

正交椭圆球面波函数脉冲调制方法

赵志勇* 王红星 刘锡国 钟佩琳 陈昭男 康家方
(海军航空工程学院电子信息工程系 烟台 264001)

摘要: 为了提高通信系统的功率效率和频谱效率, 该文提出正交椭圆球面波函数(PSWF)脉冲调制方法。该方法利用具有高能量聚集性的椭圆球面波函数作为传输波形来提高通信系统的功率效率, 采用时域正交、频谱混叠或交叠的正交脉冲组传输信息, 以减小信息传输带宽, 提高通信系统的频谱效率。理论分析及仿真结果表明, 该方法可使通信系统的单位频带利用率快速接近 2 Baud/Hz, 且已调信号具有较好的频域能量聚集性, 不仅有利于提高系统的功率效率, 还可有效减小对相邻通信用户的电磁干扰。

关键词: 无线通信; 调制; 非正弦; 椭圆球面波函数; 正交

中图分类号: TN911.3

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)10-2331-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00384

Orthogonal Prolate Spheroidal Wave Functions Pulse Modulation Method

Zhao Zhi-yong Wang Hong-xing Liu Xi-guo
Zhong Pei-lin Chen Zhao-nan Kang Jia-fang

(Department of Electronic and Information Engineering,
Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: For improving communication system power efficiency and spectrum efficiency, an orthogonal Prolate Spheroidal Wave Functions (PSWF) pulse modulation method is proposed. The system power efficiency can be improved by using PSWF with high energy concentration degree as transmission pulse. Orthogonal pulse sets is constructed to transmit information based on PSWF, which is orthogonal in time domain and overlapped in frequency domain. As a result, the bandwidth can be reduced and the spectrum efficiency improved. The theory analysis and simulation results show that the system bandwidth efficiency can be fast closed to 2 Baud/Hz and the modulated signal has high energy efficiency in frequency domain which is important to improve power efficiency and reduce electromagnetic interference on other users.

Key words: Wireless communication; Modulation; Nonsinusoidal; Prolate Spheroidal Wave Functions (PSWF); Orthogonal

1 引言

无线电频谱是有限的自然资源, 研究具有高频带利用率的通信体制, 具有重要的实际意义和直接的经济效益。为了取得较高的频带利用率, 现代数字调制技术中主要有两种方法。一种方法是采用多进制调制, 即尽可能增加信号空间的星座点数, 如多电平的正交幅度调制(MQAM), 多相移键控调制(MPSK)。然而, 多进制调制技术虽然可以提高系统的频带利用率, 但它是以降低系统的功率效率为代价的。另一种提高频带利用的方法是采用频谱混叠技术^[1,2]。其最典型的调制方法是正交频分复用(OFDM)方法, 它通过多个正交载波传输信息, 且

各正交载波在频域上频谱相互交叠 50%, 大幅减少了信息传输带宽, 有效提高了系统的频带利用率, 无码间干扰条件下单位频带利用率的极限值可达到 2 Baud/Hz。但是, 在 OFDM 调制方法中, 由于基带波形采用矩形脉冲, 经正交载波调制后的频谱为 Sinc 函数频谱, 使已调信号的带内信号能量聚集性较差, 带外旁瓣功率衰减较慢, 从而导致其频带利用率提升速度较慢, 同时, 易对相邻用户产生电磁干扰^[3]。文献[4]基于正余弦脉冲设计频谱交叠的正交脉冲, 采用非正弦时域正交调制方法传输信息, 频带利用率极限值亦可达到 2 Baud/Hz, 但是, 由于正余弦脉冲信号的能量聚集性较差, 导致系统的功率效率较低。

