

一种改进子空间投影自适应单脉冲算法

陈亮 盛卫星* 韩玉兵 马晓峰

(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

摘要: 自适应单脉冲技术由于能有效地抑制干扰,同时比较准确地估计出信号源的方位,因而被广泛的用于跟踪、制导雷达。经典自适应单脉冲算法都采用一阶线性逼近方法,忽略了高次项对角度估计的影响,从而导致角度估计在单脉冲比非线性区域具有大的估计误差。针对这个问题,该文提出令高次项为零的约束条件,并结合干扰信号子空间计算自适应差波束权重,最后将自适应和、差波束权重代入经典的自适应单脉冲算法,在简化角度估计公式的同时,给出信号源方位。同时,该文给出了约束点位置选取的基本规则。通过上述方法,高次项的被忽略变得更加合理,自适应单脉冲的有效测角范围进一步变大,同时角度估计误差进一步降低。计算机仿真结果验证了算法的正确性和有效性。

关键词: 信号处理; 单脉冲测角; 自适应波束形成; 子空间投影

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)09-2100-08

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01155

An Improved Adaptive Monopulse Algorithm Based on Subspace Projection

Chen Liang Sheng Wei-xing Han Yu-bing Ma Xiao-feng

(School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Adaptive monopulse technique is widely used in surveillance and tracking radar due to its interference cancelling and angle estimation ability. In classical adaptive monopulse, the first-order linear approximation is adopted and the high-order items are ignored, which causes angle estimation error. To solve this issue, constraints to make the high-order items approach zero are proposed and combined to interference subspace to calculate weights of sum and difference beams. Finally, the obtained weights are applied to classical adaptive monopulse method to estimate the angle location while making equations more concise. Some rules and regulations on the locations of the constraints are also made in this paper. By using the method proposed in this paper, adaptive monopulse estimation can be applied to a larger area and angle estimation error can be reduced further. Simulation results show the effectiveness and correctness of the algorithm proposed in this paper.

Key words: Signal processing; Monopulse angle estimation; Adaptive beamforming; Subspace projection

1 引言

自适应单脉冲跟踪系统可以根据目标指向相应地产生波束,同时自适应地消除外界的干扰,从而使得整个单脉冲系统的设计变得更加灵活,因而被广泛地用在各种跟踪、制导雷达中。Davis 等人^[1]于上世纪 70 年代首先提出了将单脉冲技术应用于自适应阵列信号处理的概念。Nickel^[2]将该方法推广到任意结构的二维阵列上去,并给出了单脉冲比值和斜率值的修正公式,之后又系统地分析了该方法的性能,并推广其至旁瓣对消器等更普遍的场合^[3-5]。自适应波束形成中的投影方法,降秩广义旁瓣对消器等方法,都被应用在单脉冲角度跟踪当

中^[6,7]。文献[8-10]分别将多点约束方法应用在空域主瓣干扰抑制,空时自适应单脉冲联合处理以及多输入多输出阵列信号处理上。针对 2 维面阵以及子阵结构下的主瓣干扰问题,文献[11,12]提出了一种两级处理的方法,通过两级处理消除主、旁瓣干扰,最后再用角度误差信号进行方位估计。上述方法的基本思想都是以一阶线性逼近实现单脉冲角度估计,忽略了二阶项对角度估计误差的影响。实际上,不加任何约束的忽略,增大了自适应单脉冲下的角度估计误差,而由于高阶项忽略造成的角度估计误差,尤以在实际目标位置和波束指向偏差较大的时候更为明显。针对上述问题,本文首先通过施加约束条件令二阶项为零,通过正交子空间投影方法,计算得到自适应和、差波束权重系数。然后将和、差波束权重代入经典的自适应单脉冲方法中,不仅进一步简化了经典方法下的角度估计公式,同时为

2012-09-06 收到, 2013-05-20 改回

国家自然科学基金(11273017)资助课题

*通信作者: 盛卫星 shengwx@njust.edu.cn

二阶项的忽略提供了合理的依据。

本文其余部分按照如下方式安排：第2节给出阵列信号处理的基本数据模型；第3节简单介绍经典自适应单脉冲算法的基本原理；第4节详细介绍本文提出方法的思路，理论推导，计算公式等；计算机仿真结果在第5节给出；最后，对本文做一个简单的总结。

2 阵列信号处理数据模型

考虑一个具有 M 个阵元的平面阵，假设空间有 $P+1$ 个窄带平面波信号，其中包含 1 个期望信号以及 P 个干扰信号，它们相对于阵列法线的来波方向分别为 $(\theta_1, \varphi_1), (\theta_2, \varphi_2), \dots, (\theta_{P+1}, \varphi_{P+1})$ ，那么第 m 个阵元的输出可以表示为：

$$x_m(t) = s(t)e^{j2\pi(m_x u_s + m_y v_s)/\lambda} + \sum_{k=1}^P j_k(t)e^{j2\pi(m_x u_{j_k} + m_y v_{j_k})/\lambda} + n_m(t) \quad (1)$$

式中 $s(t)$ 表示期望信号的复包络， $j_k(t)$ 表示第 k 个干扰信号的复包络， λ 为信号波长， (m_x, m_y) 表示第 m 个阵元的位置坐标， $n_m(t)$ 表示为在第 m 个阵元上的加性噪声信号，这里假设其为高斯白噪声信号，并且期望信号与各个窄带干扰之间互不相关。 (u_s, v_s) 与 (u_{j_k}, v_{j_k}) 分别表示期望信号和第 $k(k=1, 2, \dots, P)$ 个干扰信号的方向余弦值，其可以表示为

$$\left. \begin{aligned} u_s &= \sin(\theta_s) \cos(\varphi_s), & v_s &= \sin(\theta_s) \sin(\varphi_s) \\ u_{j_k} &= \sin(\theta_{j_k}) \cos(\varphi_{j_k}), & v_{j_k} &= \sin(\theta_{j_k}) \sin(\varphi_{j_k}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

