

应用改进的快速偶极子法和特征基函数法分析导体目标电磁散射特性

王仲根^{*①②} 孙玉发^① 王国华^①

^①(安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室 合肥 230039)

^②(安徽理工大学电气与信息工程学院 淮南 232001)

摘要: 该文提出了一种分析导体目标电磁散射特性的有效数值方法,该方法基于特征基函数法,将改进后的快速偶极子法与之相结合,把远场组间的矩阵矢量积转化为聚集-转移-发散的形式,从而加速次要特征基函数和缩减矩阵构建过程中的矩阵矢量相乘的速度。与传统的快速偶极子法结合特征基函数法相比较,在同等精度下,计算时间和内存消耗都得到了有效地缩减,数值结果证明了该方法的精确性和有效性。

关键词: 电磁散射; 矩量法; 特征基函数法; 快速偶极子法

中图分类号: TN011

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)09-2272-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.00027

Analysis of Electromagnetic Scattering Characteristics from Conducting Targets Using Improved Fast Dipole Method and Characteristic Basis Function Method

Wang Zhong-gen^{①②} Sun Yu-fa^① Wang Guo-hua^①

^①(Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing, Ministry of Education, Anhui University, Hefei 230039, China)

^②(College of Electrical and Information Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

Abstract: An efficient numerical approach is presented to analyze the electromagnetic scattering characteristics from conducting targets based on the Characteristic Basis Function Method (CBFM). Combined with the Improved Fast Dipole Method (IFDM), the matrix-vector product is transformed into an aggregation-translation-disaggregation form, which in turn accelerates the matrix-vector multiplication procedure in the generation of Secondary level Characteristic Basis Function (SCBF) and construction of reduced matrix. The computational time and memory consumption are reduced significantly compared with the traditional method of Fast Dipole Method-Characteristic Basis Function Method (FDM-CBFM) under the equivalent precision. Numerical results demonstrate that the proposed method is accurate and efficient.

Key words: Electromagnetic scattering; Method of Moments (MoM); Characteristic Basis Function Method (CBFM); Fast Dipole Method (FDM)

1 引言

矩量法具有精度高、适应性广的特点,是分析目标与环境电磁特性的基础数值方法之一。矩量法针对电磁场积分方程进行离散处理,由此得到的代数方程组的系数矩阵是一个满阵,采用直接法求解该代数方程组的计算复杂度为 $O(N^3)$,阻抗矩阵存储需求为 $O(N^2)$,计算量和内存需求随着未知量 N 的增加而显著增加。为了解决这个问题,近年来先后有多种快速算法被提出来。其中一类有效的方法是加快求解过程中的矩阵矢量乘积运算,如多层快

速多极子算法(MLFMA)^[1-4]、预条件快速傅里叶变换(PFFT)法^[5]、自适应积分法(AIM)^[6,7]、自适应交叉近似(ACA)法^[8]、快速偶极子法(FDM)^[9-12]等。但上述方法需要采用迭代法求解线性方程组,不仅耗时,而且对某些复杂目标进行分析时所得到的阻抗矩阵条件数差,存在收敛缓慢甚至不能收敛的问题;另外一类方法是通过分块技术,降低阻抗矩阵维数的方法,以美国学者 Mittra等人^[13]提出的特征基函数法,又称之为I型特征基函数法(CBFM-I),通过对目标进行分块操作并构造特征基函数(CBF),使用高阶基函数反映块之间的耦合作用,然后采用降阶方法构造一个缩减的系数矩阵,进而可以采用直接法进行求解,在分析电大尺寸目标的电磁特性中取得了较好的效果。随之,又有学者在CBFM-I的基础上通过改进特征基函数(CBF),提出

2013-01-08 收到, 2013-03-29 改回

国家自然科学基金(61172020), 高等学校博士点基金(20123401110006)和安徽大学“211工程”(ZYGG201202)资助课题

*通信作者: 王仲根 ZGWang@ahu.edu.cn

了基于Foldy-Lax多径散射方程的特征基函数法(又称之为II型特征基函数法(CBFM-II)^[14]、自适应修正特征基函数法(AMCBFM)^[15]以及奇异值分解的CBFM^[16]等。

