

## 非理想信道信息下双向多中继选择系统性能分析

史寅科 邱玲\*

(中国科学技术大学个人通信与扩频实验室 合肥 230027)

**摘要:** 该文在双向多中继选择系统中, 分析了采用自适应调制的基于三时隙时分广播(TDBC)中继传输协议的系统性能, 给出了存在信道估计误差时, 系统的端到端信噪比表达式, 然后通过不等式缩放将表达式转化为多个服从指数分布变量和的形式, 求出了其上界的分布, 并利用该分布推导出了系统平均频谱效率的上界闭式表达式。通过仿真可以看出, 理论分析结果与蒙特卡洛仿真结果相吻合, 随着信道估计误差的增加, 系统的平均频谱效率降低, 并会由于自干扰不能完全被消除而出现平台。为了降低信道估计误差对系统性能的影响, 该文进一步提出了一种中继端最优的功率分配策略。

**关键词:** 无线通信; 双向中继; 时分广播; 自适应调制; 信道估计误差

**中图分类号:** TN929.5

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2012)10-2293-06

**DOI:** 10.3724/SP.J.1146.2012.00314

## Performance Analysis of Two-way Multiple Relay Selection Systems under Imperfect CSI

Shi Yin-ke Qiu Ling

(*Personal Communications Network and Spectrum Spread Laboratory,  
University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China*)

**Abstract:** Performance is analyzed of the multiple two-way relaying systems with three-slot Time Division BroadCast (TDBC) protocol employing adaptive modulation. The end-to-end SINR of the system is presented when channel estimation error exists. Then the distribution of its upper bound is given by transforming the expression to sum of multiple variables which obey exponential distribution through inequality zooming. Upper bound of the close-form expression of average spectrum efficiency is derived employing the distribution. Simulations show that the theoretical analysis matches well with the Monte Carlo results. The average spectrum efficiency decreases when the channel estimation error increases. Error floor will emerge for the self-interference can not be totally eliminated. What's more, the optimal power allocation strategy at relay to reduce the impact of channel estimation error is proposed.

**Key words:** Wireless communication; Two-way relaying; Time division broadcast; Adaptive modulation; Channel estimation error

### 1 引言

中继协作技术能有效提高用户吞吐量, 扩展无线通信系统的覆盖范围<sup>[1-4]</sup>。在传统的半双工中继系统中, 双向中继技术由于只需要两个或 3 个时隙就能完成信息的交互而受到广泛关注。文献[1]和文献[2]分别给出了采用三时隙放大转发(AF)-时分广播(Time Division BroadCast, TDBC)协议的双向中继选择系统以及多用户双向中继系统的中断概率; 文献[3]给出了采用二时隙放大转发-多址广播(Multiple Access BroadCast, MABC)协议的双向多

中继系统的中断概率、符号差错率以及容量界。上述文献分析的都是系统能获得的理论容量界或是在理论容量界下系统的中断概率。为了分析实际系统可达的频谱效率, 文献[4]将自适应调制技术应用于基于 MABC 协议的双向多中继系统中, 给出了单中继以及中继选择方式下系统的平均频谱效率(Average Spectrum Efficiency, ASE)以及平均比特差错率(Average Bit Error Rate, ABER)的闭式表达式。但目前还没有文献分析采用自适应调制的基于 TDBC 协议的双向多中继选择系统的平均频谱效率、中断概率。对于 MABC 协议, 中继直接对从用户接收到的信号进行放大后转发, 不需要考虑中继端的功率分配问题, 但对于 TDBC 协议, 中继需要

2012-03-26 收到, 2012-06-14 改回

国家科技重大专项(2010ZX03002-003-001)资助课题

\*通信作者: 邱玲 lqiu@ustc.edu.cn

对前两时隙接收到的用户信号进行叠加后转发，这就涉及到本文需要解决的另一个问题：中继端如何进行功率分配。

无论是两时隙还是三时隙双向中继传输，源端都需要对接收信号进行自干扰消除才能得到对方的信号，但在实际通信系统中，由于信道估计误差的存在，自干扰无法完全消除，这将严重影响系统性能，因此研究非理想信道信息下双向中继传输系统的性能对实际系统的设计具有更重要的意义。本文主要给出了存在信道估计误差时，基于 TDBC 协议的双向多中继选择系统的端到端信干噪比表达式，并通过不等式缩放的方式将表达式转化为多个指数分布变量和的形式，求出了其累积概率密度函数(CDF)以及概率密度函数(PDF)，并利用该分布推导了自适应调制方式下系统的平均频谱效率的上界。为了降低信道估计误差对系统性能的影响，本文进一步提出了一种在最大化系统平均频谱效率下中继端最优的功率分配(Power Allocation, PA)策略。