如何提高通信系统的频谱效率和功率效率, 椭圆球面波函数(Prolate Spheroidal Wave Functions,

2012-04-07 收到, 2012-07-05 改回

*通信作者: 赵志勇 mailzy@126.com

PSWF)的出现为该问题的解决提供了一种可能的途径^[5]。该函数具有最佳时-频域能量聚集性、时域双正交、完备、近似时限带限、频谱可控等优良特性,自提出伊始便受到了学术界的广泛关注,并展现出良好的应用前景^[6-8]。但因该函数的闭式解很难求取,并未得到推广应用,早期的研究主要集中在特性分析、近似求解等方面,直至 2003 年,文献[9]提出了基于特征值分解的数值解法,重新燃起了通信领域的兴趣。但目前该函数在通信领域主要应用于超宽带通信波形设计方面^[9,10],频带利用率低是现有基于 PSWF 的脉冲波形设计方法的共同特点。文献[11]基于 PSWF 给出一种高频谱效率正交脉冲设计方法,但文中仅公开了相邻子波道频谱交叠度为 50%时的波道划分方法,划分方式并不灵活,事实上,波道划分方式并不局限于此。

为了有效提高通信系统的能效,本文提出了正交 PSWF 脉冲调制方法,并分别从功率效率和频谱效率两个方面论述了其性能。在功率效率方面,本文理论证明了 PSWF 的带通时限形式在频域上仍具有最佳的能量聚集性,采用该函数传输信息可有效提高系统的功率效率;在频谱效率方面,本文提出了正交 PSWF 脉冲调制模型,并在文献[11]的基础上,提出了一种波道划分方式灵活的正交脉冲设计方法及其参数设置方法,以减小信息传输带宽,来提高系统的频谱效率,且相邻子波道的频谱交叠度越大,系统的频带利用率提升速度越快;最后,以频谱交叠度 55%为例,理论分析了正交 PSWF 脉冲调制方法的频带利用率和功率谱特性,并给出了仿真验证结果。

2 提高功率效率的理论方法

椭圆球面波函数(PSWF)是贝尔实验室 Slepian 等人在 20 世纪 60 年代初提出的,其带通形式的积分定义式如下^[9]:

$$\int_{-T_s/2}^{T_s/2} \psi_i^p(c, \tau) \left[\frac{\sin \Omega_H(t-\tau)}{\pi(t-\tau)} - \frac{\sin \Omega_L(t-\tau)}{\pi(t-\tau)} \right] d\tau = \psi_i^p(c, t) \lambda_i(c), \quad t \in (-\infty, +\infty) \quad (1)$$

其中 $(-T_s/2, T_s/2)$ 是带通椭圆球面波函数 $\psi_i^p(c, t)$ 的时域能量聚集性区间, $\lambda_i(c)$ 为能量集中度因子^[8],且时间带宽积因子 c 与角频率带宽 Ω 满足关系式: $c = T_s \Omega / 2$ 。

通过理论分析,时限区间为 $(-T_s/2, T_s/2)$ 的带通时限 PSWF 函数 $D\psi_0^p(c, t)$ 在频域区间 $W(\Omega_L \leq |\omega| \leq \Omega_H)$ 内具有最佳的频域能量集中度,其中, D 是时限运算符,0 表示带通时限 PSWF 的阶数。下面给出理论分析。

频域能量集中度 β 可定义为

$$\beta = \int_W |F(\omega)|^2 d\omega / \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \quad (2)$$

因为

$$\begin{aligned} & \int_W |F(\omega)|^2 d\omega \\ &= \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} f(t) \cdot \bar{f}(z) dt dz \cdot \int_W e^{j\omega(z-t)} d\omega \\ &= \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \bar{f}(z) dz \cdot \int_{-T_s/2}^{T_s/2} f(t) \\ & \quad \cdot \left[\frac{\sin \Omega_H(z-t)}{\pi(z-t)} - \frac{\sin \Omega_L(z-t)}{\pi(z-t)} \right] dt \end{aligned} \quad (3)$$

考虑到 $f(t)$ 为时限函数,则

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega = \int_{-T_s/2}^{T_s/2} |f(t)|^2 dt \quad (4)$$

基于上述分析,则式(2) β 可表示为

$$\begin{aligned} \beta &= \left\{ \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \bar{f}(z) dz \cdot \int_{-T_s/2}^{T_s/2} f(t) \right. \\ & \quad \cdot \left. \left[\frac{\sin \Omega_H(z-t)}{\pi(z-t)} - \frac{\sin \Omega_L(z-t)}{\pi(z-t)} \right] dt \right\} \\ & \quad / \int_{-T_s/2}^{T_s/2} |f(t)|^2 dt \end{aligned} \quad (5)$$