将式(1)写成矩阵形式：

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (3)$$

式(3)中， $\mathbf{X}=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T$ ， $\mathbf{S}=[s(t), j_1(t), \dots, j_P(t)]^T$ ， $\mathbf{N}=[n_1(t), n_2(t), \dots, n_M(t)]^T$ ， $\mathbf{A}=[\mathbf{a}(u_s, v_s), \mathbf{a}(u_{j_1}, v_{j_1}), \dots, \mathbf{a}(u_{j_P}, v_{j_P})]$ ，其中“ T ”表示矩阵转置， $\mathbf{a}(u, v)$ 表示 (u, v) 方位下的导向矢量，其表示如下：

$$\mathbf{a}(u, v) = [1, \dots, e^{j2\pi(m_x u + m_y v)/\lambda}, \dots, e^{j2\pi(M_x u + M_y v)/\lambda}]^T \quad (4)$$

3 经典自适应单脉冲算法基本原理

本节简要地介绍经典自适应单脉冲算法的基本原理。众所周知，单脉冲测角需要一个和波束和两个差波束，定义两个角度估计信号为

$$g_u = \frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{x}}{\mathbf{w}_s^H \mathbf{x}} = \frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{a}(u_s, v_s) + \mathbf{w}_u^H \sum_{k=1}^P \mathbf{a}(u_{j_k}, v_{j_k}) + \mathbf{w}_u^H \mathbf{n}}{\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}(u_s, v_s) + \mathbf{w}_s^H \sum_{k=1}^P \mathbf{a}(u_{j_k}, v_{j_k}) + \mathbf{w}_s^H \mathbf{n}},$$

$$g_v = \frac{\mathbf{w}_v^H \mathbf{x}}{\mathbf{w}_s^H \mathbf{x}} = \frac{\mathbf{w}_v^H \mathbf{a}(u_s, v_s) + \mathbf{w}_v^H \sum_{k=1}^P \mathbf{a}(u_{j_k}, v_{j_k}) + \mathbf{w}_v^H \mathbf{n}}{\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}(u_s, v_s) + \mathbf{w}_s^H \sum_{k=1}^P \mathbf{a}(u_{j_k}, v_{j_k}) + \mathbf{w}_s^H \mathbf{n}} \quad (5)$$

在式(5)中， $\mathbf{w}_u, \mathbf{w}_v, \mathbf{w}_s$ 分别表示 u, v 差波束以及和波束的自适应权重系数。由于自适应波束形成算法，和波束输出 SINR 很大，所以分母上的干扰和噪声信号可以被忽略。出于方便理论分析的考虑，这里也忽略差波束输出中的噪声成分。通常在大的输入 SNR 下，这样的忽略是可行的，而小输入 SNR 下，角度估计性能受噪声的影响比较大，具体关系在本文后面的仿真环节中给出。重写式(5)：

$$g_u = \frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{x}}{\mathbf{w}_s^H \mathbf{x}} = \frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{a}(u_s, v_s)}{\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}(u_s, v_s)}, \quad g_v = \frac{\mathbf{w}_v^H \mathbf{x}}{\mathbf{w}_s^H \mathbf{x}} = \frac{\mathbf{w}_v^H \mathbf{a}(u_s, v_s)}{\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}(u_s, v_s)} \quad (6)$$

将式(6)在阵列波束指向方向 (u_0, v_0) 处进行泰勒展开，并忽略二阶及二阶以上的项，展开式按照矩阵的形式可以表示为

$$\begin{bmatrix} u_s \\ v_s \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial g_u(u_0, v_0)}{\partial u} & \frac{\partial g_u(u_0, v_0)}{\partial v} \\ \frac{\partial g_v(u_0, v_0)}{\partial u} & \frac{\partial g_v(u_0, v_0)}{\partial v} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_u(u_s, v_s) - g_u(u_0, v_0) \\ g_v(u_s, v_s) - g_v(u_0, v_0) \end{bmatrix} \quad (7)$$

式(7)中， $g_u(u_s, v_s) - g_u(u_0, v_0)$ 和 $g_v(u_s, v_s) - g_v(u_0, v_0)$ 分别表示 (u, v) 两个方向上的单脉冲比值， $\partial g_u(u_0, v_0)/\partial u$ 和 $\partial g_v(u_0, v_0)/\partial v$ 分别表示在 u, v 两个方向于 (u_0, v_0) 处的单脉冲比斜率，而 $\partial g_u(u_0, v_0)/\partial v$ 和 $\partial g_v(u_0, v_0)/\partial u$ 则分别表示 u 单脉冲比及 v 单脉冲比分别沿 v, u 轴的变化率。