## 2 系统模型

考虑如图 1 所示的双向多中继系统，用户  $U_1$  通过  $m$  个工作在半双工模式的放大转发中继节点 ( $R_1, \dots, R_i, \dots, R_m$ ) 与用户  $U_2$  交互信息。假设系统工作在时分双工(TDD)模式下，用户与中继具有相同的发送功率  $E$ 。用户与用户、用户与中继  $R_i$  间的信道经历的小尺度衰落为瑞利衰落，同时还经历大尺度衰落。假设信道变化是缓慢的，在一次中继传输过程中信道保持不变。 $U_1$  与  $U_2$ ， $U_1$  与中继  $R_i$ ， $U_2$  与中继  $R_i$  之间的信道分别记为  $f \sim CN(0, \sigma_f^2)$ ， $h_i \sim CN(0, \sigma_{h_i}^2)$ ， $g_i \sim CN(0, \sigma_{g_i}^2)$ ，它们之间存在如下关系： $\sigma_{h_i}^2 = (d_i^1/d_0)^{-\delta} \sigma_f^2$ ， $\sigma_{g_i}^2 = (d_i^2/d_0)^{-\delta} \sigma_f^2$ 。其中  $d_0$  为两用户间的距离， $d_i^1$  为用户  $U_1$  与中继  $R_i$  的距离， $d_i^2$  为用户  $U_2$  与中继  $R_i$  的距离， $\delta$  为路径损耗因子， $X \sim CN(0, \sigma^2)$  表示  $X$  服从均值为 0，方差为  $\sigma^2$  的复高斯分布。

传输过程被分为 3 个时隙，在时隙 1， $U_2$  与中继处于静默状态，用户  $U_1$  广播调制信号  $x_1$  给用户  $U_2$

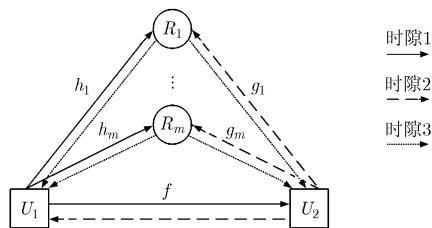


图 1 三时隙双向多中继系统传输模型

以及中继， $U_2$  以及中继  $R_i$  接收到的信号分别为

$$y_1^{U_2} = \sqrt{E}f x_1 + n_1^{U_2}, \quad y_1^{R_i} = \sqrt{E}h_i x_1 + n_1^{R_i} \quad (1)$$

其中  $x_1$  的均值为 0，方差为 1， $n_1^{U_2}$ ， $n_1^{R_i}$  分别为在时隙 1 用户  $U_2$  与中继  $R_i$  端的零均值单位方差加性白高斯噪声(AWGN)。在时隙 2， $U_1$  与中继处于静默状态，用户  $U_2$  广播调制信号  $x_2$  给用户  $U_1$  以及中继， $U_1$  以及中继  $R_i$  接收到的信号分别为

$$y_2^{U_1} = \sqrt{E}f x_2 + n_2^{U_1}, \quad y_2^{R_i} = \sqrt{E}g_i x_2 + n_2^{R_i} \quad (2)$$

其中  $x_2$  的均值为 0，方差为 1， $n_2^{U_1}$ ， $n_2^{R_i}$  分别为在时隙 2 用户  $U_1$  与中继  $R_i$  端的零均值单位方差 AWGN。在时隙 3， $U_1$ ， $U_2$  处于静默状态，中继  $R_i$  对前两个时隙接收到的信号进行合并得到信号  $x_{3,i}$ ，然后广播给  $U_1$ ， $U_2$ ，则  $U_1$ ， $U_2$  各自接收到的中继  $R_i$  的信号为

$$y_{3,i}^{U_1} = h_i x_{3,i} + n_{3,i}^{U_1}, \quad y_{3,i}^{U_2} = g_i x_{3,i} + n_{3,i}^{U_2} \quad (3)$$

其中  $n_{3,i}^{U_1}$ ， $n_{3,i}^{U_2}$  分别为在时隙 3 用户  $U_1$  与  $U_2$  端的零均值单位方差 AWGN。

假设在时隙 1， $U_2$  和中继  $R_i$  通过  $U_1$  发送的导频信息得到的  $U_1$  与  $U_2$ ， $U_1$  与中继  $R_i$  之间的估计信道分别为  $\hat{f}$ ， $\hat{h}_i$ ；在时隙 2，中继通过  $U_2$  发送的导频信息得到的  $U_2$  与中继  $R_i$  之间的估计信道为  $\hat{g}_i$ 。实际信道与估计信道的关系如下：

$$f = \hat{f} + e_f, \quad h_i = \hat{h}_i + e_{h_i}, \quad g_i = \hat{g}_i + e_{g_i} \quad (4)$$

其中  $e_f \sim CN(0, \sigma_{e_f}^2)$ ， $e_{h_i} \sim CN(0, \sigma_{e_{h_i}}^2)$ ， $e_{g_i} \sim CN(0, \sigma_{e_{g_i}}^2)$  为各条链路的信道估计误差，它们与估计信道之间相互独立。根据文献[1]，我们可以得到  $x_{3,i} \approx \alpha_i y_{3,i}^{R_i} + \beta_i y_{3,i}^{R_i}$ ，其中

$$\alpha_i = \frac{\theta_i}{\sqrt{|\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2}}, \quad \beta_i = \frac{1 - \theta_i}{\sqrt{|\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2}}$$