虽然,特征基函数法通过分块技术,降低了阻抗矩阵的维数,但在求解次要特征基函数以及构建缩减矩阵过程中需要进行大量的矩阵矢量相乘运算,这将非常耗时。文献[17]提出了一种EDM-AMCBF(Equivalent Dipole Method-Adaptive Modified Characteristic Basis Function)方法,该方法虽然减少了阻抗矩阵元素填充时间,但并没有解决求解过程中的大量矩阵矢量相乘运算的问题,并且内存需求也没有减少。文献[18]提出了一种FDM-AMCBFM,该方法解决了求解过程中矩阵矢量乘积的问题,但是在计算远组矩阵矢量积时,将幅度项中的两个等效偶极子间的距离等效为两个组间的距离,并没有考虑到 R^α ($\alpha = -1, -2, -3$)的影响,导致精度不高,为了提高精度需加大远组判断条件,这就降低了计算效率。

本文充分考虑到 R^α 精度的问题,对FDM进行改进,提出了一种改进的快速偶极子法(IFDM),并将其与CBFM-II相结合,因此具有更高的计算精度和效率,并且不需要存储远场组互阻抗,可降低内存要求。

2 基本原理

2.1 特征基函数法

应用矩量法分析电磁散射问题时,需要将连续的积分方程离散为式(1)所示的矩阵方程:

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{J} = \mathbf{E} \quad (1)$$

式中 \mathbf{Z} 为 $N \times N$ 维的阻抗矩阵, N 为未知量的个数。 \mathbf{J} 为待求的 $N \times 1$ 维的电流向量, \mathbf{E} 为激励向量。

特征基函数法首先将散射目标划分为 M 个子域,再对每个子域进行剖分,将式(1)变为式(2)的形式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{13} & \cdots & \mathbf{Z}_{1M} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} & \mathbf{Z}_{23} & \cdots & \mathbf{Z}_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{M1} & \mathbf{Z}_{M2} & \mathbf{Z}_{M3} & \cdots & \mathbf{Z}_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{J}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{E}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{E}_M \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 \mathbf{Z}_{ij} ($i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, M$)表示 $N_i \times N_j$ 的子矩阵, \mathbf{J}_i 表示待求感应电流, \mathbf{E}_i 表示激励向量。根据Foldy-Lax多径散射方程理论为每个子域构造CBF,包括主要特征基函数(PCBF)和次要特征基函数(SCBF),分别表示子域的自作用和互作用。

扩展子域 i 的PCBF可表示为

$$\mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_i^P = \mathbf{E}_i^e, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

式中 \mathbf{E}_i^e 是一个 $N_i^e \times 1$ 维的激励向量, \mathbf{Z}_{ii}^e 是 $N_i^e \times N_i^e$ 维的方阵,表示扩展子域 i 的自阻抗。可采用直接方法求解式(3),得到扩展子域 i 的 \mathbf{J}_i^P ,去掉扩展部分即得到子域 i 的PCBF。

为描述子域间的互耦作用,还要求解每个子域的SCBF。将所有其它子域的PCBF产生的散射场作为子域 i 的入射场,可得到一阶SCBF的表达式,如式(4)所示。依此类推,更高阶的SCBF表达式如式(5)所示:

$$\mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_i^{S1} = - \sum_{j=1(j \neq i)}^M \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{J}_j^P, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

$$\mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_i^{S2} = - \sum_{j=1(j \neq i)}^M \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{J}_j^{S1}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (5)$$

求解式(4)和式(5)并去除扩展部分,即可得各阶SCBF。从式(4)和式(5)可以看出,在求解SCBF时,需要进行大量的矩阵矢量相乘运算,这将耗费大量的时间。

设SCBF取至 \mathbf{J}_i^{S2} ,则考虑PCBF及各阶SCBF后的电流表达式为

$$\mathbf{J}_i^t = a_i \mathbf{J}_i^P + b_i \mathbf{J}_i^{S1} + c_i \mathbf{J}_i^{S2}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (6)$$

