

## 一种修正证据距离

彭颖<sup>①</sup> 胡增辉<sup>②</sup> 沈怀荣<sup>③</sup>

<sup>①</sup>(公安海警学院 宁波 315801)

<sup>②</sup>(酒泉卫星发射中心 酒泉 732750)

<sup>③</sup>(装备学院 北京 101416)

**摘要:** Josselme 提出证据距离衡量一组表示分类结果的证据与代表真实结果证据之间的差异性程度。该文通过分析得到 Josselme 证据距离衡量一般形式证据的差异性程度存在不足: 证据基本信任分配分布的分散程度越大, Josselme 证据距离越小, 两组完全不同的非类别证据间的 Josselme 证据距离不为最大值 1。针对不足, 该文提出一种修正证据距离。数值算例表明, 修正证据距离扩展了 Josselme 证据距离对证据差异性程度衡量的适用范围。

**关键词:** Dempster-Shafer 证据理论; 证据距离; 差异性; 修正

中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)07-1624-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01680

## A Modified Distance of Evidence

Peng Ying<sup>①</sup> Hu Zeng-hui<sup>②</sup> Shen Huai-rong<sup>③</sup>

<sup>①</sup>(China Maritime Police Academy, Ningbo 315801, China)

<sup>②</sup>(Jiuquan Satellite Launching Center, Jiuquan 732750, China)

<sup>③</sup>(Academy of Equipment, Beijing 101416, China)

**Abstract:** Josselme advanced the distance of evidence to measure the degree of difference between evidence that represents the identification result and evidence that represents the real solution. The distance of evidence becomes smaller with the increase of dispersion of evidence's basic probability assignment. And for two totally different evidences, the distance is less than one unless the two evidences are both category ones. Therefore, the distance of evidence proposed by Josselme is unsuitable to measure the difference between two evidences. Aiming at this problem, a modified distance of evidence is put forward. Numerical examples indicate that the modified distance of evidence extends the application scope of distance proposed by Josselme for measuring the difference between evidences.

**Key words:** Dempster-Shafer evidence theory; Distance of evidence; Difference; Modified

### 1 引言

Dempster-Shafer(D-S) 证据理论是一种用于不确定性推理的数学理论<sup>[1,2]</sup>。20 世纪 60 年代由哈佛大数学家 Dempster 提出, 由其学生 Shafer 进一步发展并完善, 主要包括证据和证据 Dempster 合成规则两部分内容。80 年代初, Zadeh<sup>[3]</sup>指出, Dempster 合成规则不能用于合成冲突证据。在已提出的众多证据合成改进方法中<sup>[4-9]</sup>, 部分学者采用 Josselme<sup>[10]</sup>提出的证据距离度量证据的差异性<sup>[6-9]</sup>, 据此赋予证据一定的可信度, 用于修改证据源或部分融合结果, 以消除冲突带来的错误结论。

Josselme 提出证据距离, 原意是用来衡量一组代表分类算法结果的证据与一组表示真实解的证据

之间的差异性(原文中采用“difference”、“lack of similarity”、“how far/close”描述)程度, 以评估基于证据理论分类算法的性能, 本文称之为 Josselme 证据距离。文献[11-13]认为 Josselme 证据距离能够衡量一般证据的差异性。这里一般证据包括除类别证据之外的其它类型证据。他们认为 Josselme 证据距离能够弥补合取冲突(Dempster 规则未归一化前分配给空集的信度值)衡量证据冲突的不足, 因此提出基于 Josselme 证据距离和合取冲突的证据冲突衡量方法。文献[14]采用 Josselme 证据距离和合取冲突对证据进行分类, 本质上也是利用 Josselme 证据距离衡量证据差异性程度的特性。文献[15]在推广幂集空间框架下提出了冲突距离系数来刻画证据间的冲突程度。如果将文献[15]定义的推广幂集空间缩小为 D-S 理论中的幂集空间, 则两组证据的冲突距离系数为 Josselme 证据距离。