$\theta_i$  为中继  $R_i$  的功率分配因子。

利用 TDD 系统信道的互易性， $U_1$  和  $U_2$  能获取中继  $R_i$  与各自链路之间的估计信道。 $U_1$ ， $U_2$  各自将时隙 3 接收到的中继  $R_i$  的信号进行自干扰消除，得到

$$\left. \begin{aligned} z_{1,i} &= y_{3,i}^{U_1} - \sqrt{E}\alpha_i \hat{h}_i^2 x_1 = \sqrt{E}\beta_i \hat{h}_i \hat{g}_i x_2 + n_{1,i}^{\text{tot}} \\ z_{2,i} &= y_{3,i}^{U_2} - \sqrt{E}\beta_i \hat{g}_i^2 x_2 = \sqrt{E}\alpha_i \hat{h}_i \hat{g}_i x_1 + n_{2,i}^{\text{tot}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} n_{1,i}^{\text{tot}} &= \sqrt{E}\alpha_i (e_{h_i}^2 + 2e_{h_i} \hat{h}_i) x_1 + \sqrt{E}\beta_i (e_{h_i} e_{g_i} + e_{g_i} \hat{h}_i \\ &\quad + e_{h_i} \hat{g}_i) x_2 + \alpha_i h_i n_1^{R_i} + \beta_i h_i n_2^{R_i} + n_{3,i}^{U_1} \\ n_{2,i}^{\text{tot}} &= \sqrt{E}\beta_i (e_{g_i}^2 + 2e_{g_i} \hat{g}_i) x_2 + \sqrt{E}\alpha_i (e_{h_i} e_{g_i} + e_{g_i} \hat{h}_i \\ &\quad + e_{h_i} \hat{g}_i) x_1 + \beta_i g_i n_1^{R_i} + \alpha_i g_i n_2^{R_i} + n_{3,i}^{U_2} \end{aligned}$$

它们的方差分别为

$$N_{1,i}^{\text{tot}} = (\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2 + 2E\sigma_{e_{h_i}}^4 + 4E\sigma_{e_{h_i}}^2 |\hat{h}_i|^2) \alpha_i^2 + (\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2 + E\sigma_{e_{h_i}}^2 \sigma_{e_{g_i}}^2 + E\sigma_{e_{g_i}}^2 |\hat{h}_i|^2 + E\sigma_{e_{h_i}}^2 |\hat{g}_i|^2) \beta_i^2 + 1$$

$$N_{2,i}^{\text{tot}} = (|\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2 + E\sigma_{e_{h_i}}^2 \sigma_{e_{g_i}}^2 + E\sigma_{e_{g_i}}^2 |\hat{h}_i|^2 + E\sigma_{e_{h_i}}^2 |\hat{g}_i|^2) \alpha_i^2 + (|\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2 + 2E\sigma_{e_{h_i}}^4 + 4E\sigma_{e_{g_i}}^2 |\hat{g}_i|^2) \beta_i^2 + 1$$

则  $U_1$ ,  $U_2$  从中继  $R_i$  接收到的信号经过自干扰消除后的信干噪比分别为

$$\Gamma_{1,i} = E \left\{ \frac{|\hat{h}_i|^2 |\hat{g}_i|^2 (1 - \theta_i)}{\theta_i (|\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2 + 2E\sigma_{e_{h_i}}^4 + 4E\sigma_{e_{h_i}}^2 |\hat{h}_i|^2) \frac{|\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2}{|\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2}} + \frac{(|\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2 + E\sigma_{e_{h_i}}^2 \sigma_{e_{g_i}}^2 + E\sigma_{e_{g_i}}^2 |\hat{h}_i|^2 + E\sigma_{e_{h_i}}^2 |\hat{g}_i|^2) (1 - \theta_i) + |\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2}{|\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2} \right\}$$

$$\Gamma_{2,i} = E \left\{ \frac{|\hat{h}_i|^2 |\hat{g}_i|^2 \theta_i}{(1 - \theta_i) (|\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2 + 2E\sigma_{e_{g_i}}^4 + 4E\sigma_{e_{g_i}}^2 |\hat{g}_i|^2) \frac{|\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2}{|\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2}} + \frac{(|\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2 + E\sigma_{e_{h_i}}^2 \sigma_{e_{g_i}}^2 + E\sigma_{e_{h_i}}^2 |\hat{g}_i|^2 + E\sigma_{e_{g_i}}^2 |\hat{h}_i|^2) \theta_i + |\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2}{|\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2} \right\} \quad (6)$$