由带通时限 PSWF 的积分定义式(1)可知,当 $f(t)$ 为带通时限 PSWF 时,下式成立:

$$\begin{aligned} & \int_{-T_s/2}^{T_s/2} f(t) \left[\frac{\sin \Omega_H(z-t)}{\pi(z-t)} - \frac{\sin \Omega_L(z-t)}{\pi(z-t)} \right] dt \\ &= \lambda_i(c) f(t) \end{aligned}$$

其中 $\lambda_i(c)$ 为能量集中度因子,其最大值为 $\lambda_0(c)$ 。因此,式(5)的最大值是 $\beta_{\max} = \lambda_0(c)$,其中 λ_0 是下述等式的最大值:

$$\begin{aligned} & \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \psi_i^p(c, \tau) \left[\frac{\sin \Omega_H(t-\tau)}{\pi(t-\tau)} - \frac{\sin \Omega_L(t-\tau)}{\pi(t-\tau)} \right] d\tau \\ &= \psi_i^p(c, t) \lambda_i(c), \quad t \in (-T_s/2, T_s/2) \end{aligned} \quad (6)$$

由椭圆球面波函数的带通定义式(1)可知,式(6)的解即为带通椭圆球面波函数的时限形式,故 $f(t) = D\psi_0^p(c, t)$ 。

通过上述分析,带通时限椭圆球面波函数 $D\psi_0^p(c, t)$ 在频域区间上具有最佳的能量聚集性,特征值 λ_0 即为所对应的频域能量集中度。因此,采用椭圆球面波函数设计通信系统的传输波形,可有效提高系统的功率效率。

图 1 给出了频域区间 10~11 kHz、脉冲持续时间 4 ms 的带通时限 PSWF 的时域波形,其归一化频谱图 2 所示。经仿真计算,99.99%以上的能量聚集在频域区间 10~11 kHz 内。

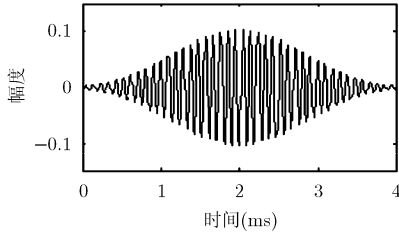


图 1 $D\psi_0^p(4\pi, n)$ 的时域波形

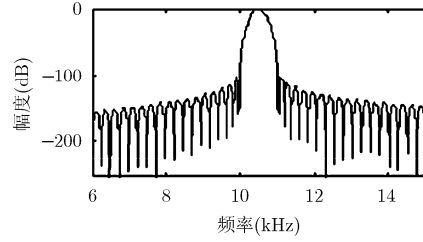


图 2 $D\psi_0^p(4\pi, \omega)$ 的归一化频谱图

3 提高频谱效率的调制方法

当采用多个非正弦函数并行传输信息时，如果非正弦函数间满足时域正交性，可以在不引入信号间干扰的前提下，允许各非正弦函数的波形在时域上相互叠加，在频域上允许非正弦函数的频谱相互混叠。该特性不仅可实现多路信息的并行传输，更能有效减小信息传输所需的带宽，从而可提高通信系统的有效性。正交 PSWF 脉冲调制模型如图 3 所示。

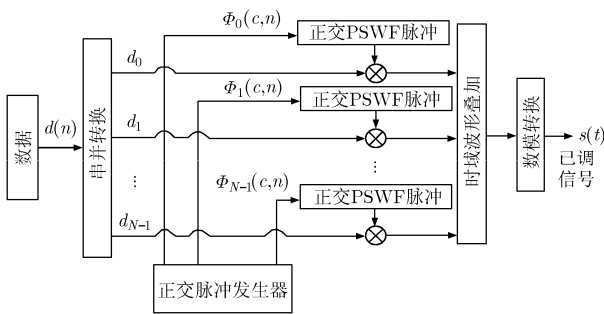


图 3 正交 PSWF 脉冲调制模型

由图 3 所示模型可知，在第 k 个码元时间内已调信号可表示为

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N-1} d_i \cdot \phi_i(c, t), \quad (k-1)T_s \leq t \leq kT_s \quad (7)$$