将式(6)代入到式(2)中,然后对方程两边同乘 $[\mathbf{J}_i^P]^T$, $[\mathbf{J}_i^{S1}]^T$, $[\mathbf{J}_i^{S2}]^T$,最终形成一个缩减矩阵 \mathbf{Z}^R ,其维数为 $kM \times kM$,其中 k 为CBF的阶数, M 为子域的个数,且满足 $kM \ll N$ 。据此可构造以下线性方程组:

$$\mathbf{Z}^R \cdot \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{V}^R \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{Z}_{ij}^R = \mathbf{J}_i^T \cdot \mathbf{Z}_{ij} \cdot \mathbf{J}_j, \quad i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, M \quad (8)$$

$$\mathbf{V}_i^R = \mathbf{J}_i^T \cdot \mathbf{E}_i, \quad i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, M \quad (9)$$

式中 \mathbf{J}_i 为 $\mathbf{J}_i^P, \mathbf{J}_i^{S1}, \mathbf{J}_i^{S2}; \mathbf{J}_j$ 为 $\mathbf{J}_j^P, \mathbf{J}_j^{S1}, \mathbf{J}_j^{S2}$ 。则系数矩阵 $\boldsymbol{\alpha}$ 可通过求解式(7)获得,代入式(6),便可得到待求表面电流 \mathbf{J}_i^t 。从式(8)可以看出,缩减矩阵里每一个元素都包含了一个矩阵矢量相乘,这也将需要消耗大量时间。

2.2 快速偶极子法

由文献[19]可知,当场点与源点的距离大于 0.15λ 时,每个三角单元对可等效为一个电偶极子。第 m 个等效偶极子与第 n 个等效偶极子的互阻抗元素可表示为

$$\begin{aligned} Z_{mn} \approx & \frac{\eta e^{-jkR}}{4\pi} \left[\mathbf{m}_m \cdot \mathbf{m}_n \left(\frac{jk}{R} + C \right) \right. \\ & \left. - (\mathbf{m}_m \cdot \hat{\mathbf{R}}) (\hat{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{m}_n) \left(\frac{jk}{R} + 3C \right) \right] \quad (10) \end{aligned}$$

式中 $\mathbf{m}_m = l_m (\mathbf{r}_m^{e-} - \mathbf{r}_m^{e+})$, $\mathbf{m}_n = l_n (\mathbf{r}_n^{e-} - \mathbf{r}_n^{e+})$, l_m, l_n

分别为三角单元对 T_m^\pm, T_n^\pm 的公共边长, $\mathbf{r}_m^{c\pm}$ 和 $\mathbf{r}_n^{c\pm}$ 分别表示三角单元对 T_m^\pm, T_n^\pm 质心的位置矢量, $\mathbf{R} = \mathbf{r}_{mn} = \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n$ 为第 m 个等效偶极子与第 n 个等效偶极子的距离矢量, $\mathbf{r}_m = (\mathbf{r}_m^{c-} + \mathbf{r}_m^{c+})/2$ 和 $\mathbf{r}_n = (\mathbf{r}_n^{c-} + \mathbf{r}_n^{c+})/2$ 分别表示标号为 m 和 n 的偶极子的中心位置矢量, $C = [1 + 1/(jkR)]/R^2$, $R = |\mathbf{R}|$, $\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{R}/R$, k 和 η 为自由空间的波数和波阻抗。

快速偶极子法^[9-12]是在等效偶极子法的基础上提出来的,类似于快速多极子法(FMM)。首先将未知量进行分组,将所有等效之后的偶极子模型按照其中心位置分配到不同的组中,然后根据组与组之间的距离,分为近场组和远场组。本文取 $B(i, j) = R_{ij}/a$, R_{ij} 为两个组之间的距离, $R_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$, $(x_i, y_i, z_i), (x_j, y_j, z_j)$ 分别为组 i 和组 j 的中心坐标, a 为组的边长,当 $B(i, j) \geq b$ (本文 $b = 2$) 时,就可以把这两个组看成是远场组。若用 n_i 表示组 i 的近场组集合, f_i 表示组 i 的远场组集合,则在求解SCBF时,式(4)中矩阵矢量积可以写成

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_i^{S1} &= - \sum_{j=1(j \neq i)}^M \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{J}_j^P \\ &= - \left(\sum_{j \in n_i} \sum_{n \in j} \mathbf{Z}_{mn} \mathbf{J}_n^P + \sum_{j \in f_i} \sum_{n \in j} \mathbf{Z}_{mn} \mathbf{J}_n^P \right), \\ & \quad i = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $m \in i, n \in j$ 。