假设用户选择中继  $R_i$  进行协作(中继选择策略见 3.1 节),  $U_1$ ,  $U_2$  利用最大比合并方式合并从对方以及从中继  $R_i$  接收到的经过自干扰消除后的信号, 则两个用户得到的合并信号分别为

$$Z_1 = \sqrt{E} \hat{f}^* y_2^{U_1} + \frac{\sqrt{E} \beta_i^* \hat{h}_i^* \hat{g}_i^*}{N_{1,i}^{\text{tot}}} z_{1,i}^* \quad (7)$$

$$Z_2 = \sqrt{E} \hat{f}^* y_1^{U_2} + \frac{\sqrt{E} \alpha_i^* \hat{h}_i^* \hat{g}_i^*}{N_{2,i}^{\text{tot}}} z_{2,i}^*$$

令  $k \in \{1, 2\}$ , 根据式(7)我们可以得到用户  $U_k$  的端到端信干噪比为

$$\Gamma_k = \Gamma_0 + \Gamma_{k,i}^* \quad (8)$$

其中  $\Gamma_0 = [E/(E\sigma_{e_f}^2 + 1)] \hat{f}^2$  为用户间直接链路贡献的信干噪比。

### 3 双向多中继选择系统性能分析

本节首先给出基于最大化和容量的中继选择策略, 然后分析用户端到端信干噪比的分布, 最后给出采用自适应  $M$  阶正交幅度调制 ( $M$ -QAM) 的双向多中继选择系统的 ASE 以及中继端最优的功率分配策略。

$\Gamma_{1,i}$

$$\stackrel{(a)}{\leq} \frac{E |\hat{h}_i|^2 |\hat{g}_i|^2 (1 - \theta_i)}{\theta_i (|\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2 + 2E\sigma_{e_{h_i}}^4 + 2E\sigma_{e_{h_i}}^2 |\hat{h}_i|^2) \frac{|\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2}{|\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2} + (|\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2 + E\sigma_{e_{h_i}}^2 \sigma_{e_{g_i}}^2 + E\sigma_{e_{g_i}}^2 |\hat{h}_i|^2 + E\sigma_{e_{h_i}}^2 |\hat{g}_i|^2) (1 - \theta_i) + |\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2}$$

$$= \frac{E |\hat{h}_i|^2 |\hat{g}_i|^2 (1 - \theta_i)}{\theta_i (1 + 2E\sigma_{e_{h_i}}^2) (|\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2) + (|\hat{h}_i|^2 + \sigma_{e_{h_i}}^2 + E\sigma_{e_{h_i}}^2 \sigma_{e_{g_i}}^2 + E\sigma_{e_{g_i}}^2 |\hat{h}_i|^2 + E\sigma_{e_{h_i}}^2 |\hat{g}_i|^2) (1 - \theta_i) + |\hat{g}_i|^2 + \sigma_{e_{g_i}}^2}$$

$$= \frac{E |\hat{h}_i|^2 |\hat{g}_i|^2 (1 - \theta_i)}{(1 + E\sigma_{e_{g_i}}^2) (1 - \theta_i) |\hat{h}_i|^2 + (E\sigma_{e_{h_i}}^2 \theta_i + E\sigma_{e_{h_i}}^2 + \theta_i + 1) |\hat{g}_i|^2 + \kappa_{1,i}} \stackrel{(b)}{\leq} \frac{A_{1,i} |\hat{h}_i|^2 B_{1,i} |\hat{g}_i|^2}{A_{1,i} |\hat{h}_i|^2 + B_{1,i} |\hat{g}_i|^2}$$

$$\stackrel{(c)}{<} \min(A_{1,i} |\hat{h}_i|^2, B_{1,i} |\hat{g}_i|^2) = u_{1,i} \quad (11)$$

#### 3.1 中继选择策略

如果选择中继  $R_i$  进行协作传输, 则根据式(8)给出的端到端信干噪比, 可以得出在高发送信噪比下系统近似的香农和容量为

$$R_i = \log_2(1 + \Gamma_1)(1 + \Gamma_2) \approx \log_2 \Gamma_1 \Gamma_2 \quad (9)$$

我们采用最大化和容量的中继选择策略, 即

$$i^* = \max_{i \in \{1, \dots, m\}} R_i = \max_{i \in \{1, \dots, m\}} \Gamma_{1,i} \Gamma_{2,i} \quad (10)$$

文献[4]通过仿真证明这种中继选择策略性能接近最优的中继选择策略。

#### 3.2 端到端信干噪比分布

本节主要分析用户  $U_1$  的端到端信干噪比的 CDF 以及 PDF, 用户  $U_2$  的端到端信干噪比的 CDF 以及 PDF 可以利用同样的方法得到。

首先分析  $U_1$  接收到的中继  $R_i$  的信号经过自干扰消除后信干噪比分布。从式(6)可以看出它的表达式比较复杂, 要求出其确切分布非常困难。幸运的是, 通过不等式缩放的方式能得出  $\Gamma_{1,i}$  上界的分布。推导过程如下:

其中  $\kappa_{1,i} = (1 - \theta_i)\sigma_{e_{h_i}}^2 + (1 + \theta_i)\sigma_{e_{g_i}}^2 + (1 + \theta_i)E\sigma_{e_{h_i}}^2\sigma_{e_{g_i}}^2$  为由于信道估计误差存在, 自干扰无法完全消除产生的冗余能量,  $A_{1,i} = \frac{(1 - \theta_i)E}{E\sigma_{e_{h_i}}^2\theta_i + E\sigma_{e_{h_i}}^2 + \theta_i + 1}$ ,  $B_{1,i} = \frac{E}{1 + E\sigma_{e_{g_i}}^2}$  分别为用户与中继链路的能量系数。式(11)中步骤(a), 步骤(b)是因为  $E\sigma_{e_{h_i}}^2|\hat{h}_i|^2 \geq 0$ ,  $\kappa_{1,i} \geq 0$ ; 步骤(c)是因为两个正数的调和平均数小于它们中的任何一个。根据式(4), 有  $\hat{h}_i \sim CN(0, \sigma_{h_i}^2 - \sigma_{e_{h_i}}^2)$ ,  $\hat{g}_i \sim CN(0, \sigma_{g_i}^2 - \sigma_{e_{g_i}}^2)$ , 那么  $|\hat{h}_i|^2$  服从参数为  $1/(\sigma_{h_i}^2 - \sigma_{e_{h_i}}^2)$  的指数分布, 记为  $|\hat{h}_i|^2 \sim \exp(1/(\sigma_{h_i}^2 - \sigma_{e_{h_i}}^2))$ , 同样可以得出  $|\hat{g}_i|^2 \sim \exp(1/(\sigma_{g_i}^2 - \sigma_{e_{g_i}}^2))$ , 因此  $u_{1,i}$  的 CDF 可以表示为

$$\begin{aligned} \Pr(u_{1,i} \leq x) &= \Pr(\min(A_{1,i}|\hat{h}_i|^2, B_{1,i}|\hat{g}_i|^2) \leq x) \\ &= 1 - \exp\left[-\left(\frac{1}{\varphi_1^i A_{1,i}} + \frac{1}{\varphi_2^i B_{1,i}}\right)x\right] \end{aligned} \quad (12)$$

从式(12)可以看出,  $\Gamma_{1,i}$  的上界服从参数为  $C_{1,i}$  的指数分布, 其中  $C_{1,i} = \frac{1}{\varphi_1^i A_{1,i}} + \frac{1}{\varphi_2^i B_{1,i}}$ ,  $\varphi_1^i = \sigma_{h_i}^2 - \sigma_{e_{h_i}}^2$ ,  $\varphi_2^i = \sigma_{g_i}^2 - \sigma_{e_{g_i}}^2$ 。利用同样的方法可以得出对于用户  $U_2$ ,  $\Gamma_{2,i}$  的上界服从参数为  $C_{2,i}$  的指数分布, 其中

$$\begin{aligned} C_{2,i} &= \frac{1}{\varphi_1^i A_{2,i}} + \frac{1}{\varphi_2^i B_{2,i}}, A_{2,i} = \frac{E}{1 + E\sigma_{h_i}^2} \\ B_{2,i} &= \frac{\theta_i E}{E\sigma_{e_{g_i}}^2(1 - \theta_i) + E\sigma_{e_{g_i}}^2 + 2 - \theta_i} \end{aligned}$$

从上面通过不等式的缩放变换本节得出了  $\Gamma_{1,i}$ ,  $\Gamma_{2,i}$  上界是服从指数分布的随机变量, 这个有意思的结论大大简化了后面对系统性能的分析。

根据 3.1 节的中继选择策略, 不难得出

$$\Gamma_{k,i}^* \leq \max_{i \in \{1, \dots, m\}} (\Gamma_{k,i}) \leq \max_{i \in \{1, \dots, m\}} (u_{k,i}) \quad (13)$$

其中  $u_{k,i}$  为  $\Gamma_{k,i}$  的上界。如果假设功率分配因子相同, 即  $\theta_i = \theta$ , 各条链路的信道估计误差相同, 即  $\sigma_{e_{h_i}}^2 = \sigma_{e_{g_i}}^2 = \sigma_{e_f}^2$ , 所有中继与  $U_1(U_2)$  的距离近似相同, 为  $d_1(d_2)$ , 则有  $\varphi_1^i = \varphi_1$ ,  $\varphi_2^i = \varphi_2$ ,  $C_{k,i} = C_k$ 。根据式(12), 式(13)可以得到  $U_k$  接收到的所选中继  $R_i^*$  的信号经过自干扰消除后信干噪比上界  $u_{k,i}^*$  的 CDF 和 PDF 分别为

$$\left. \begin{aligned} \text{CDF}_{u_{k,i}^*}(x) &= [1 - \exp(-C_k x)]^m, \\ \text{PDF}_{u_{k,i}^*}(x) &= m C_k \exp(-C_k x) [1 - \exp(-C_k x)]^{m-1} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