本文通过算例指出：两组完全不相同非类别证据间的 Jousselme 证据距离随着证据基本信任分配 (Basic Probability Assignment, BPA) 分布分散程度的增大而减小，并不是所期望的存在最大差异性程度 1。因此，采用 Jousselme 证据距离衡量一般证据的差异性存在不足，也可推理出那些利用 Jousselme 证据距离衡量证据差异性特点的冲突衡量方法存在同样的问题。文献[16]同样通过算例指出 Jousselme 证据距离不能完全衡量一般证据间的差异性(原文用的是“dissimilarity”)，并提出基于 BetP<sup>[17]</sup>, DsmP<sup>[18]</sup>概率转换的 Minkowski 距离和冲突因子相结合的证据差异性衡量方法，数值算例证明该方法是有效的。区别于文献[16]，本文从 Jousselme 证据距离本身入手，提出一种修正证据距离，通过算例验证所提出的修正证据距离扩展了 Jousselme 证据距离的适用范围。

## 2 Jousselme 证据距离及其有效性分析

### 2.1 Jousselme 证据距离

建立在辨识框架  $\Omega$  上两组证据的 BPA 分别为  $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$ ， $\mathbf{m}_1$  和  $\mathbf{m}_2$  分别为 BPA  $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$  的矢量形式，则这两组证据的 Jousselme 证据距离表示为

$$d_{\text{BPA}}(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2) = \sqrt{\frac{\langle \mathbf{m}_1, \mathbf{m}_1 \rangle + \langle \mathbf{m}_2, \mathbf{m}_2 \rangle - 2\langle \mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2 \rangle}{2}} \quad (1)$$

其中

$$\langle \mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2 \rangle = \sum_{i=1}^{2^{|\Omega|}} \sum_{j=1}^{2^{|\Omega|}} m_1(A_i) m_2(B_j) \frac{|A_i \cap B_j|}{|A_i \cup B_j|} \quad (2)$$

式中  $|\cdot|$  为求模计算， $A_i$  和  $B_j$  为辨识框架幂集中的元素，定义  $|\emptyset \cap \emptyset|/|\emptyset \cup \emptyset| = 0$ ， $\emptyset$  为空集。 $d_{\text{BPA}} \in [0, 1]$ ，通常认为  $d_{\text{BPA}}$  越大，两组证据间差异性越大。

类别证据(categorical evidence)为只有一个非空焦元的证据。对应的，非类别证据为包含两个或两个以上焦元的证据。

### 2.2 分析

例 1 和例 2 揭示出采用 Jousselme 证据距离衡量一般证据的差异性程度存在不足。

**例 1** 令辨识框架为  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{10}\}$ ， $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$  为  $\Omega$  上来自相异源的两组基本信任分配，考虑以下 5 种情形：

情形1  $m_1(\{\omega_1\}) = 1$   
 $m_2(\{\omega_2\}) = 1$

情形2  $m_1(\{\omega_1\}) = 0.5$   $m_1(\{\omega_2\}) = 0.5$   
 $m_2(\{\omega_3\}) = 0.5$   $m_2(\{\omega_4\}) = 0.5$

情形3  $m_1(\{\omega_1\}) = 1/3$   $m_1(\{\omega_2\}) = 1/3$   
 $m_1(\{\omega_3\}) = 1/3$   
 $m_2(\{\omega_4\}) = 1/3$   $m_2(\{\omega_5\}) = 1/3$   
 $m_2(\{\omega_6\}) = 1/3$

情形4  $m_1(\{\omega_1\}) = 0.25$   $m_1(\{\omega_2\}) = 0.25$   
 $m_1(\{\omega_3\}) = 0.25$   $m_1(\{\omega_4\}) = 0.25$   
 $m_2(\{\omega_5\}) = 0.25$   $m_2(\{\omega_6\}) = 0.25$   
 $m_2(\{\omega_7\}) = 0.25$   $m_2(\{\omega_8\}) = 0.25$

情形5  $m_1(\{\omega_1\}) = 0.2$   $m_1(\{\omega_2\}) = 0.2$   
 $m_1(\{\omega_3\}) = 0.2$   $m_1(\{\omega_4\}) = 0.2$   
 $m_1(\{\omega_5\}) = 0.2$   
 $m_2(\{\omega_6\}) = 0.2$   $m_2(\{\omega_7\}) = 0.2$   
 $m_2(\{\omega_8\}) = 0.2$   $m_2(\{\omega_9\}) = 0.2$   
 $m_2(\{\omega_{10}\}) = 0.2$