令 u 单脉冲比 $g_u(u_0, v_0)$ 对 u 和 v 分别求偏导数得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial g_u(u_0, v_0)}{\partial u} &= \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{a}(u_0, v_0)}{\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}(u_0, v_0)} \right) = \mathbf{w}_u^H \mathbf{c}_1 \\ \frac{\partial g_u(u_0, v_0)}{\partial v} &= \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\mathbf{w}_u^H \mathbf{a}(u_0, v_0)}{\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}(u_0, v_0)} \right) = \mathbf{w}_u^H \mathbf{c}_2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中

$$\mathbf{c}_1 = \left[\frac{\frac{\partial \mathbf{a}(u_0, v_0)}{\partial u} \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}(u_0, v_0) - \mathbf{a}(u_0, v_0) \mathbf{w}_s^H \frac{\partial \mathbf{a}(u_0, v_0)}{\partial u}}{(\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}(u_0, v_0))^2} \right]$$

$$\mathbf{c}_2 = \left[\frac{\frac{\partial \mathbf{a}(u_0, v_0)}{\partial v} \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}(u_0, v_0) - \mathbf{a}(u_0, v_0) \mathbf{w}_s^H \frac{\partial \mathbf{a}(u_0, v_0)}{\partial v}}{(\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}(u_0, v_0))^2} \right]$$

类似地，令 v 单脉冲比 $g_v(u_0, v_0)$ 对 u 和 v 分别求偏导数得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial g_v(u_0, v_0)}{\partial u} &= \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{\mathbf{w}_v^H \mathbf{a}(u_0, v_0)}{\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}(u_0, v_0)} \right) = \mathbf{w}_v^H \mathbf{c}_1 \\ \frac{\partial g_v(u_0, v_0)}{\partial v} &= \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\mathbf{w}_v^H \mathbf{a}(u_0, v_0)}{\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}(u_0, v_0)} \right) = \mathbf{w}_v^H \mathbf{c}_2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

以后文中用 $\mathbf{a}_u, \mathbf{a}_v$ 分别替代 $\partial \mathbf{a}(u_0, v_0)/u$ 和 $\partial \mathbf{a}(u_0, v_0)/\partial v$ 。从对式(6)的推导过程中可以看到, 单脉冲测角的估计误差主要来自于进行泰勒展开时高阶展开项的忽略。尤其是在单脉冲比线性特性保持不是很好的地方, 比如主瓣边缘附近, 其对角度估计误差的影响变得尤为明显。

4 改进方法

文献[13]针对泰勒展开式中高阶项被忽略的问题, 提出了基于高阶导数约束以及单脉冲比斜率约束的最小方差自适应单脉冲算法。本文在其基础上, 保留高阶导数约束, 舍弃单脉冲比斜率约束, 并且构造合适的约束向量空间, 利用正交子空间投影方法, 完成对自适应差波束权重系数的计算。

首先, 根据式(6), 不难得到其泰勒展开式中二阶项为

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_u^2(u_0, v_0)}{\partial u^2} & \frac{\partial g_u^2(u_0, v_0)}{\partial u \partial v} & \frac{\partial g_u^2(u_0, v_0)}{\partial v \partial u} & \frac{\partial g_u^2(u_0, v_0)}{\partial v^2} \\ \frac{\partial g_v^2(u_0, v_0)}{\partial u^2} & \frac{\partial g_v^2(u_0, v_0)}{\partial u \partial v} & \frac{\partial g_v^2(u_0, v_0)}{\partial v \partial u} & \frac{\partial g_v^2(u_0, v_0)}{\partial v^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{(u_s - u_0)^2}{2} \\ \frac{(u_s - u_0)(v_s - v_0)}{2} \\ \frac{(v_s - v_0)(u_s - u_0)}{2} \\ \frac{(v_s - v_0)^2}{2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

类似于二阶导数表达式的推导, 这里给出二阶导数表达式如下:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial g_u^2(u_0, v_0)}{\partial u^2} &= \mathbf{w}_u^H \mathbf{c}_3, & \frac{\partial g_v^2(u_0, v_0)}{\partial u^2} &= \mathbf{w}_v^H \mathbf{c}_3 \\ \frac{\partial g_u^2(u_0, v_0)}{\partial u \partial v} &= \frac{\partial g_v^2(u_0, v_0)}{\partial v \partial u} = \mathbf{w}_u^H \mathbf{c}_4 \\ \frac{\partial g_v^2(u_0, v_0)}{\partial u \partial v} &= \frac{\partial g_u^2(u_0, v_0)}{\partial v \partial u} = \mathbf{w}_v^H \mathbf{c}_4 \\ \frac{\partial g_u^2(u_0, v_0)}{\partial v^2} &= \mathbf{w}_u^H \mathbf{c}_5, & \frac{\partial g_v^2(u_0, v_0)}{\partial v^2} &= \mathbf{w}_v^H \mathbf{c}_5 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_3 &= [(\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_u \mathbf{a}_u - \mathbf{w}_s^H \mathbf{a} \mathbf{a}_{uu} - \mathbf{a}_u \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_u - \mathbf{a} \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_{uu})(\mathbf{w}_s^H \mathbf{a})^2 \\ &\quad - (\mathbf{w}_s^H \mathbf{a} \mathbf{a}_u - \mathbf{a} \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_u)(2\mathbf{w}_s^H \mathbf{a} \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_u)] / [(\mathbf{w}_s^H \mathbf{a})^4] \\ \mathbf{c}_4 &= [(\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_v \mathbf{a}_u - \mathbf{w}_s^H \mathbf{a} \mathbf{a}_{uv} - \mathbf{a}_v \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_u - \mathbf{a} \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_{uv})(\mathbf{w}_s^H \mathbf{a})^2 \\ &\quad - (\mathbf{w}_s^H \mathbf{a} \mathbf{a}_u - \mathbf{a} \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_u)(2\mathbf{w}_s^H \mathbf{a} \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_v)] / [(\mathbf{w}_s^H \mathbf{a})^4] \\ \mathbf{c}_5 &= [(\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_v \mathbf{a}_v - \mathbf{w}_s^H \mathbf{a} \mathbf{a}_{vv} - \mathbf{a}_v \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_v - \mathbf{a} \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_{vv})(\mathbf{w}_s^H \mathbf{a})^2 \\ &\quad - (\mathbf{w}_s^H \mathbf{a} \mathbf{a}_v - \mathbf{a} \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_v)(2\mathbf{w}_s^H \mathbf{a} \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_v)] / [(\mathbf{w}_s^H \mathbf{a})^4] \end{aligned}$$

