

广义 S 变换及其在复杂辐射源信号分析中的应用

朱明哲* 姬红兵 董青峰
(西安电子科技大学电子工程学院 西安 710071)

摘 要: 该文提出一种基于修正 Hermite 函数的广义多窗 S 变换方法, 并将之应用于复杂多分量辐射源信号的瞬时频率结构分析。该方法通过引入频率尺度因子修正正交 Hermite 函数, 将多窗时频分析方法推广到 S 变换中, 使得改进后的广义 S 变换既保留了多分辨特性, 又很好地解决了高频区存在的频率分辨率低、易受噪声干扰等问题。与 S 变换和原始多窗时频分析方法相比, 该方法在瞬时频率估计精度和时频聚集性等方面均有明显改善, 具有很好的工程应用前景。

关键词: 信号处理; 瞬时频率估计; Hermite 函数; 广义多窗 S 变换; 时频聚集性

中图分类号: TN97

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)10-2432-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01311

Generalized S-transform and Its Application to Analysis of Complex Emitter Signals

Zhu Ming-zhe Ji Hong-bing Dong Qing-feng
(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A new method called generalized Multi-Window S-Transform (MW-ST) is proposed for blind Instantaneous Frequency (IF) analysis of complex emitter signals. The high concentration is achieved by employing the modified Hermite function. In this distribution, the orthogonal Hermite function is improved by utilizing a frequency parameter. Therefore, the multi-window method can be introducing to S-transform. The generalized MW-ST maintains the multi-resolution characteristics of the ST and improves the frequency resolution in high frequency region. Comparing with the origin S transform and the multi-window method, the proposed method can effectively improve the accuracy of the IF estimation and the time-frequency concentration. So it has the good prospects for engineering applications.

Key words: Signal processing; Instantaneous frequency estimation; Hermite function; Generalized Multi-Window S-Transform (MW-ST); Time — frequency concentration

1 引言

瞬时频率(Instantaneous Frequency, IF)是辐射源信号的重要特征。在现代电子对抗领域, 所截获的辐射源信号往往具有非平稳和多分量等复杂特性。因此, 高精度的 IF 估计一直是该领域的基础和核心问题^[1]。目前, 代表性 IF 估计算法主要包括: 动态模型法^[2]、变带宽滤波法(VBF)^[3]、基于经验模式分解(EMD)的希尔伯特-黄变换法^[4]和基于时频分析的方法^[1,5,6]等。其中, 动态模型法较好地解决了模型失配问题, 但是在模型集的建立过程中仍需要一定的先验知识。同时, 最优模型选择和模型间转换增加了计算复杂度。而 VBF 法中求解滤波时变系数

的计算复杂度较高, 无法满足实时性要求。EMD 法存在边界和分解选择原则难以选取的问题, 并且对信号结构具有一定要求。时频分析计算简单, 可以获取非平稳信号的时变结构信息, 且基本上不需要任何先验知识, 因此其成为 IF 盲估计的理想工具。

在实际应用中, 接收或截获到的非平稳辐射源信号通常是由未知调频方式的多分量信号组成。因此, 用于 IF 估计的时频变换需要具有如下特性: (1) 线性, 避免多分量信号的交叉项干扰; (2) 多分辨性, 有利于信号结构的精确分析; (3) 实时性, 从实际应用角度, 能够快速实现。综上分析, 结合短时傅里叶变换和小波变换优点的 S 变换^[6,7](ST)成为此类信号 IF 估计的理想工具, 已在地震信号、雷达信号及语音信号处理等领域得到了广泛的应用。

然而, 将 ST 直接应用于 FM 信号的 IF 估计时仍存在问题: (1) 在高频区, ST 的窗宽随频率

2012-10-12 收到, 2013-05-30 改回

高校基本科研业务费(K50511020022)资助课题

*通信作者: 朱明哲 zhumz@mail.xidian.edu.cn

变化过于迅速，使得高频区窗宽过窄，可能导致高频区频率分辨率过低，出现频率模糊；(2)噪声经ST变换后，其谱幅值随频率呈线性增长^[8]，且该斜率与噪声能量成正比，使得信号的高频分量相当于受到了更大噪声的干扰，最终导致低信噪比下的IF估计在高频区产生较大的偏差，甚至信号被噪声完全淹没；(3)ST的时频聚集性有待进一步的改善，以利于多分量FM信号的IF估计。