例 1 的 5 种情形中，情形 1 两组证据是类别证据，其它情形中两组证据为非类别证据。这 5 种情形中，两组证据均完全不相同，也即是差异性程度为最大值 1。表 1 为 5 种情形下两组证据间的 Jousselme 证据距离。

表 1 例 1 多种情形下证据之间 Jousselme 证据距离

Jousselme 证据距离	例 1 多种情形				
	1	2	3	4	5
$d_{\text{BPA}}$	1	0.707	0.577	0.500	0.447

从表 1 中可以看出，只有情形 1 的两组类别证据间 Jousselme 证据距离取值 1，其它 4 种情形下两组完全不相同非类别证据间差异性程度都小于 1。并且，4 种情形中，随着两组证据 BPA 分布的分散程度增大，Jousselme 证据距离取值越来越小。因此，例 1 揭示出 Jousselme 证据距离不能完全衡量两组完全不相同非类别证据间的差异性程度。其实，这种问题同样存在于两组部分相同的证据中，见例 2。

**例 2** 令辨识框架为  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{10}\}$ ， $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$  为  $\Omega$  上来自相异源的两组基本信任分配，考虑以下两种情形：

情形1  $m_1(\{\omega_1\}) = 1/3$   $m_1(\{\omega_2\}) = 1/3$   
 $m_1(\{\omega_3\}) = 1/3$   
 $m_2(\{\omega_4\}) = 1/3$   $m_2(\{\omega_2, \omega_5\}) = 1/3$   
 $m_2(\{\omega_3, \omega_6\}) = 1/3$

情形2  $m_1(\{\omega_1\}) = 0.2$   $m_1(\{\omega_2\}) = 0.2$   
 $m_1(\{\omega_3\}) = 0.2$   $m_1(\{\omega_4\}) = 0.2$   
 $m_1(\{\omega_5\}) = 0.2$   
 $m_2(\{\omega_6\}) = 0.2$   $m_2(\{\omega_7\}) = 0.2$   
 $m_2(\{\omega_8\}) = 0.2$   $m_2(\{\omega_9\}) = 0.2$   
 $m_2(\{\omega_5, \omega_{10}\}) = 0.2$

两种情况的 Jousselme 证据距离见表 2。

表2 例2两种情形下 Josselme 证据距离

Josselme 证据距离	情形 1	情形 2
$d_{\text{BPA}}$	0.471	0.424

情形 1, 两组证据中有两对焦点是相容的; 情形 2, 两组证据中只有一对焦点是相容的。并且, 情形 1 中两对相容焦点对应的信任分配数均大于情形 2 中相容焦点对应的信任分配数。因此, 相比较而言, 情形 1 的两组证据比情形 2 的差异性要小。然而, 计算得到  $d_{\text{BPA}}(1)=0.471>d_{\text{BPA}}(2)=0.424$ , 如果采用  $d_{\text{BPA}}$  衡量证据的差异性, 则第 1 种情形中两组证据的差异性更大, 与实际不相符。

可以看出, 无论是例 1 中的两组完全不同的非类别证据, 还是例 2 中两组部分相同的证据, Josselme 证据距离都不能很好地衡量它们的差异性。造成这种问题的原因在于, 虽然情形 2 两组证据的差异性更小, 但情形 2 两组证据的 BPA 分布更分散, 使得其 Josselme 证据距离更小。

Josselme 证据距离计算公式(1)中根号内分母为 2, 是为了保证 Josselme 证据距离取值在[0,1]之间<sup>[10, 15]</sup>。两组完全不同的非类别证据, BPA 越分散,  $\langle m_1, m_1 \rangle$  和  $\langle m_2, m_2 \rangle$  取值越小, 二者之和小于 2, 除以分母 2, 得到小于 1 的值。因此, 认为导致 Josselme 证据距离不能正确衡量例 1、例 2 中证据差异性不足的原因在于式(1)中分母的取值不当, 分母不应该是一个固定的值, 它的值与  $\langle m_1, m_1 \rangle$  项、 $\langle m_2, m_2 \rangle$  项之和相关, 并能始终保证 Josselme 证据距离取值在[0,1]范围内。基于此, 本文提出一种修正证据距离。