式中 $\mathbf{a}_{uu}, \mathbf{a}_{uv}, \mathbf{a}_{vv}$ 分别表示 $\partial^2 \mathbf{a}(u_0, v_0) / \partial u^2, \partial^2 \mathbf{a}(u_0, v_0) / \partial u \partial v, \partial^2 \mathbf{a}(u_0, v_0) / \partial v^2$ 。

首先, 令式(7)中的 $\partial g_u(u_0, v_0) / \partial v$ 和 $\partial g_v(u_0, v_0) / \partial u$ 为 0, 其实际意义是, 选择若干个合适的角度约束位置, 使得在这些角度位置附近的一个很小范围内, 满足 u 方向上的单脉冲比值不随 v 而变化, 同时满足 v 方向上的单脉冲比值不随 u 而变化, 从而实现一个小范围内的区域约束。其次, 令式(11)中的所有表达式均为 0, 也即视角方向处的单脉冲比二阶导数均为 0, 以此保证公式(7)中忽略泰勒展开后二阶项的合理性和可靠性。那么我们得到导数约束子空间为

$$\mathbf{C}_d = [\mathbf{c}_1 \quad \mathbf{c}_2 \quad \mathbf{c}_3 \quad \mathbf{c}_4 \quad \mathbf{c}_5] \quad (12)$$

当然, 上述导数约束既可以施加在视角位置 (u_0, v_0) 处, 实现单点导数约束, 也可以施加在其它角度位置上, 实现区域(多点)导数约束。建立以 (u_0, v_0) 为原点的 uov 直角坐标系, 具体的约束位置选取规则如下:

规则 1 u 单脉冲比对 v 的一偏阶导数为 0 约束, 施加在 v 轴上;

规则 2 v 单脉冲比对 u 的一偏阶导数为 0 约束, 施加在 u 轴上;

规则 3 u 单脉冲比对 u 的二偏阶导数为 0 约束, 施加在 v 轴上;

规则 4 v 单脉冲比对 v 的二偏阶导数为 0 约束, 施加在 u 轴上;

规则 5 u, v 单脉冲比对 u, v 的二阶混合偏导数为 0 约束, 施加在视角, 也就是原点位置;

再次, 对阵列接收信号协方差矩阵进行特征分解, 有 $\mathbf{R} = \lambda_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{u}_1^H + \lambda_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{u}_2^H + \dots + \lambda_M \mathbf{u}_M \mathbf{u}_M^H$ 。其中, λ_i 表示第 i 个特征值, \mathbf{u}_i 表示对应的第 i 个特征向量。

将这些特征值按照从大到小的排列方式为:

$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_{M-2} = \lambda_{M-1} = \lambda_M$, 取大特征值对应的特征向量, 分别记为 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \dots, \mathbf{u}_{P+1}$ 。利用信息论准则(AIC)或者最小描述长度准则(MDL)进行信源数目估计。

$$\left. \begin{aligned} \text{AIC}(P) &= \min_P \{2N(M-P) \lg[L(\lambda_{P+1}, \lambda_{P+2}, \dots, \lambda_M)] \\ &\quad + P(2M-P)\} \\ \text{MDL}(P) &= \min_P \{N(M-P) \lg[L(\lambda_{P+1}, \lambda_{P+2}, \dots, \lambda_M)] \\ &\quad + (1/2)P(2M-P) \lg N\} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

N 是快拍数, M 是阵元个数, P 是估计的信源个数, λ_i 为协方差矩阵的特征值 ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$)。式中 L 为

$$L(\lambda_{P+1}, \lambda_{P+2}, \dots, \lambda_M) = \left(\frac{1}{M-P} \sum_{i=P+1}^M \lambda_i \right) / \left(\left[\prod_{i=P+1}^M \lambda_i \right]^{\frac{1}{M-P}} \right) \quad (14)$$

根据上面方法得到的信源数目 P 的值。如果 P 的值为 1，那么说明接收信号中只包含目标回波信号，没有干扰，这时候对应的干扰子空间为空。如果 P 的值不为 1，也就是说当接收信号中同时存在目标回波信号和干扰的话，那么选取对应的前 P 个大特征值对应的特征向量，分别记为 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \dots, \mathbf{u}_P$ 。由于信号导向矢量与信号子空间对应的特征向量间夹角比较小，而和干扰子空间对应的特征向量间的夹角比较大，所以可以通过下面的方式将干扰子空间分离出来。令

$$|\mathbf{a}^H(u_0, v_0) \mathbf{u}_i|_2 = d_i \quad (15)$$

当 d_i 取到最大值的时候对应的那个 \mathbf{u}_i 即为信号子空间对应的特征向量，其余 $P-1$ 个特征向量构成干扰子空间。通过上述方法，可以在信号和干扰功率近似的情况下，得到干扰子空间信息 \mathbf{C}_j 。对于如何避免特征分解而快速获取干扰子空间，文献[14-16]都详细地介绍了 3 种不同的方法，在此不做赘述。