为了解决上述ST存在的高频失真等问题，有效提高其时频聚集性和IF估计精度，本文将多窗时频分析方法推广到ST中，提出一种广义多窗ST(Multi-Window S-Transform, MW-ST)时频分析方法。该方法可以很好地兼顾ST和多窗时频分析方法的优良特性，能够有效提高IF估计精度、改善时频聚集性以及抑制交叉项的影响。理论分析和实验结果验证了本文方法的有效性。

2 S变换及其不足

2.1 S变换

1996年，美国地球物理学家Stockwell等人提出将信号 $x(t)$ 的S变换定义为^[7]

$$S_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) w(\tau - t, f) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1)$$

其中 $w(t, f)$ 为高斯时-频窗函数。

$$w(t, f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(f)} \exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma^2(f)}\right], \quad \sigma(f) = \frac{1}{|f|} \quad (2)$$

从式(2)可以看出，ST高斯窗函数的时宽受标准差 $\sigma(f)$ 控制，可以自适应地调节不同频率处的等效窗长，得到随频率变化的时频分辨率，即具有多分辨率的特性。

图1(a)所示为跳频信号在信噪比(SNR)为5 dB时的S变换时频图，图1(b)所示为高斯白噪声的S变换时频分布。由图1(a)可见，在低频处具有较

好的频率分辨率，在高频处具有较好的时间分辨率。然而，也可以看出由于在高频区ST窗函数的窗宽随频率变化过于迅速，可能导致高频区频率分辨率过低，出现频率模糊，从而导致IF估计出现较大的偏差。

2.2 高斯噪声的S谱统计特性

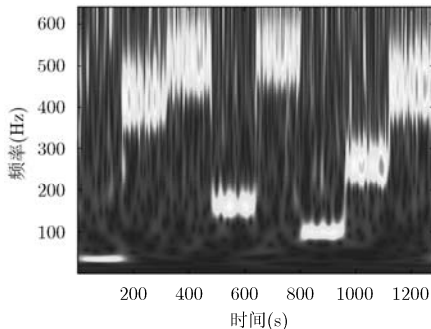
设 $n(t)$ 是均值为零，方差为 σ^2 的高斯白噪声，其自相关函数为

$$E[n(\tau)n(u)] = \sigma^2\delta(u - \tau) \quad (3)$$

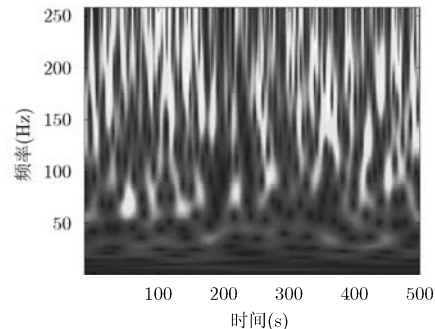
式中 $\delta(t)$ 为 δ 函数， $E[\bullet]$ 表示取数学期望运算。记 $|S(t, f)|^2$ 为信号的S变换功率谱，根据S变换的定义式(1)与式(3)，可得高斯白噪声 $n(t)$ 的S变换的平均功率谱 $|S_n(t, f)|^2$ 为^[8]

$$\begin{aligned} E[|S_n(t, f)|^2] &= E\left[\int_{-\infty}^{\infty} n(\tau) e^{-j2\pi f\tau} \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}f^2(\tau-t)^2} d\tau \right. \\ &\quad \left. \cdot \int_{-\infty}^{\infty} n^*(u) e^{j2\pi fu} \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}f^2(u-t)^2} du\right] \\ &= \frac{\sigma^2 f^2}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} E[n(\tau)n^*(u)] \\ &\quad \cdot e^{-j2\pi f(\tau-u)} e^{-\frac{1}{2}f^2[(\tau-t)^2+(u-t)^2]} d\tau du \\ &= \frac{\sigma^2 f^2}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau-u) e^{-j2\pi f(\tau-u)} \\ &\quad e^{-\frac{1}{2}f^2[(\tau-t)^2+(u-t)^2]} d\tau du \\ &= \frac{\sigma^2 f^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi f(\tau-t)^2} d\tau = \frac{\sigma^2}{2\sqrt{\pi}} |f| \quad (4) \end{aligned}$$