### 3 修正证据距离

对于两组完全不同的证据, 无论该两组证据是否是类别证据, 它们之间的证据距离都为最大值 1。修正证据距离采用式(3)计算

$$md_{\text{BPA}}(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle - 2\langle m_1, m_2 \rangle}{\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle}} \quad (3)$$

式中  $m_1, m_2$  的定义与式(1)中相同,  $\langle m_1, m_2 \rangle$  定义见式(2)。

修正证据距离衡量两组证据的差异性, 具有 4 个特性:

- (1)  $md_{\text{BPA}}(m_1, m_2) \in [0, 1]$ ;
- (2)  $md_{\text{BPA}}(m_1, m_2) = 0$ , 如果  $m_1 = m_2$ ;

(3)  $md_{\text{BPA}}(m_1, m_2)=1$ , 当且仅当  $(\cup A_i) \cap (\cup B_j) = \emptyset$ , 其中  $A_i$  和  $B_j$  分别为  $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$  焦点;

(4) 由于  $\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle \leq 2$ ,  $md_{\text{BPA}}(m_1, m_2) \geq d_{\text{BPA}}(m_1, m_2)$ , 当且仅当  $m_1$  和  $m_2$  所对应的两组证据同时为类别证据, 等号成立。

以上 4 个特性的证明比较简单, 在本文中仅作简单说明。式(3)根号内的分子总是小于或等于分母, 据此可得到特性(1)。如果  $m_1 = m_2$ , 很简单计算出式(3)等于 0, 特性(2)成立。如果式(3)等于 1, 则式(3)中  $\langle m_1, m_2 \rangle = 0$ , 可推出  $(\cup A_i) \cap (\cup B_j) = \emptyset$ ; 反过来, 如果  $(\cup A_i) \cap (\cup B_j) = \emptyset$ , 则  $\langle m_1, m_2 \rangle = 0$ , 可得到  $md_{\text{BPA}}(m_1, m_2) = 1$ , 因此特性(3)成立。由式(2)可知,  $\langle m_1, m_1 \rangle \leq 1$ , 因此  $\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle \leq 2$ ; 比较式(1)和式(3)得到  $md_{\text{BPA}}(m_1, m_2) \geq d_{\text{BPA}}(m_1, m_2)$ ; 当  $md_{\text{BPA}}(m_1, m_2) = d_{\text{BPA}}(m_1, m_2)$  时, 需要  $\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle = 2$ , 即  $\langle m_1, m_1 \rangle = \langle m_2, m_2 \rangle = 1$ , 由式(2)可推出两组证据同时为类别证据; 反过来, 如果两组证据同时为类别证据, 则  $\langle m_1, m_1 \rangle + \langle m_2, m_2 \rangle = 2$ , 计算得到  $md_{\text{BPA}}(m_1, m_2) = d_{\text{BPA}}(m_1, m_2)$ , 因此特性(4)成立。

### 4 算例仿真

(1) 算例 1 由于修正证据距离是根据 Josselme 证据距离修正而来, 需要首先检验它能否克服 Josselme 证据距离的不足。计算例 1, 例 2 多种情形下证据间修正证据距离, 结果见表 3。

表3 例1和例2多种情形下修正证据距离

修正证据距离	例 1 多种情形					例 2 两种情形	
	1	2	3	4	5	1	2
$md_{\text{BPA}}$	1	1	1	1	1	0.817	0.949

例 1 的 5 种情形下, 两组证据均完全不同, 因此差异性程度均为最大值 1。表 3 结果显示, 5 种情形下, 证据之间的修正证据距离均为最大值 1, 表示证据间完全不一致, 符合事实。因此, 修正证据距离能够正确衡量完全不同的非类别证据间的差异性程度。

例 2 中, 情形 2 的两组证据间差异性程度大于情形 1。表 3 结果显示, 情形 2 两组证据间的修正证据距离大于情形 1 的, 表示情形 2 两组证据的差异性程度要大于情形 1, 符合事实。修正证据距离能够正确衡量例 2 中两种情形下的证据差异性程度。

算例 1 表明, 修正证据距离能够正确衡量例 1、

例 2 中证据的差异性程度，克服了 Joussme 证据距离随着证据 BPA 分布分散程度的增大而减小的不足。

(2)算例 2 引入文献[10]中的两个算例，说明修正证据距离能够正确衡量一组类别证据与一组一般证据之间的差异性。例 3 为一组证据焦元不变，焦元信度值改变的情况；例 4 为信度值不变，焦元改变的情况。