另外，针对自适应差波束方向图在不规则阵下容易出现零点偏移的问题以及零值深度不够的问题，令 $\mathbf{w}_u^H \mathbf{a}(u_0, v_0) = 0$ 和 $\mathbf{w}_v^H \mathbf{a}(u_0, v_0) = 0$ 恒成立，构造视角约束子空间 $\mathbf{C}_0 = [\mathbf{a}(u_0, v_0)]$ 。

最后，总的约束子空间就可以表示成上述各个子空间的组合，即 $\mathbf{C} = [\mathbf{C}_d \ \mathbf{C}_j \ \mathbf{C}_0]$ 。只考虑 u 维的情况， v 维下的类似，那么最终的自适应差波束权重系数为

$$\mathbf{w}_u = [\mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H] \mathbf{a}_u \quad (16)$$

根据本文上述分析可知，采用公式(16)计算得到的自适应差波束权重系数之后，单脉冲角度估计公式(7)就可以简化为

$$\left. \begin{aligned} u_s &= u_0 + 1 / (\partial g_u(u_0, v_0) / \partial u) (g_u(u_s, v_s) - g_u(u_0, v_0)) \\ v_s &= v_0 + 1 / (\partial g_v(u_0, v_0) / \partial v) (g_v(u_s, v_s) - g_v(u_0, v_0)) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式(17)明显简单于式(7)和式(10)，但其同样具有式(10)下的角度估计精度，并优于式(7)下的测角精度。本文相比于经典的自适应单脉冲算法，额外的开销主要在于式(12)中各个约束向量的计算。如前所述，假设阵元数为 M ，那么 $\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}$, $\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_u$, $\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_v$, $\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_{uu}$, $\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_{uv}$, $\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_{vv}$ 各需要 M 次复数乘法运算，那么 $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2$ 各需要 $4M+1$ 次复数乘法， $\mathbf{c}_3, \mathbf{c}_4, \mathbf{c}_5$ 各需要 $16M+3$ 次复数乘法。由于 $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \mathbf{c}_3, \mathbf{c}_4, \mathbf{c}_5$ 的计算过程中， $\mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_u, \mathbf{w}_s^H \mathbf{a}_v$ 等中间结果是可以互相共用的，所以相比于经典的自适应单脉冲算法，改进算法运算复杂度的增加量小于 $(16M+3) \times 3 + (4M+1) \times 2 = 56M+11$ ，考虑到改进方法带来的性能方面的改善，那么线性递增的运算复杂也是可以接受的。

5 计算机仿真及分析

本文采用如图 1 所示的正三角格点分布的均匀 2 维圆阵。

共 89 个阵元，格点间距为半波长。阵列视角方向为 $(0^\circ, 0^\circ)$ ，干扰信号来自 $(30^\circ, 60^\circ)$ ，信号和干扰为互不相关的点频信号，共 128 次快拍。噪声信号为高斯白噪声，功率为 1。

5.1 约束点位置选择策略研究

本小节系统地研究在不同的约束点位置选取下，一阶不相关约束以及二阶导数约束对算法性能的影响。首先，我们给出所有约束点的位置，并为每个点位置标上编号，虚线表示主瓣范围，如图 2 所示。

拟采用 4 种点位置选择策略，如表 1 所示。

从上面可以看到，由于各个策略均采用多点区域约束，所以本小节中只采用多点约束最小方差单脉冲算法^[13]作为比较算法。应该注意的是，因为该方法对斜率值进行了约束，所以表格中对应 $\partial g_u /$

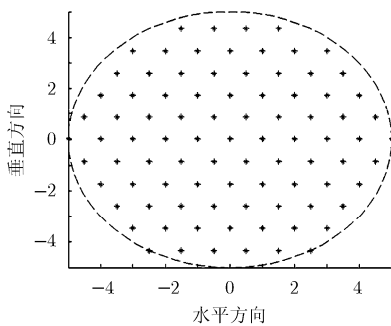


图1 三角格点下的圆形面阵

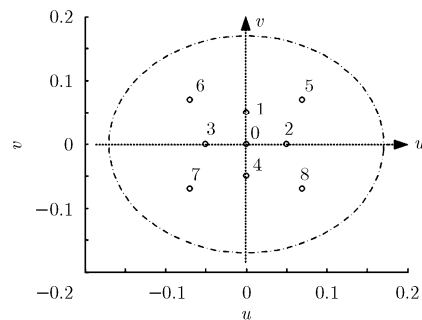


图2 约束点位置

表 1 约束点位置策略

策略类型	$\partial g_u / \partial u$	$\partial g_u / \partial v$	$\partial g_v / \partial u$	$\partial g_v / \partial v$	$\partial^2 g_u / \partial u^2$	$\partial^2 g_u / \partial u \partial v$	$\partial^2 g_u / \partial v^2$	$\partial^2 g_v / \partial u^2$	$\partial^2 g_v / \partial u \partial v$	$\partial^2 g_v / \partial v^2$	
策略 1	子空间正交 投影线性约 束最小方差	无	0,1,4	0,2,3	无	0,1,4	0	0	0	0	0,2,3
策略 2	子空间正交 投影线性约 束最小方差	无	0,2,3	0,1,4	无	0,2,3	0	0	0	0	0,1,4
策略 3	子空间正交 投影线性约 束最小方差	无	0,1,2,3,4	0,1,2,3,4	无	0	0	0	0	0	0
策略 4	子空间正交 投影线性约 束最小方差	无	0,1,4	0,2,3	无	0,1,4	0,5,8	0	0	0,5,6	0,2,3