对于近场组,采用传统矩量法和等效偶极子法相结合直接求解的方法,当场点与源点的距离 $R \geq 0.15\lambda$ 时,采用等效偶极子法来加速填充阻抗矩阵元素,当 $R < 0.15\lambda$ 时则用传统矩量法。对于远场组,则采用快速偶极子法计算。假设组 i 和组 j 是一对远场组,第 m 个等效偶极子与第 n 个等效偶极子分别属于组 i 和组 j ,则式(10)中的 \mathbf{R} 和 R 为

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n = \mathbf{r}_{ij} + \mathbf{r}_{mi} - \mathbf{r}_{nj} \quad (12)$$

$$R = |\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n| = |\mathbf{r}_{ij} + \mathbf{r}_{mi} - \mathbf{r}_{nj}| \quad (13)$$

其中 $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_{oi} - \mathbf{r}_{oj}$, $\mathbf{r}_{mi} = \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_{oi}$, $\mathbf{r}_{nj} = \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{oj}$, \mathbf{r}_{oi} 和 \mathbf{r}_{oj} 分别为组 i 和组 j 的中心位置矢量,将 R 用泰勒级数展开近似得

$$\begin{aligned} R &= |\mathbf{r}_{ij} + \mathbf{r}_{mi} - \mathbf{r}_{nj}| \\ &\approx r_{ij} + \left[\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{mi} + \frac{r_{mi}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{mi})^2}{2r_{ij}} \right] \\ & \quad + \left[-\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{nj} + \frac{r_{nj}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{nj})^2}{2r_{ij}} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

对式(10)做以下近似:

$$R \approx r_{ij} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} e^{-jkR} &= e^{-jk r_{ij}} \cdot e^{-jk \left[\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{mi} + \frac{r_{mi}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{mi})^2}{2r_{ij}} \right]} \\ & \quad \cdot e^{-jk \left[-\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{nj} + \frac{r_{nj}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{nj})^2}{2r_{ij}} \right]} \end{aligned} \quad (16)$$

则式(10)可以写为

$$\mathbf{Z}_{mn} \approx \mathbf{M}_m(\mathbf{r}_{ij}) \cdot \bar{\mathbf{T}}_{ij}^E(\mathbf{r}_{ij}) \cdot \mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ji}) \quad (17)$$

式中

$$\mathbf{M}_m(\mathbf{r}_{ij}) = \mathbf{m}_m e^{-jk \left[\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{mi} + \frac{r_{mi}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{mi})^2}{2r_{ij}} \right]} \quad (18)$$

$$\bar{\mathbf{T}}_{ij}^E(\mathbf{r}_{ij}) = \frac{\eta e^{-jk r_{ij}}}{4\pi} \left[\bar{\mathbf{I}} \left(\frac{jk}{r_{ij}} + C \right) - \hat{\mathbf{r}}_{ij} \hat{\mathbf{r}}_{ij} \left(\frac{jk}{r_{ij}} + 3C \right) \right] \quad (19)$$

$$\mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ji}) = \mathbf{m}_n e^{-jk \left[\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{nj} + \frac{r_{nj}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{nj})^2}{2r_{ji}} \right]} \quad (20)$$

其中 $C = [1 + 1/(jk r_{ij})]/r_{ij}^2$, $\hat{\mathbf{r}}_{ij} \hat{\mathbf{r}}_{ij}$ 是并矢, $\bar{\mathbf{I}}$ 为单位并矢。则式(11)可以写为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{ii}^e \mathbf{J}_i^{S1} &= - \sum_{j=1(j \neq i)}^M \mathbf{Z}_{ij} \mathbf{J}_j^P \\ &= - \left(\sum_{j \in n_i} \sum_{n \in j} \mathbf{Z}_{mn} \mathbf{J}_n^P + \sum_{j \in f_i} \mathbf{M}_m(\mathbf{r}_{ij}) \right. \\ & \quad \left. \cdot \bar{\mathbf{T}}_{ij}^E(\mathbf{r}_{ij}) \cdot \sum_{n \in j} \mathbf{J}_n^P \mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ji}) \right) \end{aligned} \quad (21)$$