例 3 令辨识框架  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_6\}$ ， $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$  为  $\Omega$  上来自相异源的两组基本信任分配，考虑以下 2 种情形，2 种情形中的  $m_2(\cdot)$  均包含所有 63 个焦元， $m_2(\cdot)$  的初始值为 63 个焦元均分所有的信任分配，即  $a_0$  的初始值为  $1/63$ ，之后  $a_0$  以每步  $\Delta=0.02$  的速度增大，而其它 62 个焦元均以  $\Delta=0.02/62$  的速度减小，直至  $a_0$  的值达到 1。

情形 1  $m_1(\{\omega_2\}) = 1, m_2(\{\omega_2\}) = a_0$

情形 2  $m_1(\{\omega_4\}) = 1, m_2(\{\omega_5\}) = a_0$

2 种情形下的 Joussleme 证据距离  $d_{BPA}$  与修正证据距离  $md_{BPA}$  取值如图 1、图 2 所示。

图 1 中，横坐标表示  $m_2(\{\omega_2\})$  的信度  $a_0$  的取值，纵坐标表示  $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$  间证据距离的取值。

分析情形 1 的两组证据，可以得到，当  $a_0$  取 1.0 时，两组证据完全相同，修正证据距离应该为 0。而其它情况，两组证据的差异性随着  $a_0$  取值的减小而增大。图 1 中反映的情况与实际分析一致，修正证据距离能够反映情形 1 两组证据间差异性程度。

Joussleme 证据距离也能正确反映情形 1 中两组证据的差异性程度随着  $a_0$  的取值的变化趋势。相比较，修正证据距离总是等于或大于 Joussleme 证据距离。

图 2 中，横坐标表示  $m_2(\{\omega_5\})$  的信度  $a_0$  的取值，纵坐标表示  $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$  间证据距离的取值。

情形 2 与情形 1 情况正好相反， $m_1(\cdot)$  全部支持  $\{\omega_4\}$ ， $m_2(\cdot)$  对  $\{\omega_5\}$  的信度不断增大，当  $m_2(\cdot)$  对  $\{\omega_5\}$  的基本信任分配最小时， $m_2(\cdot)$  对  $\{\omega_4\}$  以及包含基于  $\omega_4$  的焦元的基本信任分配最大， $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$  间差异性程度最小；当  $m_2(\cdot)$  对  $\{\omega_5\}$  的基本信任分配

增大时， $m_2(\cdot)$  对  $\{\omega_4\}$  以及包含基于  $\omega_4$  的焦元的基本信任分配减小， $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$  间修正证据距离增大，差异性增大。图 2 中反映的情况与实际分析结果相同。可以认为修正证据距离能够正确衡量情形 2 证据间差异性程度。

总结以上分析，可以得到：修正证据距离能很好地描述例 3 中焦元不变、焦元信度取值不同时，两证据间差异性程度。也可以看出，对于例 3 中的这两种情形，Joussleme 证据距离  $d_{BPA}$  的变化趋势与修正证据距离  $md_{BPA}$  的变化趋势一致。

例 4 令辨识框架为  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{20}\}$ ， $m_1(\cdot)$  和  $m_2(\cdot)$  为  $\Omega$  上来自两相异源的两组基本信任分配：

$$m_1(\{\omega_2, \omega_3, \omega_4\}) = 0.05, m_1(\{\omega_7\}) = 0.05,$$

$$m_1(\Omega) = 0.1, m_1(A) = 0.8,$$

$$m_2(\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}) = 1$$

其中焦元  $A$  按照  $\{\omega_1\}, \{\omega_1, \omega_2\}, \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}, \dots, \Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{20}\}$  变化。

例 4 中， $m_2(\cdot)$  全部支持假设  $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$ ，只有当  $m_1(\cdot)$  的焦元  $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$  时，两组证据的差异性程度最小。当  $A$  的模值从 1 变化到 5 时，两组证据的差异性逐渐减小，从 5 到 20 时，差异性逐渐增大。