其中 d_i 表示串并转换后第 i 路脉冲上的待传信息， T_s 为码元持续时间， N 表示参与调制的正交脉冲的个数， $\phi_i(c, t)$ 为基于带通时限 PSWF 的正交脉冲波形，其离散形式为 $\phi_i(c, n)$ 。

在上述调制模型中，正交脉冲发生器的作用是产生时域正交、频谱相互混叠或交叠的正交脉冲组 $\phi_0(c, n), \phi_1(c, n), \dots, \phi_{N-1}(c, n)$ ，基于正交 PSWF 脉冲调制方法传输信息时，可有效减小信息传输带宽，提高系统的单位频带利用率。文献[11]给出了基于椭圆球面波函数的正交脉冲设计的详细方法，该方法的核心思想是：首先，将通信频段划分为多个带宽相同的子频带，各子频带的频谱以均匀方式相互交叠；其次，在各子频带内，基于频域-时域脉冲

波形设计方法，分别求取椭圆球面波函数的近似数值解；最后，通过 Schmidt 正交化方法将所求得的椭圆球面波函数进行正交化设计，所设计的正交脉冲波形的频谱在同一子频带内相互混叠，在相邻子频带内相互交叠。具体设计方法见文献[11]，这里不再赘述。值得注意的是，频谱交叠的形式并不局限于一种，频谱交叠度的大小可根据通信系统的单位频带利用率、功率利用率及复杂度等要求来决定，而文献[11]中只给出了交叠 50% 的情况。可用频谱交叠度来衡量相邻子频带交叠的大小，其定义为 $\rho = [(f_{i+1,L} - f_{i,H})/B_0] \times 100\%$ ，即两个相邻子频带重叠的频谱带宽占子频带带宽的百分比，其中 $f_{i+1,L}$ 为第 $i+1$ 个子频带的频率下限， $f_{i,H}$ 为第 i 个子频带的频率上限。当频谱交叠度为 ρ 时，子频带划分数 k 、子频带带宽 B_0 与通信频段带宽 B 满足关系式： $B = [(1 - \rho)k + \rho]B_0$ 。理论分析及仿真结果证明，相邻子频带的频谱交叠度越大，系统的频带利用率提升速度越快；当频谱交叠度为 55% 时，系统的频带利用率提升速度优于文献[11]提出的交叠 50% 的情况。频谱交叠度为 55% 时频段划分示意图如图 4 所示。

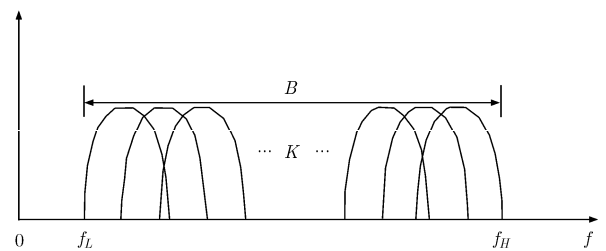


图 4 频段划分示意图

基于上述方法所设计的正交脉冲 $\phi_i(c, n)$ ， $\phi_j(c, n)$ 满足关系式：

$$\sum_{n=1}^{N_s} \phi_i(c, n) \cdot \phi_j(c, n) = \begin{cases} \varepsilon, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (8)$$

其中 N_s 表示一个码元时间 T_s 内的采样点数， ε 表示单个码元时间内的脉冲信号能量。在接收端，利用该特性可实现信息的正确解调。

4 性能分析及数值仿真

4.1 单位频带利用率分析

在正交 PSWF 脉冲调制通信系统中, 基于时域正交脉冲组传输信息时, 每路的信息传输速率为: $f_b = 1/T_s$ 。又因子频带带宽 B_0 , PSWF 的时间带宽积 c 及持续时间 T_s , 三者满足关系式: $c = \pi T_s B_0$, 则 $f_b = \pi B_0/c$ 。因此, 总信息速率为

$$F_b = N \times f_b = km/T_s = \pi mkB_0/c \quad (9)$$

其中 N 表示正交 PSWF 脉冲的总个数, 与子频带个数 k 、每个子频带参与正交设计的 PSWF 脉冲个数 m , 三者满足关系式: $N=k \times m$ 。