∂u 和 $\partial g_v / \partial v$ 的列，多点约束最小方差自适应单脉冲法在对应视角位置都有约束设置，其斜率约束值统一设置成 30，而本文中提出的子空间正交投影方法是不存在斜率值约束的，所以对对应点位置无此约束条件。

令 JNR 为 50 dB，图 3 给出了在上述几种约束策略设置情况下，当实际目标位置处于视角位置时，单脉冲角度估计误差随输入 SNR 的变化情况，以下结果都是 1000 次蒙特卡罗运算后的平均值。

首先，从图 3 可以看到，不同的约束策略对角度估计误差的性能确实有一定的影响，尤其是在低输入 SNR 的情况下，这种性能上的差别体现的尤其明显。策略 1 具有其中最好的角度估计误差性能，策略 4 次之，策略 3 再次，策略 2 的性能最差。这也从实验角度验证了本文前述的约束位置选择策略的正确性。其次，我们可以看到，无论采用哪种约束点位置策略，本文提出的正交子空间投影方法都要比相同策略下的最小方差方法具有更好的性能，在低 SNR 下优势尤其明显。本文之后对文中提出方法以及用于比较的线性约束最小方差方法的仿真，都是基于策略 1 开展的。

5.2 各种场合下干扰子空间获取

首先，本实验给出了当 SNR=20 dB, JNR=50 dB 时，信源估计结果和利用式(15)计算 d_i 的结果，分别如图 4(a)和图 4(b)所示。图 4(b)中，横坐标表示特征值按照从大到小排列后的序号，纵坐标表示对应的特征向量与信号导向矢量按照式(15)计算 d_i 得到的结果。因为仿真中只有一个信号和一个干扰，所以信源数估计为 2 个。并且，利用最大特征值对应的特征向量计算得到的 d_i 相对更小，也就取其对应的特征向量为干扰子空间。

5.3 主瓣区内的角度估计误差

为了验证本文提出的方法，当实际目标位置与

视角位置不重合的时候，角度估计误差性能的变化情况，对此进行了仿真，并且与传统方法^[3]进行了比较。图 5 给出了当 SNR 为 0 dB, JNR 为 50 dB 的情况下，实际目标位置在和波束主瓣范围内变化的时候，角度估计误差的变化情况，用不同的颜色进行表示，为简便起见，我们只分析 u 维的估计结果如下。

首先可以看出，由于单脉冲比曲线的奇对称特性，两种方法下的角度估计误差也呈现出奇对称分布的特性，并且在 (u_0, v_0) 附近具有比较低的角度估计误差，当实际目标位置越远离 (u_0, v_0) ，那么角度估计误差的值也越大，并且当实际的目标位置远离视角方位到一定程度之后，那么单脉冲跟踪方法将无法对目标方位进行有效地跟踪。可以很明显看到的是，相比于传统方法，本文提出的子空间正交投影自适应单脉冲算法在实际目标位置落在主瓣边缘的某些区域的时候，角度估计误差相比于传统方法有显著的下降，低角度估计误差区域相比于传统方法有显著的扩大，由此验证了本文提出方法能改善主瓣边缘区域的测角精度。

接下来，我们选出主瓣区域内有代表性的几个点位置，观察当实际目标位置落在这些点上的时候，将传统的自适应单脉冲方法^[3](文后简称传统方法)，仅在视角方向施加约束的最小方差单脉冲算法(文后简称单点约束最小方差单脉冲算法)^[13]、在主瓣内某些点施加约束的最小方差自适应单脉冲算法(文后简称多点约束最小方差单脉冲算法)^[13]、本文提出的正交子空间投影单脉冲算法进行比较，进一步证明本文提出方法的优越性。各个方法下，JNR 取 50 dB，角度估计误差随输入 SNR 的变化情况：