下面求解用户  $U_k$  的端到端信干噪比上界  $\Gamma_k^{\text{up}} =$

$\Gamma_0 + u_{k,i}^*$  的 PDF 以及 CDF。根据文献[5], 可以得到

$$\text{PDF}_{\Gamma_k^{\text{up}}}(x) = \text{PDF}_{\Gamma_0}(x) \otimes \text{PDF}_{u_{k,i}^*}(x) \quad (15)$$

其中  $\otimes$  表示卷积运算。令  $C_0 = E\sigma_f^2 + 1/(E\varphi_f)$ , 其中  $\varphi_f = \sigma_f^2 - \sigma_{e_f}^2$ , 对式(15)进行拉普拉斯变换, 可以得到

$$\begin{aligned} L_{[\text{PDF}_{\Gamma_k^{\text{up}}}(x)]}(t) &= L[\text{PDF}_{\Gamma_0}(x) \otimes \text{PDF}_{u_{k,i}^*}(x)] \\ &= L_{[\text{PDF}_{\Gamma_0}(x)]}(t) L_{[\text{PDF}_{u_{k,i}^*}(x)]}(t) \\ &= \frac{m! C_0}{t + C_0} \prod_{p=1}^m \frac{C_k}{t + p C_k} \\ &\stackrel{(d)}{=} \frac{m! C_0}{t + C_0} \prod_{q=1}^m \frac{C_k}{q C_k - C_0} \\ &\quad + \sum_{p=1}^m \frac{m! C_0 C_k}{(t + p C_k)(C_0 - p C_k)} \prod_{q=1, p \neq q}^m (q - p) \\ &\stackrel{(e)}{=} \sum_{p=1}^m \frac{m! C_0 C_k}{(C_0 - p C_k) \prod_{q=1, p \neq q}^m (q - p)} \\ &\quad \cdot \left[ \frac{1}{(t + p C_k)} - \frac{1}{t + C_0} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

步骤(d), 步骤(e)利用了部分分式展开。对式(16)进行反拉普拉斯变换不难得出  $\Gamma_k^{\text{up}}$  的 PDF 为

$$\text{PDF}_{\Gamma_k^{\text{up}}}(x) = \sum_{p=1}^m \frac{m! C_0 C_k [\exp(-p C_k x) - \exp(-C_0 x)]}{(C_0 - p C_k) \prod_{q=1, p \neq q}^m (q - p)} \quad (17)$$

对式(17)积分可得 CDF 为

$$\begin{aligned} \text{CDF}_{\Gamma_k^{\text{up}}}(x) &= \\ &= \sum_{p=1}^m \frac{m! [p C_k \exp(-C_0 x) - C_0 \exp(-p C_k x) + C_0 - p C_k]}{p(C_0 - p C_k) \prod_{q=1, p \neq q}^m (q - p)} \end{aligned} \quad (18)$$

### 3.3 采用自适应调制的双向多中继系统容量

自适应调制能根据信道变化情况, 自适应地改变发送信号的调制方式, 从而提高系统容量。假定用户  $U_1$  和用户  $U_2$  业务需求的误码率要小于  $P_r^t$ , 并且考虑利用  $M$ -QAM 调制方式, 根据文献[6], 在 AWGN 信道下采用格雷映射的相干  $M$ -QAM 调制的近似误码率可以近似为

$$P_b(M, \gamma) \approx 0.2 \exp\left[-\frac{1.5}{M-1} \gamma\right] \quad (19)$$

其中  $\gamma$  为接收信噪比, 根据式(19)可以得出连续速率自适应(ACR)调制<sup>[7]</sup>的瞬时频谱效率为

$$\text{SE}(\gamma) = \log_2 M = \log_2(1 + a\gamma) \quad (20)$$

其中  $a = -1.5/\ln(5P_r^t)$ 。由于 ACR 调制在实际系统中无法实现, 一般采用离散速率自适应(ADR)调制的方法, 即  $M$  只能取值为  $2^n$ , 其中  $n(\leq N)$  为自然数。ADR 调制方法如下: 将接收信噪比分成  $N+1$  个区域, 如果接收信号的有效信噪比落入第  $n$  个区域, 则采用  $2^n$ -QAM 调制方式。下面给出不同区域的临界点<sup>[8]</sup>:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= [\text{erfc}^{-1}(2P_r^t)]^2 \\ \gamma_n &= -\frac{2}{3}\ln(5P_r^t)(2^n - 1), \quad n = 0, 2, \dots, N \\ \gamma_{N+1} &= +\infty \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

上述临界点指: 当接收到的有效信干噪比小于  $\gamma_1$  时不发送任何数据, 当大于  $\gamma_{N+1}$  时采用  $2^N$ -QAM 调制, 在  $\gamma_1$  与  $\gamma_{N+1}$  之间时采用  $2^n$ -QAM ( $1 \leq n \leq N-1$ )。