由基于椭圆球面波函数的正交脉冲组设计方法可知, 当 PSWF 的时间带宽积为 $c = 2.2\pi$ 时, 每个子频带内参与正交脉冲设计的带通时限 PSWF 的个数为: $m = \lfloor c/\pi \rfloor = 2$, 则总信息速率为

$$F_b = \pi mkB_0/c = 0.909kB_0 \quad (10)$$

当 $c = 2.2\pi$, $\rho = 55\%$ 时, 99% 能量带宽 B 与 B_0 , k 满足关系式:

$$B = (9k + 11)B_0/20 \quad (11)$$

则无码间干扰条件下的单位频带利用率极限值为

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \eta = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{F_b}{B} = 2(\text{Baud/Hz}) \quad (12)$$

通过上述理论分析, 本文提出的正交 PSWF 脉冲调制方法, 其系统的频带利用率极限值可达到奈奎斯特极限, 即 2 Baud/Hz。

在 99% 能量带宽标准下, 图 5 给出了本调制方案与文献[4]中的调制方案单位频带利用率对比曲线。

由图 5 所示仿真结果可知, 虽然文献[4]中的调制方案与本调制方案的单位频带利用率极限值都能达到 2 Baud/Hz, 但是, 随着子频带划分个数的增加, 本调制方案的单位频带利用率的提升速率优于文献[4], 可快速提高单位频带利用率。

4.2 功率谱特性分析

当所传信息采用双极性不归零码, 且取值 1 和 -1 等概时, 已调信号的功率谱可表示为

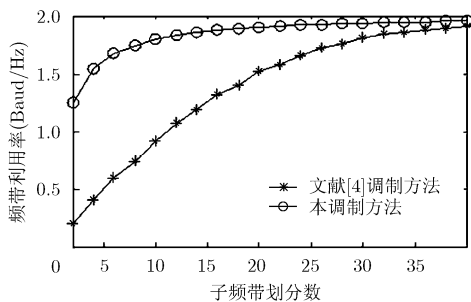


图 5 单位频带利用率与子频带划分分数关系

$$S(\omega) = f_s \sum_{i=1}^N |\phi_i(c, \omega)|^2 \quad (13)$$

其中 f_s 为码元速率, $f_s = 1/T_s$, N 表示参与调制的正交脉冲的个数, $\phi_i(c, \omega)$ 为正交脉冲波形 $\phi_i(c, t)$ 的傅氏变换。

在频率范围为 101~103.35 kHz、带宽为 2.35 kHz、相对带宽为 1.1% 的通信频段内, 基于带通时限 PSWF 设计时域正交脉冲组, 若子频带带宽为 1 kHz、子频带划分数为 4、频谱重叠度为 55%、时间带宽积为 $c = 2.2\pi$, 采用本文提出的正交 PSWF 脉冲调制方法传输信息时, 此时, 已调制信号的归一化功率谱如图 6 所示。

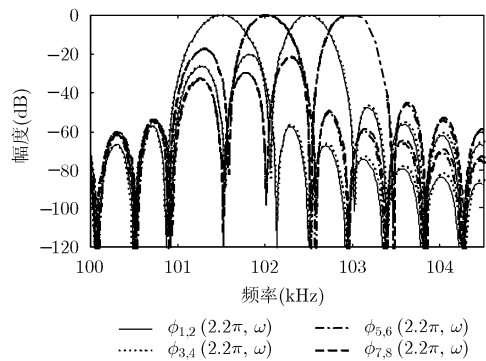


图 6 已调信号归一化功率谱

通过分析图 6 所示结果可知, 各路脉冲调制信号的功率谱相互混叠在一起, 带外旁瓣峰值功率在 -50 dB 左右。经仿真计算, 已调信号 99% 以上的能量聚集在 101~103.35 kHz 频段范围内。该功率谱特性表明, 已调信号具有较好的能量聚集特性, 该特性既有利于提高通信系统的功率效率, 又能有效减小对相邻频段用户的带外电磁干扰。