从式(21)可以看出,远场组间的矩阵矢量积转换为3个部分:(1)聚集 $\sum_{n \in j} \mathbf{J}_n^P \mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ji})$; (2)转移 $\bar{\mathbf{T}}_{ij}^E(\mathbf{r}_{ij})$; (3)发散 $\mathbf{M}_m(\mathbf{r}_{ij}) \cdot \mathbf{M}_m(\mathbf{r}_{ij})$ 和 $\sum_{n \in j} \mathbf{J}_n^P \mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ji})$ 可以看成是发散函数和聚集函数, $\bar{\mathbf{T}}_{ij}^E(\mathbf{r}_{ij})$ 则为转移函数,这3个函数不包含格林函数因子,也不存在耗时的积分运算,同时远组之间的互阻抗元素不需要存贮,即用即算。并且 $\bar{\mathbf{T}}_{ij}^E(\mathbf{r}_{ij}) \cdot \sum_{n \in j} \mathbf{J}_n^P \mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ji})$ 可以被组 i 的每个偶极子重复利用,运算量由 $O(N_i N_j)$ 降为 $O(N_i + N_j)$ (N_i 和 N_j 分别为组 i 和组 j 的等效偶极子个数),由此得到的加速效果是很显著的。同样,其它高阶的 SCBF 可类似求出。同理,远场组部分的缩减矩阵元素也可以用快速偶极子法加速计算。

2.3 改进的快速偶极子法

由式(15),式(16)可知,相位中的距离 R 用泰勒级数展开式近似,幅度项中的 R 用两个偶极子所在组的距离 r_{ij} 所代替,并没有考虑到式(10)中存在的 R^α ($\alpha = -1, -2, -3$) 所带来的误差。所以为了提高计算精度,就必须加大远组的判断距离条件,这就大大降低了计算效率。为了提高计算精度和效率,将 R^α 泰勒级数近似展开:

$$\begin{aligned}
R^\alpha &= \left| \mathbf{r}_{ij} + \mathbf{r}_{mi} - \mathbf{r}_{nj} \right|^{\alpha} \\
&= r_{ij}^\alpha \left(\frac{\mathbf{r}_{ij} + \mathbf{r}_{mi} - \mathbf{r}_{nj}}{r_{ij}} \cdot \frac{\mathbf{r}_{ij} + \mathbf{r}_{mi} - \mathbf{r}_{nj}}{r_{ij}} \right)^{\alpha/2} \\
&= r_{ij}^\alpha \left[1 + \left(\frac{2\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{mi}}{r_{ij}} + \frac{r_{mi}^2}{r_{ij}^2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{2\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{nj}}{r_{ji}} + \frac{r_{nj}^2}{r_{ji}^2} \right) - \frac{2\mathbf{r}_{mi} \cdot \mathbf{r}_{nj}}{r_{ij}^2} \right]^{\alpha/2} \\
&\approx r_{ij}^\alpha \left[1 + \alpha \left(\frac{\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{mi}}{r_{ij}} + \frac{r_{mi}^2}{2r_{ij}^2} \right) + \alpha \left(\frac{\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{nj}}{r_{ji}} + \frac{r_{nj}^2}{2r_{ji}^2} \right) \right. \\
&\quad \left. - \alpha \frac{\mathbf{r}_{mi} \cdot \mathbf{r}_{nj}}{r_{ij}^2} + \frac{\alpha(\alpha-2)}{8} \left(\left(\frac{2\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{mi}}{r_{ij}} + \frac{r_{mi}^2}{r_{ij}^2} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left(\frac{2\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{nj}}{r_{ji}} + \frac{r_{nj}^2}{r_{ji}^2} \right) - \frac{2\mathbf{r}_{mi} \cdot \mathbf{r}_{nj}}{r_{ij}^2} \right)^2 \right] \quad (22)
\end{aligned}$$

由于远组之间的距离 $r_{ij} \gg r_{mi}, r_{nj}$, 为了兼顾效率和精度, 本文省略式(22)中最后的平方项, $\alpha \frac{\mathbf{r}_{mi} \cdot \mathbf{r}_{nj}}{r_{ij}^2}$ 易于分离, 并且对计算精度影响不大, 可以省去。则式(22)可以写为

$$R^\alpha \approx R_m^\alpha + R_n^\alpha \quad (23)$$

其中

$$R_m^\alpha = r_{ij}^\alpha \left[\frac{1}{2} + \alpha \left(\frac{\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{mi}}{r_{ij}} + \frac{r_{mi}^2}{2r_{ij}^2} \right) \right] \quad (24)$$

$$R_n^\alpha = r_{ij}^\alpha \left[\frac{1}{2} + \alpha \left(\frac{\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{nj}}{r_{ji}} + \frac{r_{nj}^2}{2r_{ji}^2} \right) \right] \quad (25)$$

