都比信源 2 的高, 说明信源距离越近, 距离估计精度越高。

5 结束语

本文以互素对称阵为阵型依托, 提出了一种近场源定位算法。该算法通过合理选择不同阵元数据, 构造一个特殊的四阶累积量矩阵, 使得该矩阵仅与信源方位角有关; 进而利用 MUSIC 算法进行方位角估计, 然后在每个方位角估计值方向上搜索信源距离参数。互素对称阵的采用, 使得在阵元数一定的条件下, 大大扩展了阵列孔径。仿真结果表明, 本文算法提高了信源 DOA 分辨概率和定位精度。

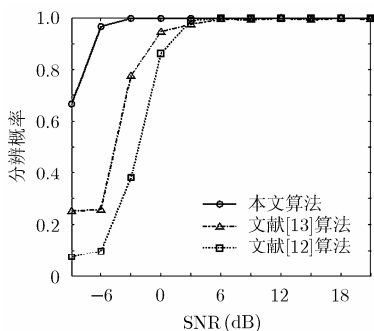


图 2 分辨概率随信噪比变化情况

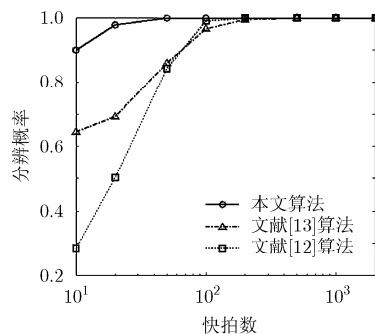


图 3 分辨概率随快拍数变化情况

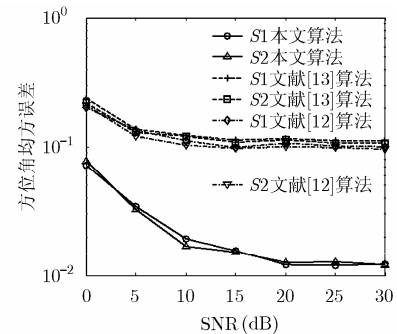


图 4 方位角均方误差随信噪比变化情况

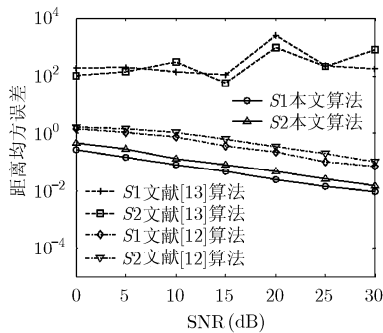


图5 距离均方误差随信噪比变化情况

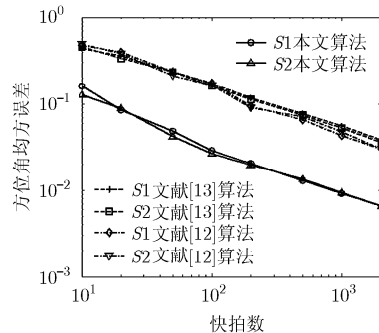


图6 方位角均方误差随快拍数变化情况

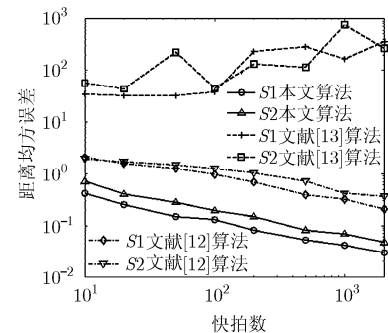


图7 距离均方误差随快拍数变化情况

参考文献

- [1] McCloud M L and Scharf L L. A new subspace identification algorithm for high-resolution DOA estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2002, 50(10): 1382-1390.
- [2] 李鹏飞, 钟子发, 张旻. 未知信源数目的DOA估计方法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(3): 576-581.
Li Peng-fei, Zhong Zi-fa, and Zhang Min. Direction of arrival estimation methods without sources number[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(3): 576-581.
- [3] Hu N, Ye Z F, Xu X, et al. DOA estimation for sparse array via sparse signal reconstruction[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 760-773.
- [4] Huang Y D and Barkat M. Near-field multiple sources localization by passive sensor array[J]. *IEEE Transactions on Antennas Propagation*, 1991, 39(7): 968-975.
- [5] Yuen N and Friedlander B. Performance analysis of higher order ESPRIT for localization of near-field sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 46(3): 709-719.
- [6] 陈建峰, 张贤达, 吴云韬. 近场源距离、频率及到达角联合估计算法[J]. *电子学报*, 2004, 32(5): 803-806.
Chen Jian-feng, Zhang Xian-da, and Wu Yun-tao. An algorithm for jointly estimating range, DOA and frequency of near field source[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(5): 803-806.
- [7] 徐元欣, 王安国, 聂仲尔. 基于四阶累积量的近远场源多参数联合估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(6): 1379-1384.
Xu Yuan-xin, Wang An-guo, and Nie Zhong-er. Joint multi-parameters estimation of near-field and far-field sources based on the fourth order cumulant[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(6): 1379-1384.
- [8] 王波, 王树勋. 一种基于二阶统计量的近场源三维参数估计方法[J]. *电子与信息学报*, 2006, 28(1): 45-49.
Wang Bo and Wang Shu-xun. A three-dimensional parameter estimation method of near field sources based on second statistics[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2006, 28(1): 45-49.
- [9] Zhi W and Chia M Y. Near-field source localization via symmetric subarrays[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(6): 409-412.
- [10] 刘亮, 陶建武, 黄家才. 基于稀疏对称阵列的近场源定位[J]. *电子学报*, 2009, 37(6): 1307-1312.
Liu Liang, Tao Jian-wu, and Huang Jia-cai. Near-field source localization based on sparse symmetric array[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(6): 1307-1312.
- [11] 蒋佳佳, 段发阶, 陈劲, 等. 一种近场和远场混合信号源的分类和定位算法[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2013, 41(4): 46-50.
Jiang Jia-jia, Duan Fa-jie, Chen Jin, et al. Algorithm to classify and locate near-field and far-field mixed sources[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2013, 41(4): 46-50.
- [12] He J, Swamy M N, and Ahmad M O. Efficient application of MUSIC algorithm under the coexistence of far-field and near-field sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(4): 2066-2070.
- [13] Liang J and Liu D. Passive localization of near-field sources using cumulant[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2009, 9(8): 953-960.
- [14] Pal P and Vaidyanathan P P. Nested arrays: a novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(8): 4167-4181.
- [15] Vaidyanathan P P and Pal P. Sparse sensing with co-prime samplers and arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(2): 573-586.
- [16] Pal P and Vaidyanathan P P. Multiple level nested array: an efficient geometry for 2qth order cumulant based array processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(3): 1253-1269.

梁国龙：男，1964年生，教授，研究方向为水声定位与导航、水声对抗、水声目标探测等。

韩博：男，1986年生，博士生，研究方向为阵列信号处理、水下定位与导航等。