式中“*”表示取复共轭， t 和 f 分别表示时间和频率， σ^2 表示白噪声的方差。式(4)表明，经S变换后，白噪声的平均功率谱对于任意给定的时间 t 随频率 f 呈线性变化，且斜率为 $\sigma^2/(2\sqrt{\pi})$ ，如图1(b)所示。因此，信号的高频分量相当于受到了更大噪声的干扰。



(a)跳频信号的S变换



(b)高斯白噪声的S变换

图1 S变换多分辨率特性和噪声谱分布

综上所述可知, S 变换具有多分辨率的优点, 但是在高频区 S 变换的频率分辨率低, 可能出现频率模糊。并且噪声经 S 变换后, 其谱幅值随频率呈线性增长, 且该斜率与噪声能量成正比, 使得信号的高频分量相当于受到了更大噪声的干扰。此外, 如图 1(a)所示, ST 的时频聚集性有待进一步的改善, 以利于多分量信号的 IF 估计。S 变换存在的上述问题, 最终导致应用 S 变换直接进行 IF 估计会在高频区产生较大的偏差, 甚至信号被噪声完全淹没。因此, 需要对 S 变换进行改进, 以便更好地应用于 FM 辐射源信号的 IF 估计。

3 基于修正 Hermite 函数的 MW-ST

S-method 是一种带平滑窗的双线性时频变换, 相比于传统的双线性时频分析工具, 该变换具有交叉项抑制能力, 但牺牲了部分的时频聚集性。为拥有较高的 IF 估计精度和时频聚集性, 并且可以有效地去除交叉项, 近年来, 多窗时频分析方法已经受到了很多研究者的关注^[9-11]。其核心思想是, 首先选择不同的正交函数作为窗函数分别求其 S-method, 然后通过满足相应瞬时带宽和频率约束条件的加权系数, 把所求得的 S-method 叠加在一起得到多窗时频分析结果^[9,12]。通过引入正交多窗函数和选取适当的参数, 多窗时频分析方法可以进一步提高 S-method 的时频聚集性和 IF 估计精度, 有效去除交叉项的影响。Hermite 函数是一族单位正交函数集, 且具有很好的对称性(如图 2($f=1$)所示),

其常被选为多窗时频分析方法的窗函数。文献[9]首次将 Hermite 函数引入多窗时频分析中, 提出基于正交 Hermite 函数的多窗 S-method (MWS-method)。

鉴于此, 为了解决 S 变换存在的高频失真问题, 同时保留多分辨率特性、提高时频聚集性和 IF 估计精度, 本文将多窗时频分析方法推广到 S 变换中, 提出一种多窗 S 变换方法, 能够同时兼顾二者的优良特性。不过原始正交 Hermite 仅是时域的窗函数, 不具备多分辨率特性, 无法直接引入到 S 变换中。为此, 本文通过引入频率尺度因子 f 来修正 Hermite 函数, 将其修正为时-频窗, 修正后的 Hermite 函数为

$$\Phi_k(t, f) = \sqrt{|f|} \frac{(-1)^k e^{(ft)^2/2}}{\sqrt{2^k k! \sqrt{\pi}}} \frac{d^k (e^{-(ft)^2})}{dt^k} \quad (5)$$