将式(23)重新代入到式(10)中, 其中 $\hat{\mathbf{R}} \approx \mathbf{r}_{ij} R^{-1}$, 整理得

$$Z_{mn} \approx \mathbf{M}_m(\mathbf{r}_{ij}) \cdot \bar{\mathbf{T}}_{ij}^E(\mathbf{r}_{ij}) \cdot \mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ji}) \quad (26)$$

式中

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{T}}_{ij}^E(\mathbf{r}_{ij}) &= \frac{\eta e^{-jk r_{ij}}}{4\pi} \bar{\mathbf{T}} \left(R_m^{-1} jk + R_m^{-2} + (jk)^{-1} R_m^{-3} \right. \\
&\quad \left. + R_n^{-1} jk + R_n^{-2} + (jk)^{-1} R_n^{-3} \right) \\
&\quad - \mathbf{r}_{ij} \mathbf{r}_{ij} \left(R_m^{-3} jk + 3R_m^{-4} + 3(jk)^{-1} R_m^{-5} \right. \\
&\quad \left. + R_n^{-3} jk + 3R_n^{-4} + 3(jk)^{-1} R_n^{-5} \right) \quad (27)
\end{aligned}$$

$$\mathbf{M}_m(\mathbf{r}_{ij}) = \mathbf{m}_m e^{-jk \left(\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{mi} + \frac{r_{mi}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{mi})^2}{2r_{ij}} \right)} \quad (28)$$

$$\mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ji}) = \mathbf{m}_n e^{-jk \left(\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{nj} + \frac{r_{nj}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{nj})^2}{2r_{ji}} \right)} \quad (29)$$

将式(26)代入式(11)和式(8)中, 即可用 IFDM 加速求解 SCBF 和填充缩减矩阵。另外, 为了加快缩减矩阵填充时间, 远组之间的 $\mathbf{M}_m(\mathbf{r}_{ij})$

$\cdot \sum_{n=1}^{N_j} \bar{\mathbf{T}}_{ij}^E(\mathbf{r}_{ij}) \cdot \mathbf{J}_n^P \mathbf{M}_n(\mathbf{r}_{ji})$ 不需要重新计算, 只需将求解次要特征基函数时的结果保存下来即可, 虽然内存增加一点, 但是填充缩减矩阵时间却大大减少。

3 数值计算与结果

本文所有计算均在 Intel(R) Core(TM) i3-2120 3.30 GHz, 2.9 GB RAM 的 PC 上完成, 编译器采用 VC6.0, 所有算例均采用双精度浮点计算, 运用传统 CBFM 方法计算时, 未采用等效偶极子方法来加速阻抗矩阵元素填充, 缩减矩阵填充使用了将求解次要特征基函数时的矩阵矢量积结果保存以加快缩减矩阵填充的方法。

算例 1 研究了 64 个离散正方形导体平板的双站电磁散射特性。每个平板的边长为 0.5 m, 相邻平板间隔 0.5 m。用三角单元剖分平板, 单元数为 8832, 未知变量数为 12224。入射波频率为 500 MHz, 沿 $-z$ 方向入射。将每个平板划为一个子域, 分别用 CBFM, FDM-CBFM 和 IFDM-CBFM 方法计算 HH 极化的双站 RCS, CBF 取至 4 阶, 采用 FDM-CBFM, IFDM-CBFM 方法计算时, 远组判断距离条件分别为 $b=3$, $b=2$, HH 极化双站 RCS 如图 1 所示。从图 1 可知, IFDM-CBFM ($b=2$), FDM-CBFM ($b=3$) 计算得到的 RCS 曲线与 CBFM 吻合较好。