两用户各自根据信道状况分别采用 ADR 调制, 如果有一方端到端信干噪比小于或等于  $\gamma_1$ , 则双方均不发送数据, 根据以上分析我们可以得出在非理想信道信息下双向多中继选择系统的平均频谱效率的上界为

$$\text{ASE}_{\text{ADR}} = \frac{1}{3}(1 - \text{CDF}_{\Gamma_1^{\text{up}}}(\gamma_1))(1 - \text{CDF}_{\Gamma_2^{\text{up}}}(\gamma_1)) \cdot \sum_{k=1}^2 \sum_{n=1}^N n \Pr(k, n) \quad (22)$$

其中  $\Pr(k, n) = \text{CDF}_{\Gamma_k^{\text{up}}}(\gamma_{n+1}) - \text{CDF}_{\Gamma_k^{\text{up}}}(\gamma_n)$  为第  $k$  个用户的端到端信干噪比落在第  $n$  个区域的概率。在发送信噪比较高时,  $\text{CDF}_{\Gamma_k^{\text{up}}}(\gamma_1)$  趋近于 0, 因此我们可以进一步得到

$$\text{ASE}_{\text{ADR}} \approx \frac{1}{3} \sum_{k=1}^2 \sum_{n=1}^N n \Pr(k, n)$$

### 3.4 功率分配

这一节给出一种最大化系统平均频谱效率的中继端最优功率分配策略。根据 3.3 节给出的平均频谱效率的表达式, 不难看出它是个关于  $\theta$  的凸函数, 因此中继端最优功率分配问题可以建模为如下凸优化问题:

$$\left. \begin{aligned} \theta^* &= \max \text{ASE}_{\text{ADR}} \\ \text{s.t.} \quad &0 < \theta < 1 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

解式(23)的凸优化问题, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\theta} C_1 &= \frac{d}{d\theta} C_2 \\ C_1 &= C_2 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

解方程得到最优的功率分配因子  $\theta^* = \sqrt{\varphi_1}/(\sqrt{\varphi_1} + \sqrt{\varphi_2})$ , 其中  $\varphi_1 = (d_1/d_0)^{-\delta} \sigma_f^2 - \sigma_{e_{h_1}}^2$ ,  $\varphi_2 = (d_2/d_0)^{-\delta} \sigma_f^2 - \sigma_{e_{h_2}}^2$ 。从中继端最优的功率分配因子的表达式可以看出, 它仅与两用户到中继的距离以及信道估计误差有关, 而与中继数目、发送功率无关。需要注意的是, 本文提出的功率分配策略是基于统计的信道信息, 而文献[9-11]则基于瞬时的信道信息。

从中继端最优的功率分配因子的表达式可以看出, 它仅与两用户到中继的距离以及信道估计误差有关, 而与中继数目、发送功率无关。需要注意的是, 本文提出的功率分配策略是基于统计的信道信息, 而文献[9-11]则基于瞬时的信道信息。

## 4 仿真分析

本节给出采用自适应  $M$ -QAM 调制的双向多中继选择系统的平均频谱效率的数值仿真结果。仿真考虑中继数  $m$  为 10, 两用户直接链路的信道方差  $\sigma_f^2 = 1$ , 路径损耗因子  $\delta$  为 4, 并假设各条链路的信道估计误差都相同, 即  $\sigma_f^2 = \sigma_{e_{h_1}}^2 = \sigma_{e_{h_2}}^2 = e$ , 两用户需求的误码率满足  $P_r^t = 10^{-3}$ 。

图 2 给出了  $d_1/d_0 = 0.1$  时, 中继端等功率分配以及最优功率分配条件下平均频谱效率随发送信噪比(SNR)以及信道估计误差变化曲线。从图中可以看出, 理论分析的平均频谱效率上界表达式与蒙特卡洛(MC)仿真结果相吻合。当不存在信道估计误差时, 系统性能最好, 当存在信道估计误差时, 信道估计误差越大, 系统性能越差, 还会出现平台, 这是由于自干扰不能完全被消除使得系统变成一个干扰受限的系统, 在发送信噪比较大的时候, 端到端信干噪比趋近于一个常数(这个常数受信道估计误差、中继数目以及功率分配因子的影响), 导致系统的容量也受限。从图中还可以看出, 本文提出的中继端最优功率分配策略要好于平均功率分配策略, 这从一定程度上克服了信道估计误差对系统性能的影响。

图 3 给出了中继端等功率分配以及最优功率分配条件下, 理论分析得出的平均频谱效率随  $d_1/d_0$  变化的曲线。固定发送信噪比为 20 dB, 从图中可以看出, 无论是否存在信道估计误差, 都有如下结论: 当中继越靠近用户时, 本文提出的最优功率分配方式相对于等功率分配方式就越好。这很好理解, 比如当中继靠近用户  $U_1$  时, 中继在时隙 1 接收到的来自用户  $U_1$  的信号比较强, 在时隙 2 接收到的来自用户  $U_2$  的信号相对较弱, 如果在第 3 个时隙中继将更多的能量分配给时隙 1 接收到的信号, 根据功率注水的思想, 系统性能就会越好。