当 $f=1$ 时, $\Phi_k(t, f) = \Phi_k(t, 1)$ 即退化为原始正交 Hermite 函数。可以证明, 修正后的 $\Phi_k(t, f)$ 依然是单位正交基, 即可以满足多窗时频分析中窗函数选取要求正交性的原则。图 2 所示为不同频率对应的前四阶修正 Hermite 正交窗。可以看出, 修正后的 Hermite 窗函数随着频率的升高窗宽变窄, 可以自适应地调节不同频率处的等效窗长, 决定了本文提出的 MW-ST 可以保留 S 变换的多分辨率特性, 从而克服了原始多窗时频方法一旦窗长选定其时频分辨率即被限定的不足。同时, 由于其是一种基于正交函数的多窗时频分析方法, 所以仍具有多窗时频分析方法的高 IF 估计精度和时频聚集性。

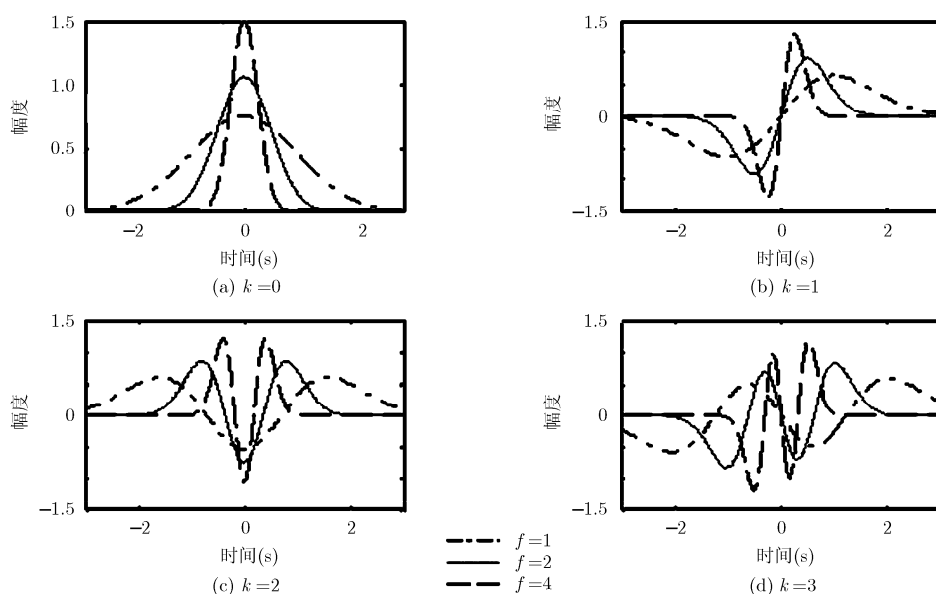


图 2 不同频率对应的修正 Hermite 正交窗 ($k=0, 1, 2, 3$; $f=1, 2, 4$)

在此, 我们定义第 k 阶修正 Hermite 函数对应的 S 变换为

$$\text{ST}_k(t, f) = \sqrt{|f|} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \Psi_k(f(\tau - t)) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (6)$$

其中 Ψ_k 表示第 k 阶修正 Hermite 函数。在实际应用中, 考虑到实时性, 一般取前几阶 Hermite 函数即可达到较好的效果^[9-11]。定义前 K 阶 MW-ST 为 $\text{MWST}_K(t, f)$

$$= \sum_{k=0}^{K-1} d_k(t) \int_{-\infty}^{+\infty} P(\theta) \text{ST}_k(t, f + \theta) \text{ST}_k^*(t, f - \theta) d\theta \quad (7)$$

其离散形式为

$$\begin{aligned} & \text{MWST}_K(n, k) \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} d_k(n) |\text{ST}_k(n, k)|^2 + \sum_{k=0}^{K-1} 2 \\ & \cdot \text{Re} \left(\sum_{l=1}^L P(l) d_k(n) \text{ST}_k(t, k+l) \text{ST}_k^*(t, k-l) \right) \quad (8) \end{aligned}$$