算例 2 研究了带锥圆柱体的双站 RCS, 圆柱长度为 5 m, 半径为 0.1 m, 锥体高度为 0.3 m。用三角单元剖分该锥体圆柱, 单元数为 7132, 未知变量数为 10698。根据该目标的外形结构, 将其沿 x 方向划分为 10 个子域, 相邻子域间扩展 0.15λ , 扩展后未知变量数为 12319, 入射波频率为 1 GHz, 沿 $-z$ 方向入射, 经计算得到的 HH 极化双站 RCS 曲线如图 2 所示, CBF 取至 12 阶。由图 2 可知, IFDM-CBFM ($b=2$), FDM-CBFM ($b=3$) 计算得到的 RCS 曲线和 CBFM 吻合较好, 这也说明了 IFDM-CBFM 分析具有尖锐结构的目标时也具有较高的精度, 适应性较强。

两个算例所消耗的 CPU 时间、内存、表面电流误差如表 1 所示。其中, 误差定义为: $(\|\mathbf{I}_x - \mathbf{I}_{\text{CBFM}}\|_2 / \|\mathbf{I}_{\text{CBFM}}\|_2) \times 100\%$, \mathbf{I}_x 为采用 FDM-CBFM, IFDM-CBFM 方法计算出的电流系数向量, \mathbf{I}_{CBFM} 为采用传统 CBFM 方法计算出的电流系数向量, $\|\cdot\|_2$ 表示向量的 2 范数。为了提高精度, FDM-CBFM 加大了远组判断距离条件, 从而降低了计算效率, 在同精度条件下, IFDM-CBFM 在节省时间和内存上具有更大的优势。另外, 从表 1 可以看出, 新方法在处理离散目标时的计算效率更高, 精确度也更好。

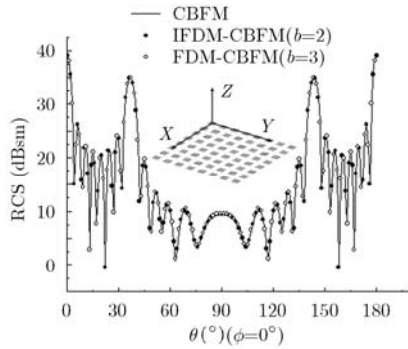


图1 64个导体平板的HH极化双站RCS

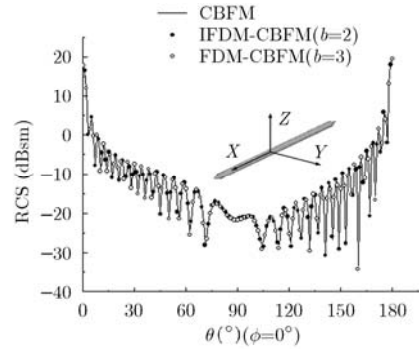


图2 带锥圆柱的HH极化双站RCS

表1 消耗的CPU时间与占用内存和表面电流误差比较

计算方法	离散平板			带锥圆柱		
	内存(MB)	计算时间(s)	误差(%)	内存(MB)	计算时间(s)	误差(%)
CBFM	1216	7633	-	1572	19611	-
FDM-CBFM($b=3$)	173	497	5.4721	667	3349	7.4042
IFDM-CBFM($b=2$)	115	352	5.2231	431	2013	7.0317

4 结论

本文研究了一种应用改进的快速偶极子法结合特征基函数法求解导体目标的电磁散射问题。数值结果表明：在同等精度下，新方法 IFDM-CBFM 较之 FDM-CBFM，能进一步提高计算效率、节省内存。本文算法为普通微机计算电大目标的电磁散射特性提供了一种新的方法，尤其是对于处理离散目标的电磁散射特性问题，具有一定的优势。