图 3 给出了这两者随着  $A$  变化而变化的情况，其中横坐标表示  $m_1$  焦元  $A$  的模值，也即是焦元  $A$  包含基元的个数。

从图 3 中可以看出，当  $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$  时，修正证据距离与 Joussleme 证据距离同时达到最小值，同时满足之前差异性减小和之后差异性增大的事实。因此，修正证据距离与 Joussleme 证据距离变化趋势一致，均能很好地描述例 4 中信度分配不变、焦元不同时，两证据间差异性程度。

因此，综合对例 3、例 4 的分析，得到：当证据变化时，修正证据距离的变化趋势与 Joussleme 证据距离的相同，同时上升或下降，修正证据距离能够反映一组一般证据与一组类别证据之间的差异性程度。

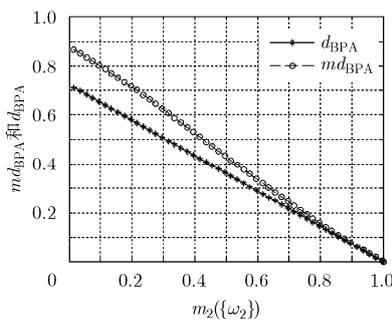


图 1 例 3 情形 1 两组证据间修正证据距离和 Joussleme 证据距离对比图

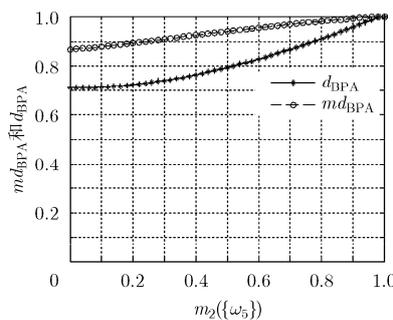


图 2 例 3 情形 2 两组证据间修正证据距离和 Joussleme 证据距离对比图

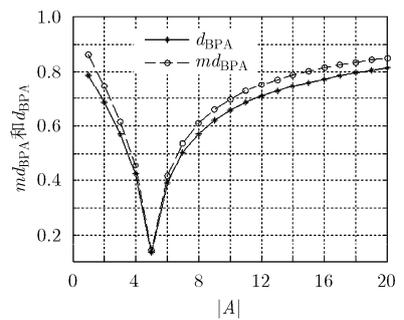


图 3 例 4 中 20 种情形下证据间修正证据距离和 Joussleme 证据距离对比图

(3)算例 3 采用某型导弹控制系统故障诊断实例作为算例 3 来说明修正证据距离在实际应用中也是有效的。

在我们所建立的某型导弹控制系统故障诊断平台中,由信号模拟单元模拟故障信号,发送给特征提取与融合单元,决策级融合单元融合 3 组特征级融合结果,给出一个决策级融合结果,再依据制定的决策规则,给出主要的故障模式。故障诊断平台运行包括系统训练和系统诊断两种状态。

信号模拟单元实现了 17 种故障模式和与之对应的 17 种正常模式的信号源模拟,在本次诊断中,均当成是故障模式。故障诊断系统实现对这 34 种故障模式的诊断。一次从 34 种模式中随机抽取 8 种,经由信号源模拟单元对每种模式仿真生成 10 个样本,共 80 个仿真信号,送入特征提取与融合单元。特征提取单元提取故障信号的傅里叶频谱、希尔伯特-黄变换瞬时频率和瞬时幅值等 3 个过程特征,以及均值、最大值、标准差、积分、峭度、最小值、斜度、极差等 8 种参数特征;特征融合单元采用了 3 种特征级融合方法:过程神经网络完成对 3 种过程特征的融合训练,神经网络和支持向量机完成对 8 种参数特征的融合,进行特征提取和特征融合,完成系统训练过程。之后,进入系统诊断状态,依次选择所抽取的 8 种模式中的一种,生成 10 个样本,进行诊断,诊断过程与训练过程相似,不再赘述。

按照每次随机抽取 8 种故障模式的方法,共抽取 5 次,每次分为信号生成过程中不加入高斯白噪声(无干扰)和加入高斯白噪声(干扰)两种情况。采用文献[6]方法,并用修正证据距离替代 Joussemle 证据距离,将这种方法称为基于修正证据距离的证据合成方法(简记为:修正合成方法)。分别采用 Dempster 规则、Murphy 规则、文献[6]规则和修正合成方法进行决策级融合;采用具有最大 mass 值的模式作为主要故障模式的决策方法,统计的诊断率如表 4 所示(诊断率等于诊断正确的次数除以每次参与诊断的样本数)。