其中 $P(l)$ 表示沿频率方向对 MW-ST 进行频域平滑的窗函数, 通常选择窗长为 $2L+1$ 的矩形窗。为了去除交叉项, $2L+1$ 应小于任意两个自项之间的最小距离, 一般取 $L < 10$ 即可获得较好的效果^[10,11]; $d_k(n)$ 表示以各阶正交 Hermite 函数作为窗函数所得时频分析的加权系数, 满足相应的瞬时带宽和频率约束条件^[12]:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=0}^{K-1} d_k(n) \frac{\sum_{m=-N/2}^{N/2} |x(n+m)|^2 \Phi_k^2(m, 1) m^i}{\sum_{m=-N/2}^{N/2} |x(n+m)|^2 \Phi_k^2(m, 1)} \\ &= \begin{cases} 1, & i = 0 \\ 0, & i > 0 \end{cases} \quad i = 0, 1, 2, \dots, K-1 \quad (9) \end{aligned}$$

4 仿真实验与分析

本节, 我们分别通过加性高斯噪声环境下单分量 FM 信号和多分量 FM 信号的 IF 估计实验, 对比分析文献[9]的 MWS-method, S-method, ST 以及本文 MW-ST 方法的性能。实验中选取 $K=4$, 选取 $L=6$, 时间窗长为 64。

4.1 单分量 FM 信号的 IF 估计

在加性高斯噪声环境下, 我们选用正弦 FM 信号, 采用提取时频脊线估计单分量信号 IF 的方法, 并利用 MSE 准则, 对比几种方法的性能。仿真信号为

$$x_1(t) = s(t) + n(t) \quad (10)$$

其中 $n(t)$ 为加性高斯白噪声, 采样频率 $f_s=1024$ Hz, 采样点数为 256, 正弦 FM 信号为

$$s(t) = \exp(j2\pi(-2\pi\cos(12\pi t) + 300t)) \quad (11)$$

在 SNR 为 5~20 dB 范围内, 单分量正弦 FM 信号瞬时频率估计结果如图 3 所示。其中图 3(a)~图 3(c)所示分别为 SNR 为 10 dB 时单次实验的瞬时频率估计、瞬时频率局部放大和瞬时频率估计误差; 图 3(d)所示为 300 次 Monte Carlo 实验的 IF 估计的 MSE。由图 3 可知, 4 种方法中, 本文方法的 IF 估计曲线最光滑, 表明时频聚集性最好。同时, 本文方法 MSE 最小, 表明 IF 估计精度最高。

4.2 多分量 FM 信号的 IF 估计

由于传统时频脊线及相应的 MSE 准则无法直接应用于多分量信号 IF 估计的性能评价, 为了对比分析多分量 FM 信号 IF 估计的性能, 首先, 可通过直接观察时频分布图主观评价 4 种方法的时频分布特性; 其次, 对时频分布图进行二值化处理, 然后借鉴 EMD 信号分解中残留能量的思想^[13], 对比分析几种方法的频聚集性; 最后, 采取人工指导的方式分别计算多分量 FM 信号各个分量的 IF 估计 MSE 并取平均值, 评价几种方法在分析多分量信号 IF 估计精度方面的性能。本实验条件和参数与 4.1 节实验相同, 定义多分量信号为