(1)实际目标位置刚好与视角位置重合 此时，各个方法下的角度估计误差随输入 SNR 的变化情况如图 6 所示。从图 6 可以看到，本文提出的约束

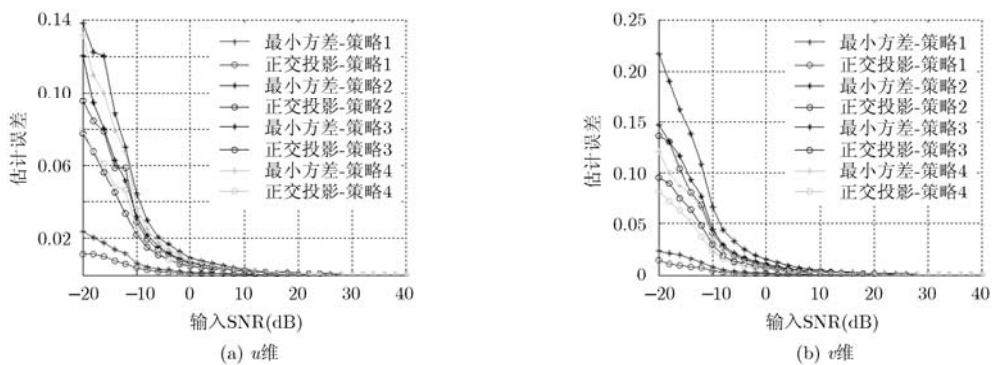


图 3 不同约束策略下角度估计误差随输入 SNR 的变化情况

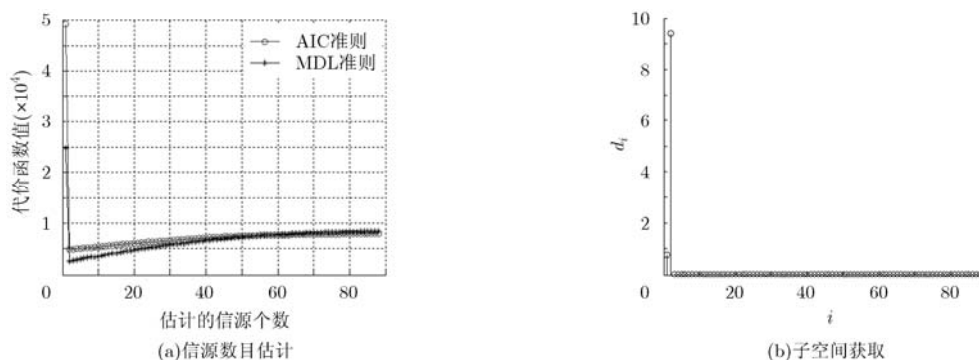


图 4 SNR=20 dB, JNR=50 dB 时, 干扰子空间获取结果

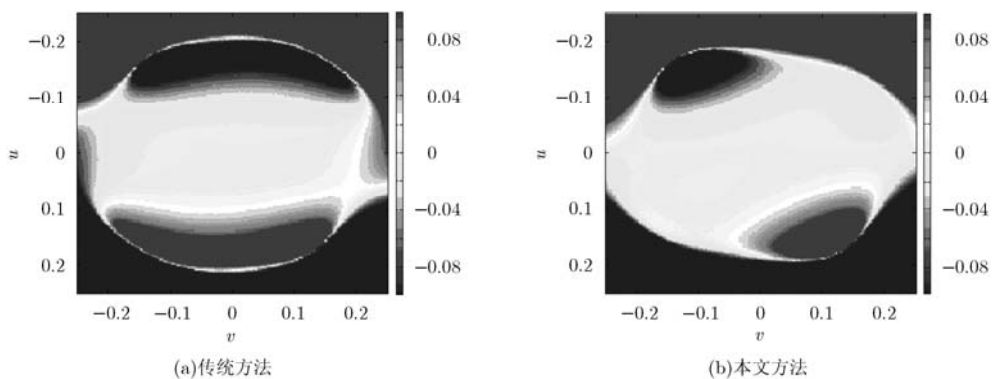


图 5 角度估计误差随实际目标位置的变化情况

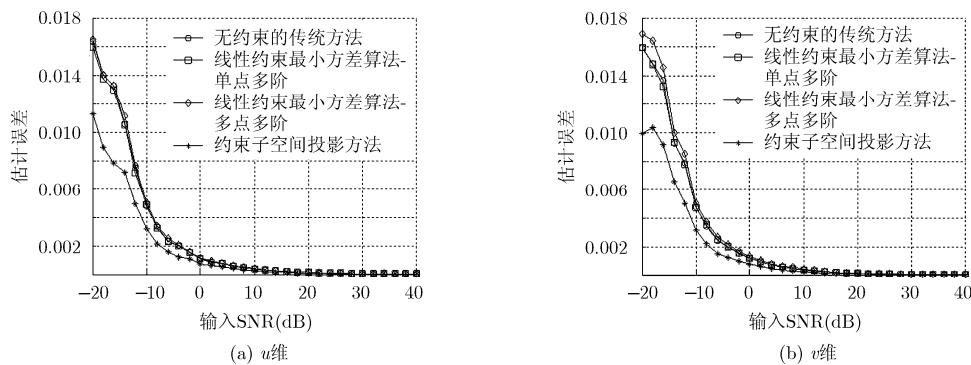


图 6 实际目标位置和视角方向重合的时候, 角度估计误差随输入 SNR 的变化情况

子空间投影方法在低输入 SNR 下, 具有相对更好的角度估计误差性能; 随着输入 SNR 的升高, 无约束的传统方法、单点约束最小方差算法、多点约束最小方差算法以及本文提出的方法下对应的角度估计误差都趋于零。

(2)实际目标位置位于和波束主瓣边缘 假定实际目标位置在 uov 坐标系内的坐标为(0.08,0.01), 图 7 给出了各个方法下的角度估计误差随输入 SNR 的变化情况。

从图 7 可以看到, 当实际目标位置位于主瓣边缘的时候, 无论是在低输入 SNR 的情况下, 还是在输入 SNR 比较大的情况下, 本文提出的方法相比于其它 3 种方法, 都具有显著的优势。在大输入 SNR 下, 本文提出的方法, 其角度估计误差收敛在相对更小的值上。

通过在主瓣范围内选择两个具有代表性的点, 研究当实际目标位置落于此点的时候, 角度估计误

差随输入 SNR 的变化情况, 可以看出, 本文提出的方法相比于文献[3]的传统自适应单脉冲方法以及文献[13]的线性约束最小方差自适应单脉冲算法, 在测角精度上具有一定的优势, 尤其体现在低输入 SNR 以及实际目标位置位于主瓣边缘的情况更为明显。

6 结论

本文提出了一种基于子空间投影方法的改进自适应单脉冲算法。该方法通过构造约束子空间和干扰信号子空间, 在没有显著增加运算量的同时, 不仅克服了经典自适应单脉冲算法由于忽略高阶泰勒展开项而造成角度估计误差增大的缺点, 而且能同时有效地抑制干扰信号, 简化经典自适应单脉冲算法角度估计公式为一个更简单的形式。仿真实验表明了算法的正确性和有效性, 对实际工程也具有指导意义。