表 4 中的数据表明,在无外部干扰情况下,采

用修正合成方法和文献[6]的方法诊断率是相当的、诊断率高;采用 Dempster 规则和 Murphy 规则,诊断率稍低但也是高的。出现这种情况的原因在于决策规则的制定,本次诊断中采用最简单的决策规则:即获得最大 mass 值的模式为主要故障原因。采用修正合成方法和文献[6]的方法,融合结果中指向正确故障模式的 mass 值较大,譬如 0.95,很容易给出决策结果;而采用另外 3 种规则,融合结果中指向正确故障模式的 mass 值不是很大,譬如 0.31,但是相对于分配给其它故障模式的 mass 值,还是最大的,根据决策规则,仍然能够给出正确的诊断结果。

而在施加外部干扰的情况下,诊断结果则发生了很大的变化。故障样本生成时加入了高斯白噪声,使得部分信号形变比较大,提取的信号特征也相应发生一定的改变。这种情况下,采用修正合成方法和文献[6]的方法诊断率是相当的、诊断率高;采用 Dempster 规则和 Murphy 规则的诊断率低。Dempster 规则发生误判的可能性很大,采用 Murphy 规则较 Dempster 规则融合结果较好,但即使是依据决策规则能够给出正确的决策结果,融合结果由于 mass 值太分散,本质上是不利于决策的。

另外,比较表中数据,第 5 次随机抽取的 8 种模式,诊断率比其它 4 次要稍低,这主要与抽取的故障样本、所抽取样本特征的有效性有关。在 5 次随机抽样诊断中,无论是否加入外部干扰,采用文献[6]和修正合成方法,融合结果比较接近,决策结果一致。这说明,在非特殊情况下,修正证据距离与 Joussemle 证据了距离在实际应用中效果接近。

由表 4 的结果可得出结论:采用修正证据距离衡量证据间的差异性程度用于解决实际问题中的冲突证据合成具有较好的效果。因此,可以认为修正证据距离在实际的证据合成应用中也是有效的。

综合以上 3 个算例,可以得到:修正证据距离克服了 Joussemle 证据距离随着证据 BPA 分布分散而变小的不足,扩展了 Joussemle 证据距离衡量证据差异性程度的适用范围,在实际应用中效果较好。

表 4 采用 Dempster 规则、Murphy 规则、文献[6]规则和修正合成方法进行决策级融合的故障诊断率统计表(%)

	Dempster 规则		Murphy 规则		文献[6]		修正合成方法	
	无干扰	干扰	无干扰	干扰	无干扰	干扰	无干扰	干扰
第 1 次	98.75	83.75	100	96.25	100	100	100	100
第 2 次	96.25	53.75	97.50	76.25	100	98.75	100	98.75
第 3 次	93.75	48.75	96.25	66.25	100	97.50	100	97.50
第 4 次	98.75	60.00	100	83.75	100	100	100	100
第 5 次	90.00	42.50	95.00	56.25	98.75	92.50	98.75	92.50
统计结果	95.50	57.75	97.75	75.75	99.75	97.75	99.75	97.75

## 5 结束语

证据理论综合了概率论与集合论,从形式上看,证据是概率与集合的综合体,因此对证据进行计算尤为困难。Jousselme 在焦元相似度的基础上提出证据距离,用来衡量一组一般证据与一组类别证据之间的差异性程度,为证据计算提供了一种示范性方法。本文针对证据 BPA 分布越分散 Jousselme 证据距离越小的不足,提出修正证据距离,扩展了 Jousselme 证据距离的适用范围,数值算例和实际应用算例表明所提出的方法是有效的。