$$x_2(t) = s_1(t) + s_2(t) + n(t) \quad (12)$$

其中 $n(t)$ 为加性高斯白噪声, $s_1(t)$ 为正弦 FM 信号, $s_2(t)$ 为 LFM 信号。

$$s_1(t) = \exp(j2\pi(-2\pi\cos(12\pi t) + 300t)) \quad (13)$$

$$s_2(t) = \exp(j2\pi(200t^2 + 110t)) \quad (14)$$

实验结果分别如图 4、图 5 和图 6 所示。图 4(a)~图 4(d)所示为在 SNR=10 dB, $K=4$, $L=6$, 时间窗长为 64 条件下, 4 种方法单次实验的时频分布图; 图 5 所示为借鉴 EMD 信号分解中残留能量的思想对图 4 的时频分布保留 85% 的能量所得的时频分布二值化处理结果; 图 6 所示为采取人工指导方式计算多分量信号 $x_2(t)$ 的正弦 FM 分量 $s_1(t)$ 和 LFM 分量 $s_2(t)$ 的 IF 估计 MSE 并取平均的结果。从图 4(c)与图 5(c)可以看出, ST 的 LFM 分量时频分布较窄(低频区域), 而其正弦 FM 分量时频分布很宽(高频区域), 并且与 S-method, MWS-method 及本文提出的 MW-ST 相比, ST 的正弦 FM 分量时频分布和 LFM 分量时频分布都是最宽的, 这验证了 ST 具有多分辨率的特性, 同时也验证了 ST 在高频区存在频率分辨率差、频率模糊、易引起信号失真等问题; 对比图 4 和图 5 可以看出, 本文提出的 MW-ST 的各个信号分量的时频分布都是最窄的, 表明本文方法时频聚集性最好, 同时较好地解决了 S 变换高频失真的问题。最后, 由图 6 可知, 本文方法在分析多分量信号时, 其各个分量的平均 IF 估计 MSE 最小, 并且与图 3(d)中单分量信号的 IF 估计 MSE 分析结果基本一致。以上结果较好地验证了本文方法在分析多分量信号时依然有很好的 IF 估计精度。