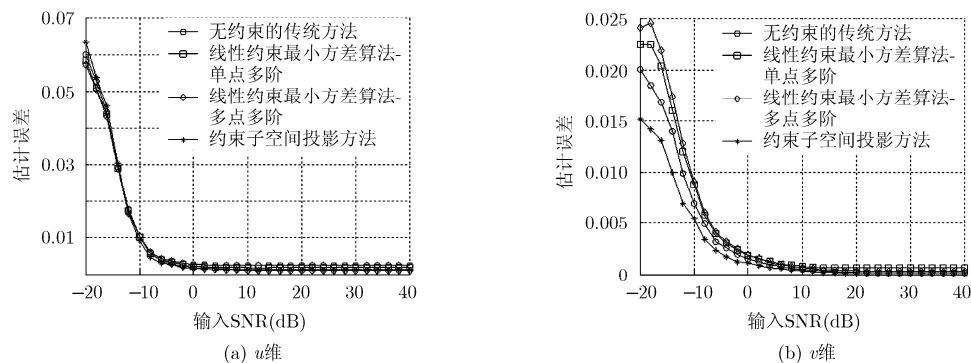


图 7 实际目标位置位于和波束主瓣边缘的时候, 角度估计误差随输入 SNR 的变化情况

参考文献

- [1] Davies R C, Brennan L E, and Reed L S. Angle estimation with adaptive arrays in external noise field[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1976, 12(2): 179-185.
- [2] Nickel U L. Monopulse estimation with subarray-adaptive arrays and arbitrary sum and difference beams[J]. *IEEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 1996, 143(4): 232-238.
- [3] Nickel U L. Overview of generalized monopulse estimation[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2006, 21(6): 27-57.
- [4] Nickel U L. Performance analysis of space-time adaptive monopulse[J]. *Signal Processing*, 2004, 84(3): 1561-1579.
- [5] Nickel U L, Chaumette E, and Larzabal P. Statistical performance prediction of generalized monopulse estimation [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(1): 381-405.
- [6] Zhang Yu, Chen Liang, Sheng Wei-xing, et al. A novel monopulse estimation algorithm using projection method[C]. *Proceedings of 2011 Fourth International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*, Zhang Jiajie, 2011: 377-380.
- [7] Kong Yong-fei, Zeng Cao, Liao Gui-sheng, et al. A new reduced-dimension GSC for target tracking and interference suppression[C]. *Proceedings of 2011 IEEE CIE International Conference on Radar*, Chengdu, 2011: 785-788.
- [8] Rao Cao, Li Rong-feng, and Dai Ling-yan. Monopulse estimation with multiple constrained adaptation in mainlobe Jamming[C]. *Proceedings of 2011 IEEE CIE International Conference on Radar*, Chengdu, 2011: 1054-1057.
- [9] Wu Ren-biao, Su Zhi-gang, and Wang Lu. Space-time adaptive monopulse processing for airborne radar in non-homogeneous environments[J]. *AEU International Journal of Electronics and Communications*, 2011, 65(5): 258-264.
- [10] Qin Guo-dong and Chen Bai-xiao. Application of the

- monopulse tracking in MIMO radar[J]. *Advances in Intelligent and Soft Computing*, 2012, 127(34): 457-465.
- [11] 胡航, 张皓, 宗成阁, 等. 子阵级自适应单脉冲的四通道主瓣干扰抑制[J]. *电波科学学报*, 2009, 24(5): 820-829.
- Hu Hang, Zhang Hao, Zong Cheng-ge, *et al.*. Four-channel mainlobe jamming suppression for adaptive monopulse at subarray level[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2009, 24(5): 820-829.
- [12] Yu Kai-Bor and Murrow J. Adaptive digital beamforming for angle estimation in jamming[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(2): 508-524.
- [13] 徐伟. 线性约束自适应单脉冲测角算法约束条件研究[J]. *火控雷达技术*, 2005, 34(1): 38-42.
- Xu Wei. Research on constraining condition for linearly constrained adaptive monopulse estimation algorithm[J]. *Fire Control Radar*, 2005, 34(1): 38-42.
- [14] 于红旗, 黄知涛, 周一宇, 等. 一种不需要特征值分解的 MUSIC 方法[J]. *国防科技大学学报*, 2007, 29(4): 91-94.
- Yu Hong-qi, Huang Zhi-tao, Zhou Yi-yu, *et al.*. An improved MUSIC algorithm without eigenvalues decomposition[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2007, 29(4): 91-94.
- [15] Huang Lei, Wu Shun-jun, Feng Da-zheng, *et al.*. Computationally efficient direction-of-arrival estimation based on partial a priori knowledge of signal sources[J]. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2005, 2006 (Article ID: 19514): 1-7.
- [16] 黄飞, 盛卫星, 马晓峰. 基于广义旁瓣相消器的快速降秩自适应波束形成算法[J]. *兵工学报*, 2010, 31(12): 1637-1642.
- Huang Fei, Sheng Wei-xing, and Ma Xiao-feng. A fast reduced-rank adaptive beamforming based on generalized sidelobe canceller[J]. *Acta Armamentarii*, 2010, 31(12): 1637-1642.
- 陈亮: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、自适应波束形成技术及其在单脉冲雷达跟踪中的应用.
- 盛卫星: 男, 1966年生, 博士生导师, 主要从事数字波束形成、智能天线、电磁散射建模以及图像处理方面的研究.
- 韩玉兵: 男, 1971年生, 硕士生导师, 主要从事图像处理、视频处理等方面的研究.
- 马晓峰: 男, 1981年生, 研究方向为雷达信号处理、MIMO 以及高速数字信号处理等.