## 5 结束语

本文分析了存在信道估计误差时, 采用自适应调制的基于三时隙时分广播协议的双向多中继选择系统的性能, 中继采用放大转发方式, 给出了系统的端到端信干噪比表达式, 并通过不等式缩放将表达式转化为多个指数分布变量和的形式, 求出了其

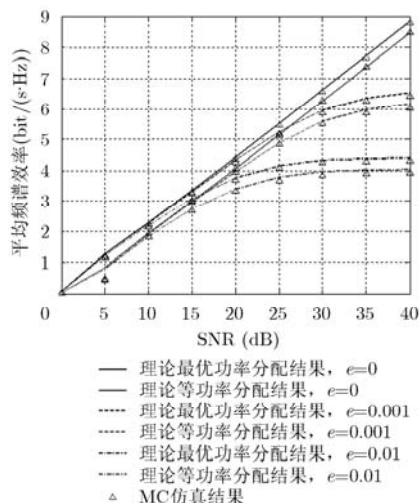


图2 中继端等功率以及最优功率分配下平均频谱效率随发送信噪比及信道估计误差变化曲线

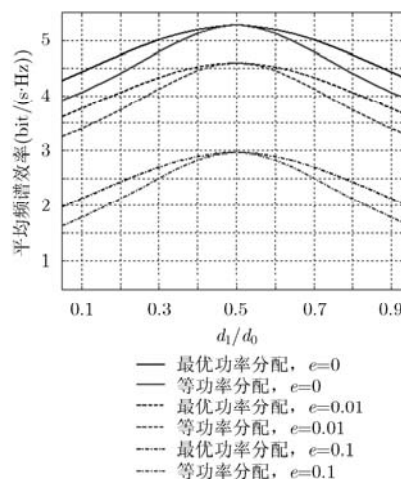


图3 中继端等功率以及最优功率分配下平均频谱效率随  $d_1/d_0$  变化曲线

累积概率密度函数以及概率密度函数, 然后利用端到端信干噪比的分布推导了离散速率自适应调制下系统平均频谱效率上界的闭式表达式。仿真结果说明本文给出的平均频谱效率上界的闭式表达式是系统真实性能的一个很好的近似。为了克服信道估计误差对系统性能的影响, 本文提出了一种中继端最优的功率分配策略, 该策略与等功率分配策略相比, 当中继越接近于用户时, 采用本文提出的功率分配策略带来的系统性能提升就越大。

### 参考文献

- [1] Ju M C and Kim Il-Min. Relay selection with ANC and TDBC protocols in bidirectional relay networks [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2010, 58(12): 3500–3511.
- [2] Ding H, Ge J, Costa B, *et al.* Two birds with one stone: exploiting direct links for multiuser two-way relaying systems [J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(1): 54–59.
- [3] Hwang K, Ko Y, and Alouini M S. Performance bounds for two-way amplify-and-forward relaying based on relay path selection [C]. Proc. IEEE Vehicular Technology Conference, Barcelona, Spain, Spring, 2009: 1–5.
- [4] Hwang K, Ko Y, and Alouini M S. Performance analysis of two-way amplify and forward relaying with adaptive modulation over multiple relay network[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2011, 59(2): 402–406.
- [5] Kim N and Hyunchel P. Performance analysis of MIMO system with linear MMSE receiver [J]. *IEEE Transactions on*

- Wireless Communications*, 2008, 7(11): 4474–4478.
- [6] Goldsmith A J and Chua Soon-ghuee. Variable-rate variable-power MQAM for fading channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1997, 45(10): 1218–1230.
- [7] Nechiporenko T, Phan K T, Tellambura C, *et al.* Performance analysis of adaptive M-QAM for rayleigh fading cooperative systems[C]. Proc. IEEE International Conference on Communications, Beijing, China, May 2008: 3393–3399.
- [8] Alouini M S and Goldsmith A J. Adaptive modulation over nakagami fading channels[J]. *Wireless Personal Communications*, 2000, 13(1): 119–143.
- [9] Yi Z, Ju M, and Kim Il-Min. Outage probability and optimum combining for time division broadcast protocol[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(5): 1362–1367.
- [10] Yi Z, Ju M, and Kim Il-Min. Outage probability and optimum power allocation for analog network coding[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(2): 407–412.
- [11] Seddik K G, Sadek A K, Su W, *et al.* Outage analysis and optimal power allocation for multinode relay networks [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(6): 377–380.

史寅科: 男, 1988年生, 硕士生, 研究方向为 MIMO 信号检测和基于中继的协作通信。

邱玲: 女, 1963年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为 CDMA 通信、无线资源管理、空时信号处理、多用户 MIMO、协作通信、绿色通信。