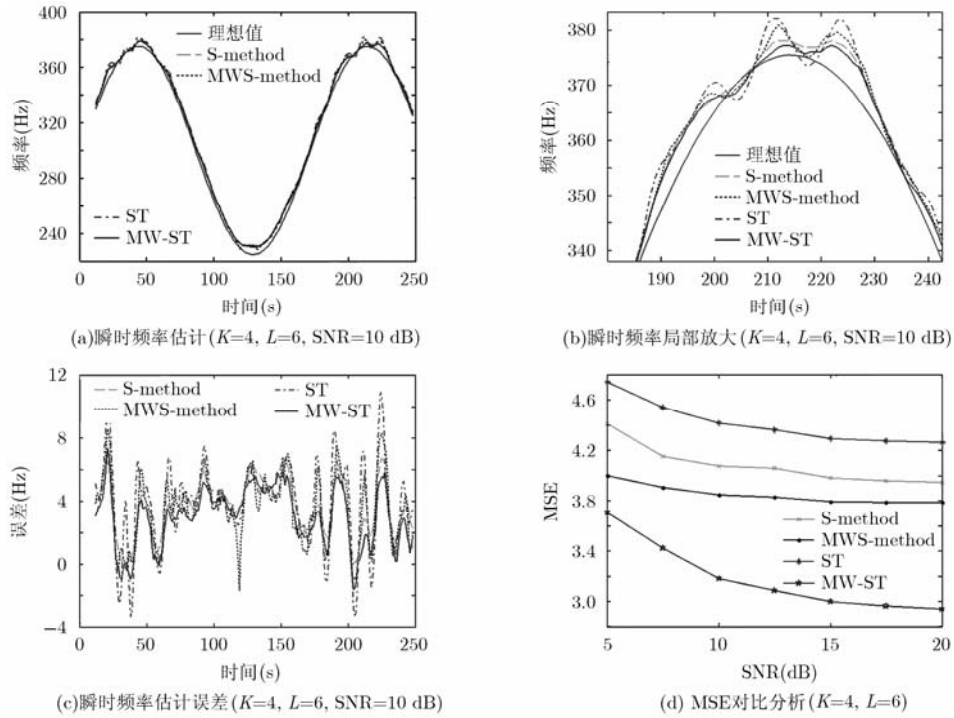


图 3 单分量 FM 信号 IF 估计对比分析

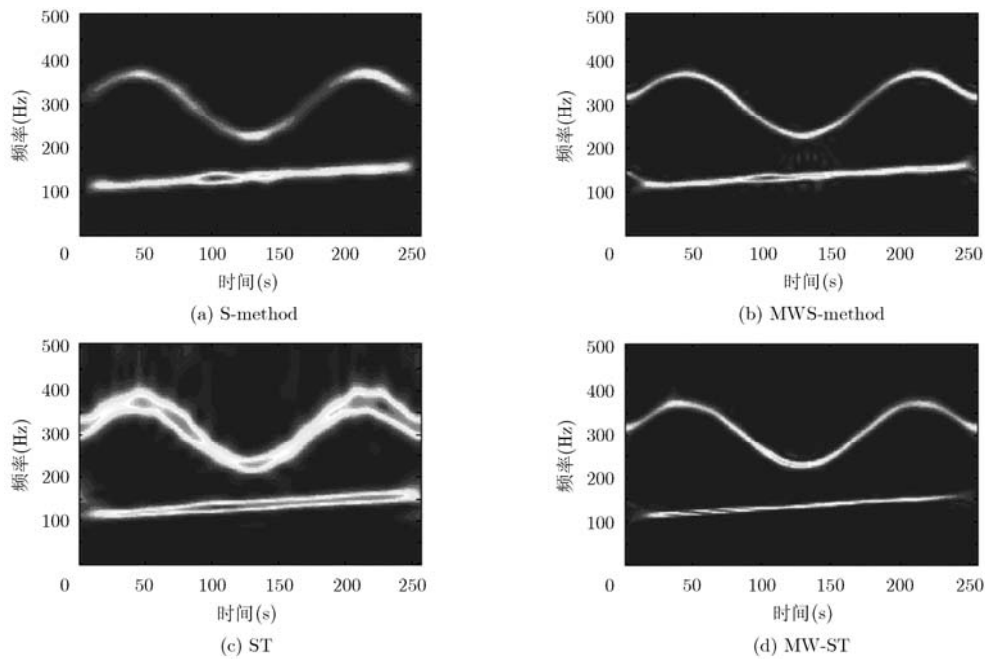
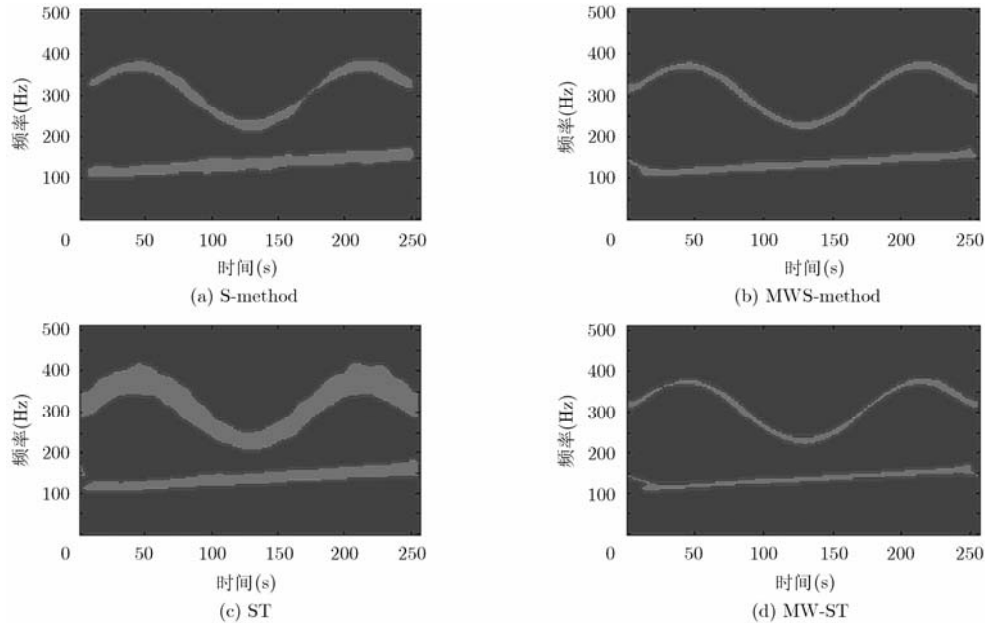
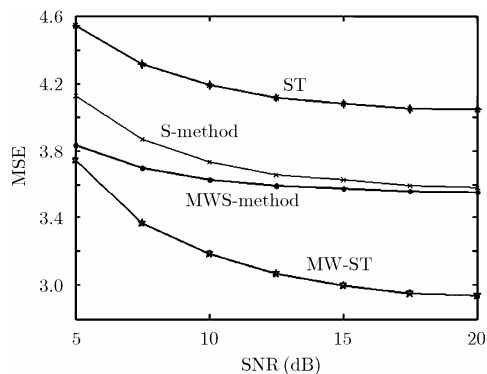