### 参考文献

- [1] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping[J]. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1967, 38(2): 325-339.
- [2] Shafer G. A Mathematical Theory of Evidence[M]. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1976: 3-34.
- [3] Zadeh L A. A simple view of the Dempster-Shafer theory of evidence and its implication for the rule of combination[J]. *Artificial Intelligence Magazine*, 1986, 7(1): 85-90.
- [4] Yager R R. On the Dempster-Shafer framework and new combination rules[J]. *Information Sciences*, 1987, 41(2): 93-137.
- [5] Murphy C K. Combining of belief functions when evidence conflicts[J]. *Decision Support Systems*, 2000, 29(1): 1-9.
- [6] Deng Yong, Shi Weng-kang, Zhu Zhen-fu, et al.. Combining belief functions based on distance of evidence[J]. *Decision Support Systems*, 2004, 38(3): 489-493.
- [7] 刘准钊, 程咏梅, 潘泉, 等. 多传感器冲突信息的加权融合算法[J]. *传感技术学报*, 2009, 22(3): 366-370.  
Liu Zhun-ga, Cheng Yong-mei, Pan Quan, et al.. Weight evidence combination for multi-sensor conflict information[J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2009, 22(3): 366-370.
- [8] 韩德强, 韩崇昭, 邓勇, 等. 基于证据方差的加权证据组合[J]. *电子学报*, 2011, 39(3A): 153-157.  
Han De-qiang, Han Chong-zhao, Deng Yong, et al.. Weighted combination of conflicting evidence based on evidence variance[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(3A): 153-157.
- [9] 杨艺, 韩德强, 韩崇昭. 一种基于证据距离的多分类器差异性度量[J]. *航空学报*, 2012, 33(6): 1093-1099.  
Yang Yi, Han De-qiang, and Han Chong-zhao. A novel diversity measure of multiple classifier systems based on distance of evidence[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2012, 33(6): 1093-1099.
- [10] Jousselme A L, Dominic G, and Bosse E. A new distance between two bodies of evidence[J]. *Information Fusion*, 2001, 2(2): 91-101.
- [11] 蒋雯, 张安, 邓勇. 基于新的证据冲突表示的信息融合方法研究[J]. *西北工业大学学报*, 2010, 28(1): 27-32.  
Jiang Wen, Zhang An, and Deng Yong. A novel information fusion method based on our evidence conflict representation[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2010, 28(1): 27-32.
- [12] 史超, 程永梅. 基于证据冲突度的多传感器冲突信息组合法[J]. *计算机应用研究*, 2011, 28(3): 865-868.  
Shi Chao and Cheng Yong-mei. Combination method of conflict information from multi-sensor based on evidence conflict degree[J]. *Application Research of Computers*, 2011, 28(3): 865-868.
- [13] 刘兵, 李辉, 邢钢. 一种新的冲突表征下的异类源信息融合算法[J]. *计算机工程与应用*, 2012, 48(18): 123-126.  
Liu Bing, Li Hui, and Xing Gang. Heterogeneous sources information fusion algorithm based on new characterization of conflict[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2012, 48(18): 123-126.
- [14] 彭颖, 沈怀荣, 马永一. 一种新的冲突证据融合方法[J]. *兵工学报*, 2011, 32(1): 79-84.  
Peng Ying, Shen Huai-rong, and Ma Yong-yi. A new fusion method for conflicting evidence[J]. *Acta Armamentarii*, 2011, 32(1): 79-84.
- [15] 何友, 胡丽芳, 关欣, 等. 一种度量广义基本概率赋值冲突的方法[J]. *中国科学: 信息科学*, 2011, 41(8): 989-997.  
He You, Hu Li-fang, Guan Xin, et al.. A new method of measuring the degree of conflict among general basic probability assignments[J]. *SCIENCE CHINA Informationis*, 2011, 41(8): 989-997.
- [16] Liu Zhun-ga, Dezert J, Pan Quan, et al.. Combination of sources of evidence with different discounting factors based on a new dissimilarity measure[J]. *Decision Support Systems*, 2011, 52(1): 133-141.
- [17] Smets P. Decision making in the TBM: the necessity of the pignistic transformation[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2005, 38(2): 133-147.
- [18] Dezert J and Smarandache F. A new probabilistic transformation of belief mass assignment[C]. *Proceedings of Information Fusion*, Cologne, 2008: 1-8.

彭颖: 女, 1982年生, 博士, 讲师, 研究方向为信息融合、故障诊断。

胡增辉: 男, 1982年生, 博士, 工程师, 研究方向为盲信号处理、信息融合。

沈怀荣: 男, 1954年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为信息融合、故障诊断、无人机技术、载人航天技术。