参考文献

- [1] Song J M, Lu C C, and Chew W C. Multilevel fast multipole algorithm for electromagnetic scattering by large complex objects[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1997, 45(10): 1488-1493.
- [2] 丁振宇, 洪伟. 快速多极子在任意截面均匀介质柱散射中的应用[J]. *电波科学学报*, 2001, 16(3): 283-286.
Ding Zhen-yu and Hong Wei. Application of FMM to electromagnetic scattering from a homogeneous cylinder of arbitrary cross section[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2001, 16(3): 283-286.
- [3] 李猛猛, 陈华, 陈如山, 等. 多层低频快速多极子算法分析电磁散射问题[J]. *电波科学学报*, 2010, 25(1): 127-131.
Li Meng-meng, Chen Hua, Chen Ru-shan, et al. Three dimensional low-frequency fast multipole method for analysis of electromagnetic scattering[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2010, 25(1): 127-131.
- [4] 潘小敏, 盛新庆. 电特大目标散射的多层快速多极子高性能计算[J]. *系统工程与电子技术*, 2011, 33(8): 1690-1693.
Pan Xiao-min and Sheng Xin-qing. High performance computing on scattering from extremely large targets by MLFMA[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2011, 33(8): 1690-1693.
- [5] Nie X C, Yuan N, Li L W, et al. Fast analysis of RCS over a frequency band using pre-corrected FFT/AIM and asymptotic waveform evaluation technique[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2008, 56(11): 3526-3553.
- [6] 王兴, 龚书喜, 关莹, 等. AIM 结合渐近波形估计技术快速分析目标宽带电磁散射特性[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(8): 1975-1980.
Wang Xing, Gong Shu-xi, Guan Ying, et al. Fast analysis of electromagnetic scattering of targets over a broad frequency band using AIM with asymptotic waveform evaluation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(8): 1975-1980.
- [7] 胡俊, 王晓峰, 聂在平, 等. 三维目标电磁散射的自适应积分方法[J]. *电波科学学报*, 2007, 22(4): 614-618.
Hu Jun, Wang Xiao-feng, Nie Zai-ping, et al. Analysis of 3D electromagnetic scattering using adaptive integral method[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2007, 22(4): 614-618.
- [8] Zhao K, Vouvakis M N, and Lee J F. The adaptive cross approximation algorithm for accelerated MoM computations of EMC problems[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2005, 47(4): 763-773.
- [9] Chen X, Gu C, Niu Z, et al. Fast dipole method for electromagnetic scattering from perfect electric conducting targets[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2012, 60(2): 1186-1191.

- [10] 陈新蕾, 邓小乔, 李茁, 等. 金属介质混合目标散射分析的快速偶极子法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(11): 2790-2794.
Chen Xin-lei, Deng Xiao-qiao, Li Zhuo, *et al.*. Electromagnetic scattering by mixed conducting and dielectric objects analysis using fast dipole method[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(11): 2790-2794.
- [11] Chen X, Gu C, Niu Z, *et al.*. Multilevel fast dipole method for electromagnetic scattering from perfect electric conducting targets[J]. *IET Microwaves Antennas & Propagation*, 2012, 6(3): 263-268.
- [12] Chen X, Gu C, Niu Z, *et al.*. Reply to “comments on ‘fast dipole method for electromagnetic scattering from perfect electric conducting targets’”[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2012, 60(12): 6063-6064.
- [13] Prakash V V S and Mittra R. Characteristic basis function method: a new technique for efficient solution of method of moments matrix equations[J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2003, 36(2): 95-100.
- [14] Sun Y F, Chan C H, Mittra R, *et al.*. Characteristic basis function method for solving large problems arising in dense medium scattering[C]. *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, Columbus, 2003: 1068-1071.
- [15] Han G D and Gu C Q. A hybrid QR factorization with dual-MGS and adaptively modified characteristic basis function method for electromagnetic scattering analysis[J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2007, 49(11): 2879-2883.
- [16] Lucente E, Monorchio A, and Mittra R. An iteration-free MoM approach based on excitation independent characteristic basis functions for solving large multi-scale electromagnetic scattering problems[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2008, 56(4): 999-1007.
- [17] Yuan J D, Gu C Q, and Han G D. A hybrid equivalent dipole moment and adaptive modified characteristic basis function method for electromagnetic scattering by multilayered dielectric bodies[J]. *International Journal of RF and Microwave Computer-aided Engineering*, 2009, 19(6): 685-691.
- [18] Chen X L, Niu Z Y, Li Z, *et al.*. A hybrid fast dipole method and adaptive modified characteristic basis function method for electromagnetic scattering from perfect electric conducting targets[J]. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2011, 25(14): 1940-1952.
- [19] Yeo J, Koksoy S, Prakash V V S, *et al.*. Efficient generation of method of moments matrices using the characteristic function method[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2004, 52(12): 3405-3410.
- 王仲根: 男, 1981年生, 博士生, 研究方向为计算电磁学、阵列信号处理.
- 孙玉发: 男, 1966年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为计算电磁学、电磁散射、天线理论与技术等.
- 王国华: 男, 1977年生, 博士生, 研究方向为计算电磁学、阵列信号处理.