图 4 多分量 FM 信号的时频分布($K=4, L=6, SNR=10$ dB)

5 结束语

瞬时频率(Instantaneous Frequency, IF) 估计是辐射源信号截获领域的关键技术, 时频分析是 IF 盲估计的理想工具。本文针对 S 变换在 IF 估计中存在的高频区频率分辨率低、易受噪声干扰等问题, 提出了一种基于修正 Hermite 函数的广义 MW-ST 时频分析方法。该方法可以自适应地调节不同频率

处的等效窗长, 使得时频分辨率随频率而变化, 具有多分辨率的特性, 较好地解决了 S 变换在高频区存在的问题, 并且拥有比 S 变换和原始多窗时频分析方法更高的 IF 估计精度和时频聚集性, 可获得 IF 的低偏估计, 具有很好的工程应用前景。下一步, 我们将要进一步研究与本文方法叠加系数有关的理论推导及本文方法噪声谱的统计特性, 寻找基于本文方法的时频域滤波可行性方案。

图5 采用 EMD 能量残留思想的二值化处理结果($K=4, L=6, \text{SNR}=10 \text{ dB}$)图6 多分信号 IF 估计 MSE($K=4, L=6$)

参考文献

- [1] Boualem B. Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal-Part 2: algorithms and applications[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1992, 80(4): 540-568.
- [2] Bin L. Instantaneous frequency tracking under model uncertainty via dynamic model averaging and particle filtering[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(6): 1810-1819.
- [3] Heyoung L and Zeungnam Z B. A variable bandwidth filter for estimation of instantaneous frequency and reconstruction of signals with time-varying spectral content[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(5): 2052-2071.
- [4] Cheolsoo P, David L, Preben K, et al. Time-frequency analysis of EEG asymmetry using bivariate empirical mode decomposition[J]. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 2011, 19(4): 366-373.
- [5] Shui Peng-lang, Bao Zheng, and Su Hong-tao. Nonparametric detection of FM signals using time-frequency ridge energy[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(5): 1749-1760.
- [6] Zhang Sen, Wang Jiulong, and Yu Dengyun. Frequency estimation using nonlinear least squares and S-transform[C]. *IEEE International Congress on Image and Signal Processing* (CISP2010), March 2010: 138-142.
- [7] Stockwell R G, Mansinha L, and Lowe R P. Localization of the complex spectrum: the S transform[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(4): 998-1001.
- [8] 高静怀, 满蔚仕, 陈树民. 广义S变换域有色噪声与信号识别方法[J]. *地球物理学报*, 2004, 47(5): 869-875.
- [9] Gao J H, Man W S, and Chen S M. Recognition of signals from noise background in generalized S-transformation domain[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2004, 47(5): 869-875.
- [10] Orovic I, Stankovic S, Thayaparant, et al. Multiwindow S-method for instantaneous frequency estimation and its application in radar signal analysis[J]. *IET Signal Processing*, 2010, 4(4): 363-370.
- [11] Orovic I, Zaric N, Stankovic S, et al. A multiwindow time-frequency approach based on the concepts of robust estimate theory[C]. *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Dallas, USA, July 2011: 3584-3587.
- [12] Thayaparan T, Stankovic L J, Wernik C, et al. Real-time motion compensation, image formation and image enhancement of moving targets in ISAR and SAR using S-method based approach[J]. *IET Signal Processing*, 2008, 2(3): 247-264.
- [13] Cakrak F and Loughlin P J. Multiwindow time-varying spectrum with instantaneous bandwidth and frequency constraints[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(8): 1656-1666.
- [14] Flandrin P, Rilling G, and Goncalves P. Empirical mode decomposition as a filter bank[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(2): 112-114.

宋明哲: 男, 1982年生, 博士, 讲师, 主要研究方向为信号检测与参数估计。

姬红兵: 男, 1963年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达信号处理、自动目标识别、多传感器目标跟踪。

董青峰: 男, 1987年生, 硕士生, 研究方向为信号检测与参数估计。