5 结论

本文提出的正交 PSWF 脉冲调制方法, 是基于正交 PSWF 脉冲组传输信息的非正弦波通信方式。该方法利用椭圆球面波函数的高能量聚集性来提高系统的功率效率, 采用时域正交、频谱混叠或交叠的正交脉冲实现多路信息传输, 减小信息传输带宽, 以提高系统的频谱效率。理论分析及仿真结果表明, 该方法可使系统的单位频带利用率快速接近 2 Baud/Hz, 且已调信号具有较好的能量聚集性, 可有效提高系统的功率效率。

参考文献

[1] 王竞, 李道本. 时频二维重叠复用系统[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(5): 1176-1179.

- Wang Jing and Li Dao-ben. Overlapping multiplexing in both time and frequency domain[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(5): 1176-1179.
- [2] 王键, 杨讯, 张曦林, 等. 基于离散傅立叶变换的重叠频分复用通信系统[J]. *电波科学学报*, 2008, 23(1): 17-22.
- Wang Jian, Yang Xun, Zhang Xi-lin, *et al.* A novel DFT overlapped frequency division multiplexing (OvFDM) system[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2008, 23(1): 17-22.
- [3] 张振宇, 陈卫, 曾凡鑫, 等. 多载波码分多址通信系统中抑制干扰的序列设计[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(10): 2354-2358.
- Zhang Zhen-yu, Chen Wei, Zeng Fan-xin, *et al.* Construction of interference resistant sequences for multi-carrier CDMA communication systems[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(10): 2354-2358.
- [4] 赵志勇, 王红星, 李洪烈. 基于正交脉冲的非正弦时域正交调制方法[J]. *电讯技术*, 2009, 49(11): 71-74.
- Zhao Zhi-yong, Wang Hong-xing, and Li Hong-lie. Nonsinusoidal orthogonal modulation in time domain based on sinusoidal and cosinusoidal pulse[J]. *Telecommunication Engineering*, 2009, 49(11): 71-74.
- [5] Abderrazek K and Tahar M. New efficient methods of computing the prolate spheroidal wave functions and their corresponding eigenvalues[J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2008, 24(3): 269-289.
- [6] Zhao Hui, Ran Qi-wen, Ma Jing, *et al.* Generalized prolate spheroidal wave functions associated with linear canonical Transform[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(6): 3032-3041.
- [7] Bahattin Karakaya Hakan A Cirpan, Hüseyin Arslan, and Azime Can. Slepian based channel interpolation for LTE uplink system with high mobility[C]. *IEEE Globecom 2010 Workshop on Broadband Single Carrier and Frequency Domain Communications*, Miami, USA, 2010: 1307-1311.
- [8] Tugnait Ji K and He Shuang-chi. Multiuser/MIMO doubly selective fading channel estimation using superimposed training and Slepian sequences[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2010, 59(3): 1341-1351.
- [9] Parr B, Cho B, and Wallace K. A novel ultra-wideband pulse design algorithm[J]. *IEEE Communications Letters*, 2003, 7(5): 219-221.
- [10] Sacchi C, Rossi T, Ruggieri M, *et al.* Efficient waveform design for high-bit-rate W-band satellite transmissions[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 974-995.
- [11] 赵志勇, 王红星, 李洪烈, 等. 非正弦波通信时域正交椭圆球面波脉冲设计方法[J]. *电子与信息学报*, 2009, 31(12): 2912-2916.
- Zhao Zhi-yong, Wang Hong-xing, Li Hong-lie, *et al.* Designing method of orthogonal pulse in time domain based on prolate spheroidal wave functions for nonsinusoidal wave communication[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2009, 31(12): 2912-2916.
- 赵志勇: 男, 1976 年生, 讲师, 研究方向为现代通信新技术、非正弦波通信.
- 王红星: 男, 1962 年生, 教授, 研究方向为调制与编码、非正弦波通信.
- 刘锡国: 男, 1981 年生, 讲师, 研究方向为现代通信新技术、非正弦波通信.